

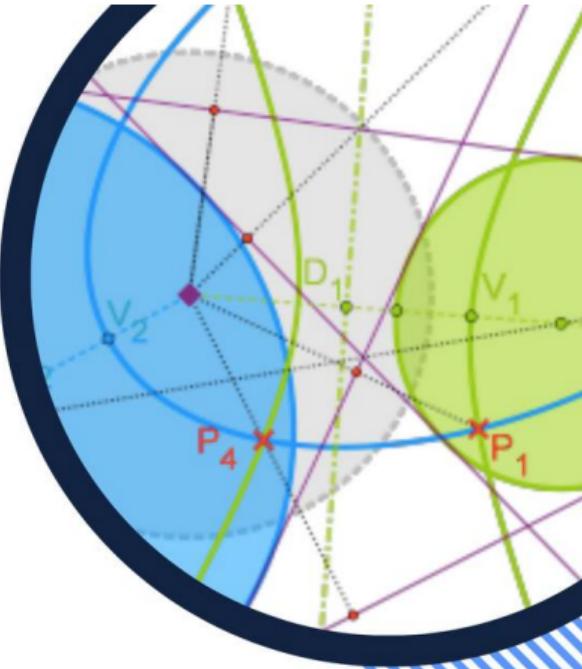


Temas Clássicos de **GEOMETRIA** **EUCLIDIANA &** **PROJETIVA**

Projeto de Extensão

Com Prof. Liliana Gabriela Russo
Via Google Meet

Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco



Início dia 07/06

Inscrições e Informações:

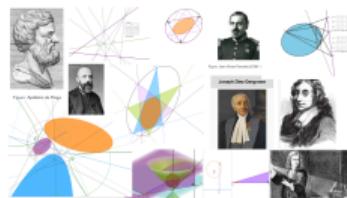
bit.ly/GeoClassica2022

Temas clássicas de Geometria Euclidiana e Projetiva

Projeto de Extensão

Liliana Gabriela Russo

Bruno Cunha Lima, Licenciatura em Matemática
Matheus Nasi Carneiro Leão, Bacharelado em matemática
Dep. de Matemática CCEN
UFPE



Objetivo

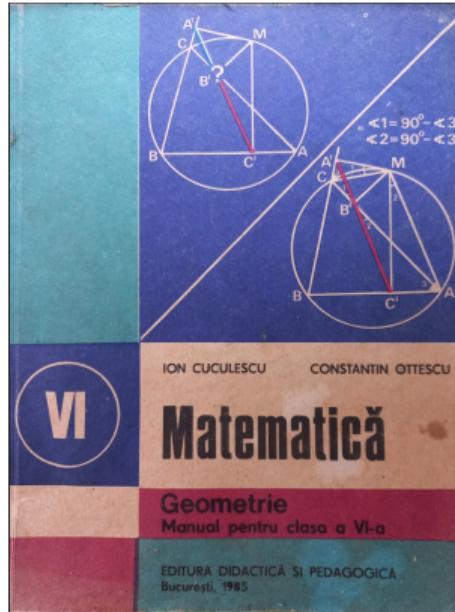
Apresentar fatos e métodos clássicos de Geometria Euclidiana, aplicados ao estudo das cônicas.

Para Quem?

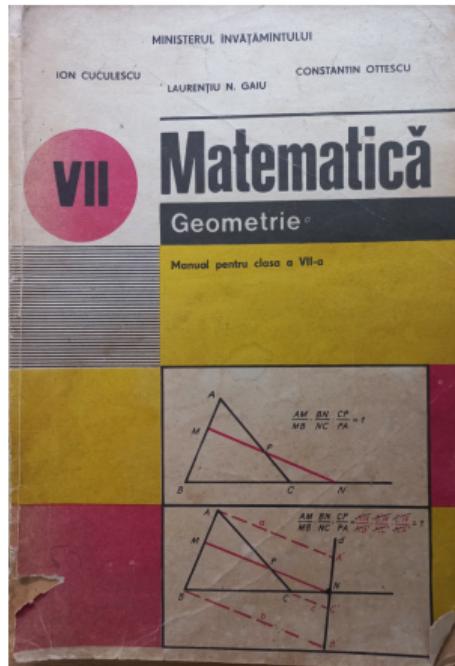
- estudantes de Licenciatura em Matemática, Física;
- estudantes de Expressão Gráfica;
- professores de Matemática, Física...; estudantes de Educação matemática, Profmat;
- engenheiros, arquitetos.

Para todos que gostam/gostaram de Geometria!

