

Anexo III - Conteúdos Programáticos das Componentes Curriculares da seleção do Mestrado

- **Álgebra 1:** Fundamentos da teoria dos números inteiros: Divisibilidade, fatoração única, ideais, algoritmo da divisão e o máximo divisor comum de inteiros. Congruências. A aritmética dos inteiros. Polinômios em uma variável: Definição. O teorema da divisão e o máximo divisor comum de polinômios. Ideais principais. Polinômios irredutíveis e ideais maximais. Fatoração única. Critério de irredutibilidade de Eisenstein. Analogia entre \mathbb{Z} e $K[x]$. Fundamentos da teoria dos Anéis: Anéis, ideais, anéis quociente, homomorfismo. Domínios euclidianos, principais e fatoriais. Lema de Gauss, critério de irredutibilidade de Eisenstein.
- **Álgebra 2:** Elementos da teoria dos grupos. Definição. Subgrupos. Classes laterais (Teorema de Lagrange), homomorfismo. Grupos quociente. Grupos abelianos, grupos finitos. Ações de grupos em conjuntos. Teorema de Cauchy e Sylow (aplicações). Elementos da teoria de extensões de corpos. Extensões de \mathbb{Q} , extensões finitas de \mathbb{Q} , adjunção de raízes, grau de uma extensão finita. Multiplicatividade dos graus (Dedekind). Extensões contendo raízes (Teorema de Kronecker). Construções por meio de régua e compasso. Elementos da teoria de Galois. Extensões normais e extensões galoisianas. Teorema da Correspondência de Galois. Resolução de equações polinomiais por meio de radicais, o Teorema Fundamental de Galois.
- **Álgebra Linear:** Espaços vetoriais e transformações lineares. Polinômios característico e mínimo, subespaços invariantes. O teorema da decomposição primária. Operadores nilpotentes. Forma canônica de Jordan para operadores nilpotentes. Forma canônica de Jordan para operadores com todos os autovalores no corpo. Cálculo de uma base de Jordan. Formas bilineares e espaços com produto interno. Teorema de Sylvester. Operadores normais, unitários, hermitianos, simétricos e ortogonais. O teorema espectral.
- **Análise na Reta:** Topologia na reta. Construção dos números reais. Conjuntos finitos, infinitos e conjuntos enumeráveis. Números reais e construção dos números reais. Sequências de números reais e convergência. Conjuntos compactos na reta. Teorema de Heine-Borel. Conjunto de Cantor. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Continuidade. Limite de funções. Continuidade e topologia. Continuidade uniforme. Descontinuidades. Limites finitos e infinitos. Diferenciabilidade. Teorema do Valor Médio. Continuidade das derivadas. Regra de L'Hôpital. Derivadas de ordem superior. Integração Integral de Riemann. Propriedades da integral. Condições suficientes de integrabilidade. Teorema Fundamental do Cálculo. Séries numéricas reais: critério de Cauchy, teste da raiz, teste da comparação e rearranjos. Séries de potências: raio de convergência, Teorema de Leibnitz, convergência absoluta. Séries de Taylor: Teorema de Taylor e aplicações.
- **Cálculo Avançado:** Topologia básica do \mathbb{R}^n . Teorema de Heine-Borel e Bolzano-Weierstrass. Continuidade de funções de várias variáveis. Diferenciabilidade: Aplicações diferenciáveis. Classes de diferenciabilidade. Regra da Cadeia. Desigualdade do valor médio. Derivadas parciais. O Teorema de Schwarz. A fórmula de Taylor. Teoremas de Taylor. Máximos e Mínimos. Método dos Multiplicadores de Lagrange. Teorema da Função Inversa e aplicações. Teorema da Função Implícita e aplicações. A forma local das Submersões. A forma local das Imersões. O Teorema do Posto. Integrais múltiplas. Integrais Iteradas. Mudanças de variáveis em integrais múltiplas.
- **Introdução à Combinatória:** Princípio da indução matemática. Permutações, arranjos e combinações. Problemas diversos de contagem. O Teorema binomial. O princípio de inclusão-exclusão. Funções geradoras ordinárias e exponenciais. Generalização do Teorema binomial para expoentes reais. Partições, diagramas de Ferrers, números de Bell e de Stirling. - Relações de recorrência. O princípio da casa dos pombos. - Grafos: caminhos, conexidade, árvores, planaridade. Problemas de otimização em grafos. Geometria finita.
- **Introdução à Geometria Diferencial:** Teoria local das curvas. Curvas parametrizadas. Parametrização pelo comprimento do arco. O triedro de Frenet. Curvatura e torção. O teorema fundamental da teoria local de curvas. Existência e unicidade. II) Superfícies regulares - Superfícies parametrizadas. Superfícies regulares. Plano tangente. Primeira forma fundamental. - Parametrizações especiais: ortogonais, conformes, isométricas, parametrizações que preservam área. Aplicações diferenciáveis entre superfícies. Aplicações que preservam área. Aplicações conformes. Isometrias. Superfícies localmente isométricas. A