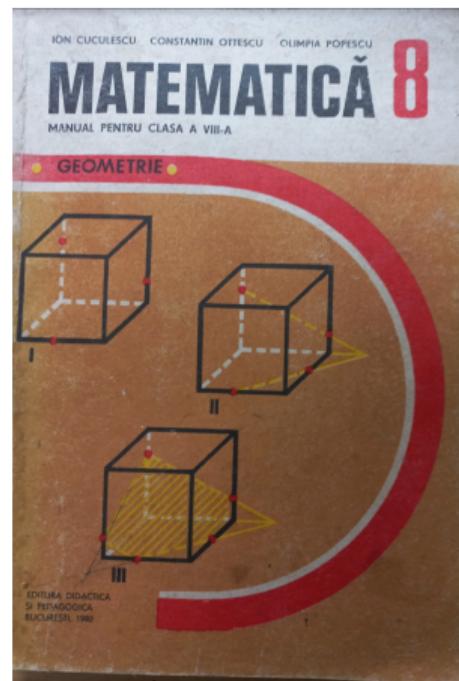
Justificativa



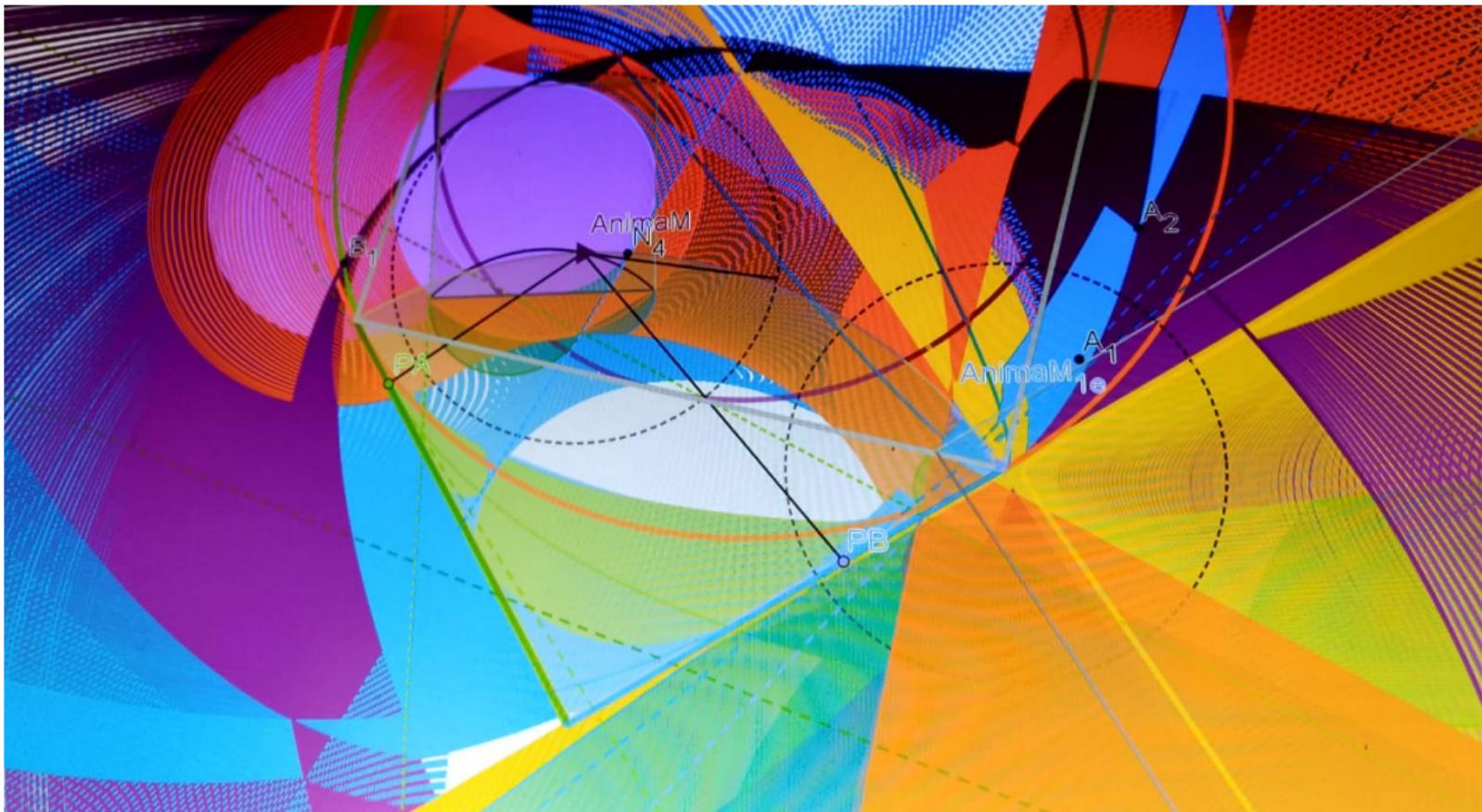
Justificativa



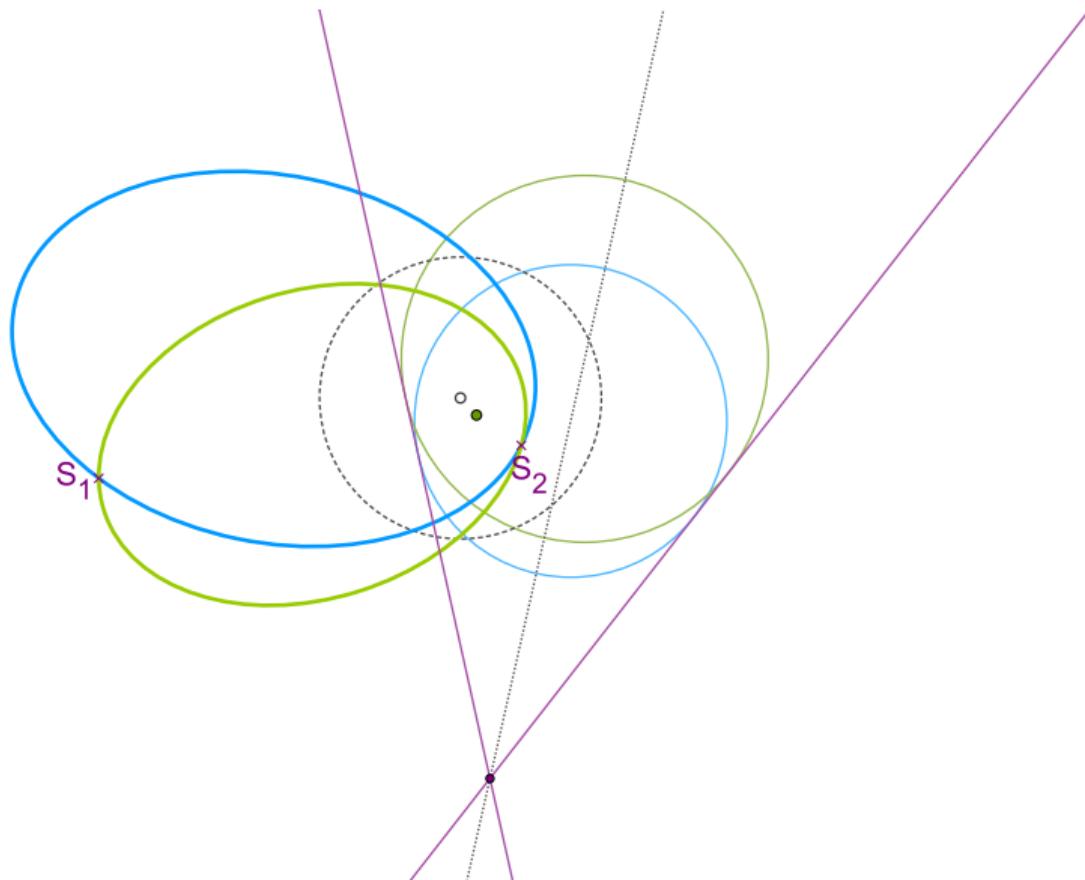
Justificativa



Justificativa...



CÔNICAS: ponte entre Geometria Euclidiana e Projetiva



I Os fatos (teoremas fundamentais das cônicas)

- A propriedade ótica.
- A prova de Dandelin.
- O teorema de Pascal-Pappus e o teorema de Brianchon.

II Os Métodos (inversivos e projetivos)

- Projeção central
- Inversão em círculos;
- Reciprocidade polar.

III Cônicas inscritas em triângulos

- Construção de cônicas inscritas ou circunscritas em triângulos
- Porismo de Poncelet para triângulos.
- Bilhares e causticas.