geometria da aplicação de Gauss. Segunda forma fundamental. Curvatura normal e curvaturas principais. Fórmula de Euler. A aplicação normal de Gauss e sua diferencial. Curvatura Gaussiana e curvatura média. A geometria intrínseca de superfícies - Isometrias. Teorema Egregium. Geodésicas. As equações das geodésicas. Propriedades minimizam-te das geodésicas. Geodésicas em superfícies. A pseudoesfera. Classificação das superfícies com curvatura Gaussiana constante. O plano hiperbólico. Transporte paralelo. Curvatura geodésica. Holonomia. O teorema de Gauss-Bonnet local. O teorema de Gauss-Bonnet global.

- **Introdução à Topologia:** Espaços métricos, espaços topológicos, espaço de funções. Convergência, continuidade e convergência uniforme. Famílias equicontínua de funções e Teorema de Arzela Ascoli. Espaços métricos completos e aplicações. Teorema de Baire e aplicações, espaços compactos e localmente compactos. Teorema de Tychonov, axiomas de separação. Espaços de Hausdorff.
- **Introdução à Variável Complexa:** Números complexos: Definição e propriedade elementares. Conjugados complexos, valor absoluto. Forma polar e extração de raízes. Funções de variável complexa, limites e continuidade. Funções analíticas. Derivação e regras de derivação. As condições de Cauchy-Riemann. Funções elementares. A função exponencial. Ramos de logaritmos. Funções trigonométricas e funções hiperbólicas. Expoentes complexos. Teorema da função inversa. Integração: Integral ao longo de caminhos. Teorema de Cauchy-Goursat. Funções harmônicas. Fórmulas integrais de Cauchy e aplicações. Teorema de Morera. Teoremas do módulo máximo e módulo mínimo para funções analíticas e para funções harmônicas. Sequências e séries. Convergência de sequências e séries de números complexos. Convergência uniforme de sequências e séries de funções. Derivação e integração de sequências e séries de funções. Série de Taylor de funções analíticas. Zeros de funções analíticas. Singularidade e resíduos. Singularidades isoladas de funções analíticas. Séries de Laurent. Tipos de singularidades isoladas. Teorema dos resíduos. Aplicações ao cálculo de integrais. Transformações conformes. Propriedades geométricas das funções analíticas elementares. Transformações lineares fracionárias. Transformação de regiões por transformações conformes. Funções inversas (trigonométricas e hiperbólicas).
- **Mecânica Clássica 1:** Revisão de Mecânica Newtoniana. Leis de Newton, leis de conservação (momento linear, angular e energia mecânica), forças resistivas (atrito, arrasto, etc.). Oscilações: Oscilador harmônico simples (1D e 2D), espaço de fase, oscilações forçadas, oscilações amortecidas e fenômenos de ressonância. 3. Cálculo Variacional: Introdução a problemas variacionais, conceito de funcional, equação de Euler, primeiras integrais de Euler e aplicações (braquistócrona, catenária, cálculo de geodésicas, etc.). Mecânica Lagrangeana: Princípio de Hamilton, equação de Euler-Lagrange, coordenadas generalizadas, teorema do virial, forças de vínculo (restrições holonômicas e não-holonômicas), e multiplicadores de Lagrange. Movimento em campo de força central: O problema de dois corpos e sua redução ao problema de um corpo, massa reduzida, Lagrangeano do sistema, potencial efetivo, classificação qualitativa de órbitas, equação diferencial das órbitas, o problema de Kepler (seções cônicas), teorema de Bertrand e o vetor de Laplace-Runge-Lenz, noções básicas de teoria de espalhamento (parâmetro de impacto, seções de choque, etc.) e espalhamento por força central (espalhamento de Rutherford). Movimento em referencial não-inercial. Referenciais não-inerciais e leis de Newton, forças fictícias e referenciais girantes (forças centrífuga e de Coriolis). 