Metodologia

Os tópicos serão abordados de três formas complementares. Haverá:

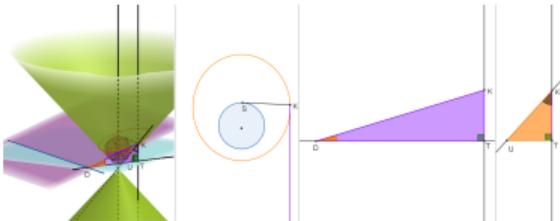
- Palestras¹
- Minicursos²
- Oficinas com Geogebra³

¹pra despertar a curiosidade

²afinal, provar é preciso

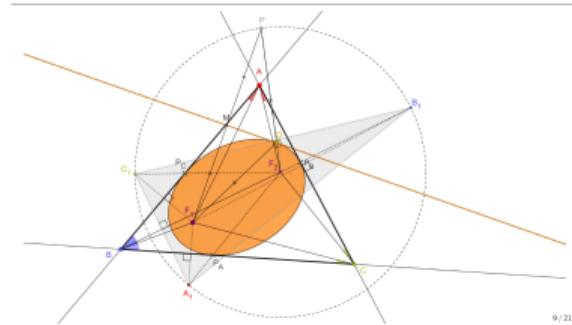
³pra voltar a sorrir.

Palestra+ Oficina 1



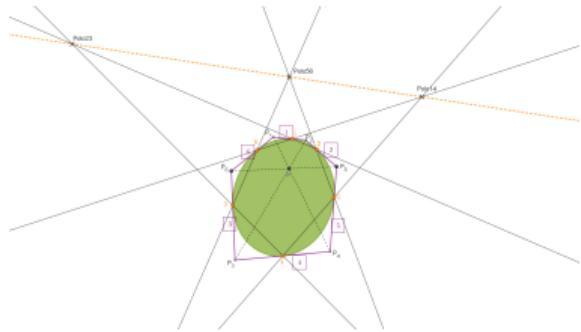
- Palestra *Cônicas: a prova de Dandelin.*
Terça-feira, 7/06/2022, às 17 h.
- Oficina *Cônicas: além da prova de Dandelin.*
Sábado, 11/06/2022, às 9 h.

Palestra+ Oficina 2



- Palestra: *Propriedades óticas das cônicas*
Terça-feira, 14/06/2022, às 17 h.
- Oficina: *Aplicações das propriedades óticas das cônicas.*
Sábado, 18/06/2022 às 9 h.

Palestra+ Oficina 3



- Palestra: Do teorema do Hexágono de Pappus, ao teorema de Pascal
Sábado, 02/07/2022 às 9 h.
- Oficina: Aplicações do teorema de Pascal em construções de cônicas.
Sábado, 9/07/2022, às 9 h.

Minicurso 1.

Métodos inversivos em Geometria plana: inversão em círculos

- Dia 1: *Inversão em círculos: propriedades gerais.* Sábado, 16/07/2022 às 9 h.
- Dia 2: *Inversão em círculos: Porismo de Steiner* Sábado, 23/07/2022, 9 h.

Minicurso 2.

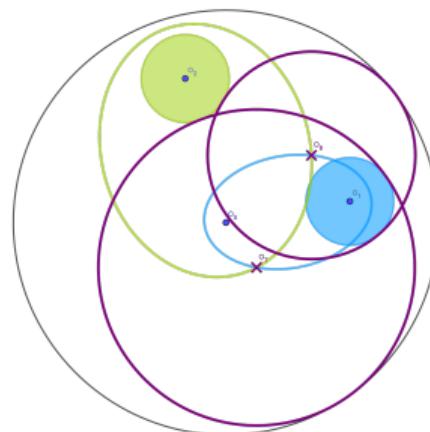
Métodos inversivos em Geometria plana: reciprocidade polar

- Dia 1: Reciprocidade polar: propriedades gerais.

Sábado, 30/07/2022 às 9 h.

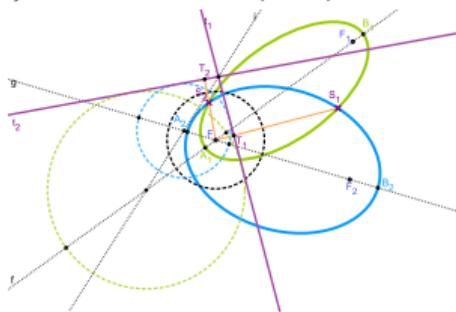
- Dia 2: Aplicações da reciprocidade polar.

Sábado, 6/08/2022, 9 h.

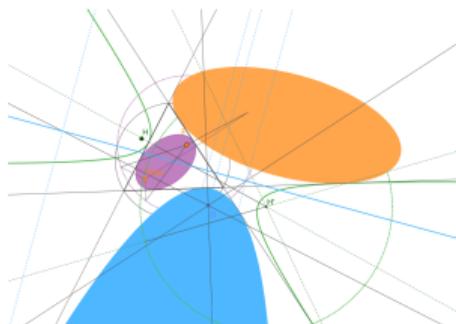


Minicurso 3. Geometria com Geogebra:

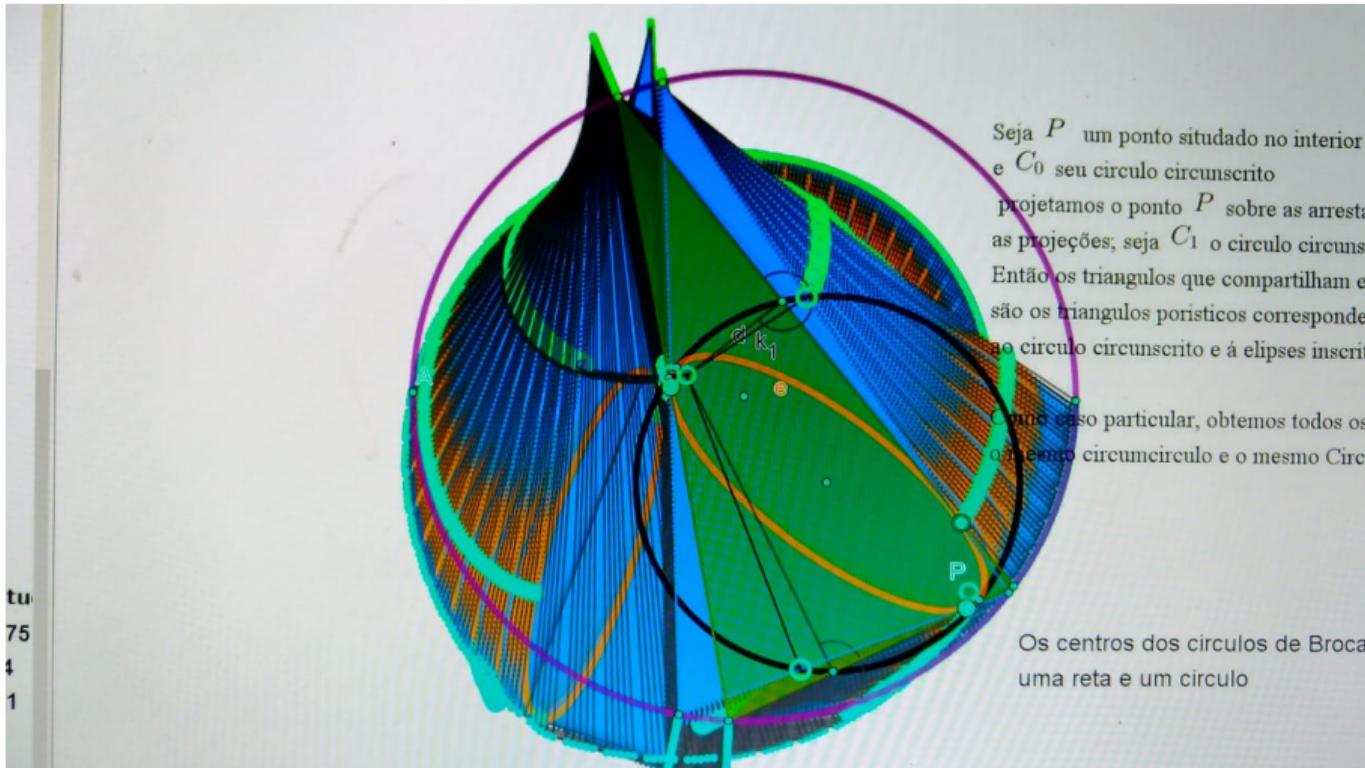
- Dia 1: Construções de cônicas (I). Sábado, 13/08/2022, às 9 h.



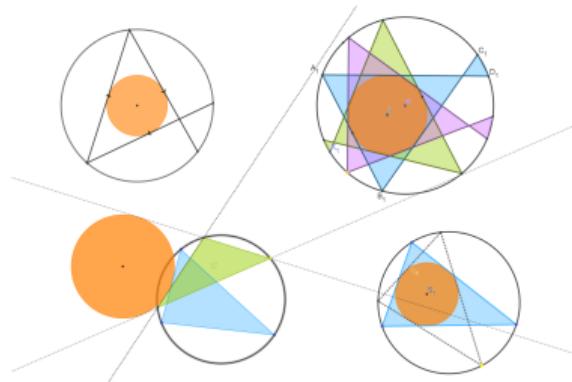
- Dia 2: Construções de cônicas (II).
Sábado, 20/08/2022, às 9 h.