7. Dinâmica de corpos rígidos – energia cinética de um corpo rígido, tensor de inércia, momento angular, eixos principais de inércia e generalização do teorema dos eixos paralelos, equações de Euler, ângulos de Euler e aplicações (pião simétrico).
- **Mecânica Clássica 2:** Pequenas oscilações. Osciladores isolados e acoplados, modos normais e aplicações (moléculas lineares, ressonância paramétrica, etc.). 2. Formulação Hamiltoniana da Mecânica. Equações de Hamilton, Teorema de Liouville e espaço de fase, colchetes de Poisson e integrais de movimento. 3. Transformações canônicas. Princípio de Hamilton generalizado, funções geradoras e transformações canônicas infinitesimais, Teorema de Noether. Teoria de Hamilton-Jacobi. Equação de Hamilton-Jacobi, ação como função das coordenadas, separação de variáveis e conexão da teoria de Hamilton-Jacobi com óptica geométrica e mecânica quântica (limite semi-clássico e aproximação WKB). Variáveis de ação-ângulo e Teoria de Perturbação Canônica. Introdução às variáveis de ação-ângulo e aplicações simples (pêndulo simples, corpo em queda livre, etc.), teoria de perturbação canônica, Hamiltonianos perturbados e cálculos de valores médios, invariantes adiabáticos. Tópicos adicionais: Dinâmica relativística ou Meios contínuos.

- **Métodos Matemáticos para a Física 2:** Equações diferenciais Ordinárias (EDOs) de primeira ordem, fatores integrantes. EDOs lineares de segunda ordem, Wronskiano, solução geral do caso não-homogêneo. Teoria de Sturm-Liouville, operadores diferenciais auto-adjuntos, condições de contorno, solução de casos não-homogêneos. Equações Diferenciais Parciais importantes da Física. Separação de variáveis. A equação de Laplace em coordenadas esféricas: polinômios de Legendre e suas propriedades, harmônicos esféricos e suas propriedades. A equação de Laplace em coordenadas cilíndricas: funções de Bessel e suas propriedades. Equação de Schrödinger para o oscilador harmônico: polinômios de Hermite e suas propriedades. Equação de Schrödinger para o átomo de hidrogênio: polinômios de Laguerre e suas propriedades. Equações diferenciais Fuchsianas, as funções Hipergeométrica e Hipergeométrica Confluyente (séries de potências e representações integrais). Polinômios de Legendre, Hermite e Laguerre, funções de Bessel como casos particulares. Função de Green para o Laplaciano. Função de Green para a equação do calor. Função de Green para a equação de onda.
- **Teoria dos Números:** Infinitude dos números primos. Teorema de Tchebyshev. Congruências. Princípio de reciprocidade quadrática. O anel dos inteiros de corpos quadráticos (grupos das unidades e fatoração). Equações diofantinas (pontos racionais de cônicas e cúbicas). Aplicação da aritmética de corpos quadráticos na determinação de soluções inteiras da equação de Mordell.