Porismo de Poncelet

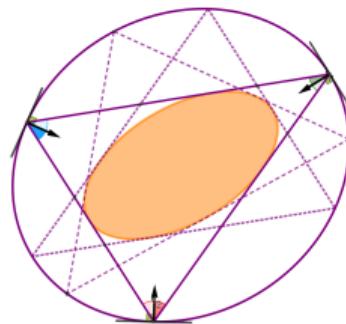


Minicurso 4. Porismo de Poncelet para triângulos



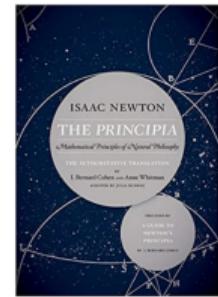
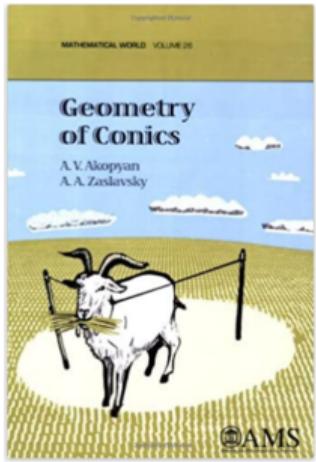
- Dia 1: Do Porismo de Chapple, ao Porismo de Poncelet.
Sábado, 27/08, às 9 h.

Minicurso 4. Porismo de Poncelet para triângulos

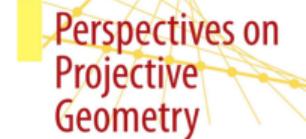
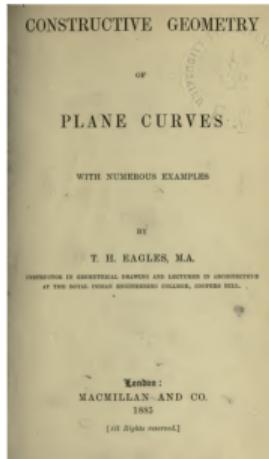
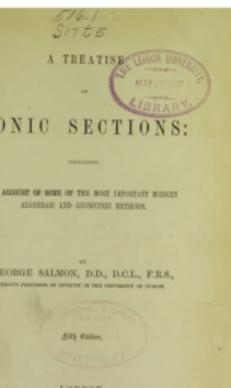
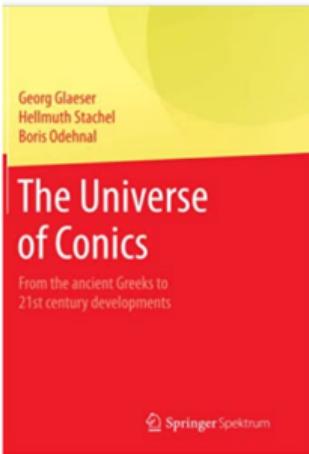


- Dia 2: Porismo de Poncelet e aplicações: Bilhares triangulares.
- Sábado, 03/09, às 9 h.

Bibliografia



o famoso tratado de Newton (1687)



A Guided Tour
Through Real
and Complex Geometry

Springer

6

Dessin d'abord, ou problème de la règle, ensuite dans la construction graphique, s'effectue avec la ligne droite seule.

La Géométrie de la règle a pour objet les propriétés de situation des systèmes de lignes droites.

Nous emploierons le nom de perspective dans le sens que celui qui, de concourantes et distantes qu'elles étaient dans le système planifié, sont devenues, ou parallèles ou asymptotes, ou même coïncidées, par suite des modifications de ce système.

7

Dessin d'abord le dessous et de mieux faire sentir l'entraînement des conséquences, nous avons, dans les figures circonscrites, conservé les mêmes notations. Au moyen de cette analogie, les constructions se déroulent l'une par l'autre.

On remarquera dans les planches quelques lettres renversées. Elles désignent le point d'intersection de deux lignes qui, de concourantes et distantes qu'elles étaient dans le système planifié, sont devenues, ou parallèles ou asymptotes, ou même coïncidées, par suite des modifications de ce système.

Trois droites fixes, issues d'un même point S, sous des angles quelconques, sont coupées en A, B, C par une droite transversale arbitraire, ou a

$AC : BC = \text{constante}$.

$AS : BS = \text{constante}$.

II.

Ainsi, pour quatre droites fixes, issues d'un même point, sous des angles quelconques, et renommées en A, B, C, D par une droite transversale arbitraire,

$AC : BD = \text{constante}$.

Bibliografia

- [AZ] A. V. Akopyan and A. A. Zaslavsky, *Geometry of Conics*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007 [Ba] Bankoff,L., *Are the twin circles of Archimedes really twins?*, Mathematics Magazine, 47: 214–218. [Be] Bergsten, C., *Magic Circles in the arbelos* TMME, vol7, n.2-3, 209-222, ISSN 1551-3440
- [Ber]. M. Berger, Geometry II, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [Br] Bradley, C. J. *Hexagons with Opposite Sides Parallel*, The Mathematical Gazette, **90**, no. 517, 2006, pp. 57–67.
- [Bri]. C. J. Brianchon, Sur les surfaces courbes du second degré, Journal de l'École Polytechnique, Cah.XIII, (1806).
- [Car]. L. Carnot, Géométrie de Position, Crapelet, Paris, 1803.
- [Cox]. H. S.M. Coxeter and S. Greitzer, Geometry Revisited, The Mathematical Association of America, Washington D.C., 1967.
- [DL] Danneels, E., van Lamoen, F. : Midcircles and the arbelos. Forum Geometricorum 7 (2007), 53-65.
- [GRK] Garsia, R., Reznik, D, Kollier, J. *New Proprieties of triangular orbits in Elliptic billiards* , preprint.

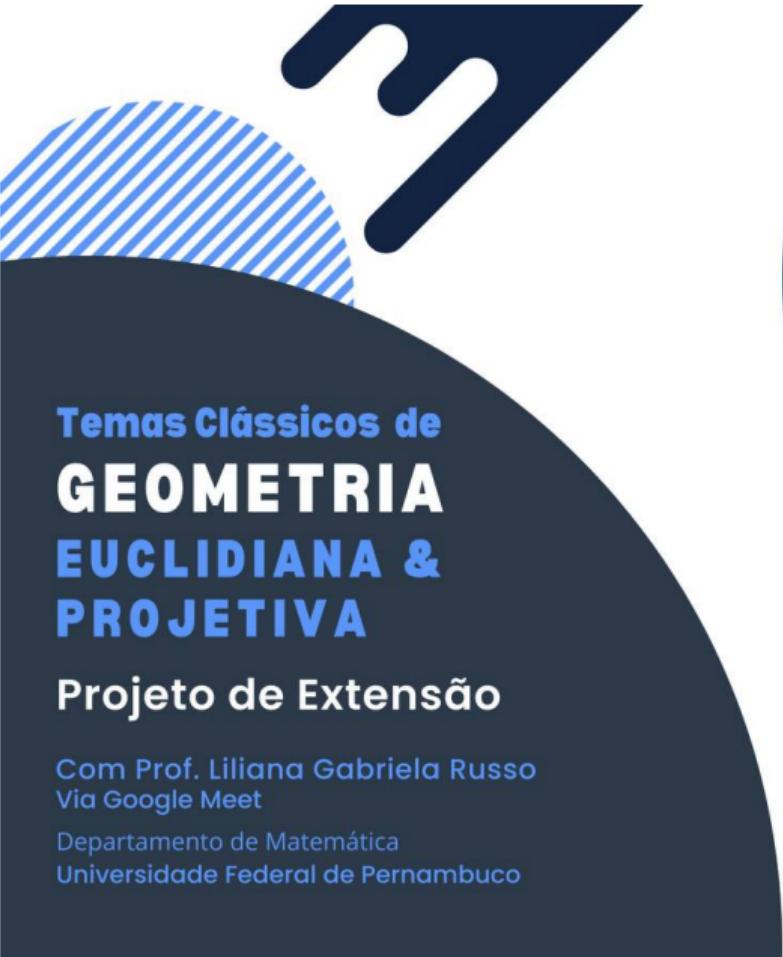
Bibliografia

- [Ge] Gergonne *Géométrie de la règle. Application de la doctrine des projections à la démonstration des propriétés des hexagons inscrits et circonscrits aux sections coniques* Annales de Mathématiques pures et appliquées, **4**, 1813-1814, p. 78-84
- [G1] Gheorghe, L.G. *Apollonius' problem: in pursuit of a natural solution*, Int.J.Geom., **9** (2) (2020), 39–51.
- [GSO] Glaeser,G., Stachel, H., Odehnal, B., *The universe of Conics*, Springer Specktrum, Springer-Verlang Berlin Heidelberg, 2016.
- [HaHu] Halbeisen, L., and Hungerbühler, N., A Simple Proof of Poncelet's Theorem (on the occasion of its bicentennial) American Mathematical Monthly 121(1), 2014.
- [LW] van Lamoen, F. and Weisstein, E. W. : "Pappus Chain." From MathWorld - A Wolfram Web Resource. [<http://mathworld.wolfram.com>]
- [Ho] Honsberger, R. *Episodes in Nineteenth and Twentieth Century Euclidean Geometry* , The Mathematical Association of America, New Library, Washington, 1995.
- [Leb] Lebesgue, H., *Les coniques*, Gauthier-Villars, Paris, 1942.

Bibliografia

- [Lem] Lemoine, E. *Note sur un point remarquable du plan d'un triangle* Nouvelles annales de mathématiques : journal des candidats aux écoles polytechnique et normale, Série 2, Tome 12 (1873) , pp. 364-366.
- [Mac] MacLaurin, C. *Geométrica organica, sive descriptio linearum curvarum universalis* (1720)
- [Mk] Mackay, J. S. (1895), *Symmedians of a triangle and their concomitant circles*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 14: 37–103,
doi:10.1017/S0013091500031758
- [NA] Nagy, O., Andras, S. *Approximated Poncelet configurations*, TMCS, 13/2 (2015), 163-176, DOI:10.5485/TMCS.2015.0390
- [Pa] Pamfilos, P. *On Poligons inscribed in other poligons*, Journal for Geometry and Graphics, Vol 15 (2011), NO 2, 141-158.
- [Pa1] Pamfilos, P. <http://users.math.uol.gr/Pamfilos/eGallery/problems/SymmedianVecten.html>
- [Pas] Pascal, B. *Essay pour les Coniques*, (1640).

- [R] Reznik, D, *Stationarity of the Mittenpunkt for Triangular Orbits: N=3 Orbits in Elliptic Billiards: Cosine (2nd Lemoine) Circle of Excentral Triangle is Stationary*
- [RG] Reznik,D., Garsia,R. The circumbilliard: any triangle can be a 3-periodic, preprint.
- [Sch] R. E. Schwartz, The Poncelet grid, *Adv. Geom.* 7, no. 2 (2007), 157–175
- [OM] Oller-Marcen',A., *The f-belos Forum Geometricorum* Volume 13 (2013) 103—111.
- [OW] H. Okumara and M. Watanabe, The twin circles of Archimedes in a skewed arbelos, *Forum Geom.*, 4 (2004) 229–251. [OW1] H. Okumura and M. Watanabe, A generalization of Power's Archimedean circle, *Forum Geom.*, 6 (2006), 103–105.
- [P] Poncelet, J.V., *Traité de propriétés projectives des figures*, Gauthier-Villars, Paris, 1866
- [RiGe] Richter-Gebert, Y. *Perspectives on Projective Geometry*, Springer Heideberg, 2011
- [S] Salmon, G., *A treatise on conic sections*, Longman, Green, Reader and Dyer, London, 1869.
- [Sch] Schoch, T.: "arbelos: The Woo circles". [<http://www.retas.de/thomas/arbelos/woo.html>]
- [We] Weisstein, E. W.: "arbelos." From MathWorld - A Wolfram Web Resource. [<http://mathworld.wolfram.com/arbelos.html>]
- [Y] Yiu, P, *Introduction to the geometry of triangle*, <http://math.fau.edu/Yiu/Geometry.html>, 2013.

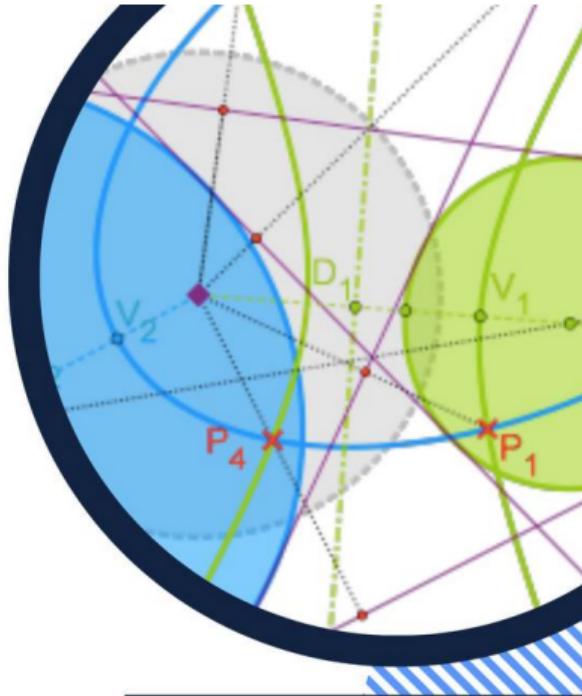


Temas Clássicos de **GEOMETRIA** **EUCLIDIANA &** **PROJETIVA**

Projeto de Extensão

Com Prof. Liliana Gabriela Russo
Via Google Meet

Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco



Início dia 07/06

Inscrições e Informações:

bit.ly/GeoClassica2022