

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**



Guilherme Delgado Soriano

**Métodos de Otimização para a Resolução do Problema do
Despacho Hidrotérmico-Eólico em Função da Não
Linearidade da Altura de Queda**

Recife, 2016

Guilherme Delgado Soriano

**Métodos de Otimização para a Resolução do Problema do
Despacho Hidrotérmico-Eólico em Função da Não
Linearidade da Altura de Queda**

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Processamento de Energia.

Orientador: Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino, *D. Sc.*

Recife, 2016.

Catálogo na fonte
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

S714m Soriano. Guilherme Delgado.
Métodos de otimização para a resolução do problema do despacho hidrotérmico-eólico em função da não linearidade da altura de queda / Guilherme Delgado Soriano - 2016.
97folhas, Il.; Tabs.; e Siglas.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2016.
Inclui Referências.

1. Engenharia Elétrica,. 2. Despacho hidrotérmico. 3. Métodos de pontos interiores. 4. Programação não Linear. I. Aquino, Ronaldo Ribeiro Barbosa de (Orientador). II. Título.

UFPE

621.3 CDD (22. ed.)

BCTG/2016 - 214



Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

- 1 PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE
- 2 DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

GUILHERME DELGADO SORIANO

3 TÍTULO

**“MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO
DESPACHO HIDROTÉRMICO-EÓLICO EM FUNÇÃO DA
NÃO LINEARIDADE DA ALTURA DE QUEDA”**

A comissão examinadora composta pelos professores: RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO, DEE/UFPE, GERALDO LEITE TORRES, DEE/UFPE e ALCIDES CODECEIRA NETO, DEE/UPE, sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **GUILHERME DELGADO SORIANO APROVADO.**

Recife, 19 de julho de 2016.

MARCELO CABRAL CAVALCANTI
Coordenador do PPGEE

RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO
Orientador e Membro Titular Interno

ALCIDES CODECEIRA NETO
Membro Titular Externo

GERALDO LEITE TORRES
Membro Titular Interno

À família,
DEDICO.

AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco, FACEPE, por possibilitar e financiar parte da pesquisa por meio da concessão de bolsa de mestrado.

A todos os professores do Laboratório Digital de Sistemas de Potência-LDSP, em especial a Otoni Neto, Geraldo Torres e Manoel Afonso, os meus sinceros agradecimentos.

Agradeço ao meu orientador Professor Ronaldo Aquino, pela liberdade e confiança referente ao meu trabalho, além da indiscutível compreensão e companheirismo nessa caminhada.

Aos meus amigos Márcio (Bino), Davidson, Jonata (muitos apelidos), Letícia (Lelê), Ramon e Ândria obrigado pelo apoio, cafezinhos, caronas, brincadeiras e a nossa rica troca de cumplicidade. Agradeço verdadeiramente. Vocês fizeram com que eu quisesse estar diariamente pela universidade.

Agradeço de forma especial a Rodrigo e a José Fernandes (Zé), vocês se encaixam juntamente com os outros no parágrafo anterior, mas pela incrível disponibilidade oferecida, gostaria de dizer que vocês foram essenciais para a elaboração do meu trabalho.

Sou simplesmente grato à família que tenho. Painho, mainha, Gabi, tios, tias e avós... Eu sou a marca das lições diárias de vocês. Sei que sempre, sempre mesmo, vocês estarão aqui me apoiando e incentivando...querendo o meu melhor. Gratidão é muito pouco para vocês.

Livia, você já faz parte da família...você sabe disso...as palavras ditas no parágrafo anterior também vão ao seu encontro... Depois de tantos “tais fazendo nada aí né...”, terminei. Muito obrigado pelo carinho, convivência e apoio incondicional nesses anos.

Obrigado meu Deus pelo e como que o senhor colocou cada um do pessoal aí de cima na minha vida.

PENSAMENTO

“Quando não souberes para onde ir, olha para trás e saiba pelo menos de onde vens”.

(Provérbio Africano)

RESUMO

O Sistema Interligado Nacional (SIN), singular pelo seu nível de contribuição de fontes renováveis e caracterizado como hidrotérmico, é regido de acordo com o planejamento da operação. Levando em conta custo nulo para a geração de origem hidráulica, e custo elevado devido ao alto preço dos combustíveis empregados para a geração térmica, o objetivo econômico do planejamento da operação é substituir sempre que possível a geração de origem térmica por geração de origem hidráulica. Devido à complexidade para resolução do despacho hidrotérmico, é apresentado nessa dissertação o *software* dhoVisual com um modelo de otimização não linear, baseado na altura de queda das hidrelétricas com reservatório, que toma a decisão mais apropriada para a operação do SIN em cada período considerado. Para isso, foi adotado o método de Pontos Interiores comparando casos otimizados de forma não linear com casos otimizados linearmente.

Palavras-chave: Despacho hidrotérmico. Métodos de pontos interiores. Programação não Linear.

ABSTRACT

The National Interconnected System (SIN), unique for its level of contribution from renewable sources and characterized as hydrothermal, is regulated in accordance with the planning of the operation. Taking into account no cost for the generation of hydroelectric and high cost due to the high price of fuel used for heat generation, the economic objective of the planning of the operation is always to replace, as possible, the generation of thermal generation by generation of hydraulic origin. Concerning the complexity to solve the hydrothermal dispatch, it will be presented in this dissertation the dhoVisual software with a nonlinear optimization model based on the head variation of hydropower with reservoir, taking the most appropriate decision for SIN operation in each period considered. For this, it was adopted the Interior Point method comparing optimized cases of non-linearity with cases optimized linearly.

Keywords: Hydrothermal dispatch. Interior point methods. Nonlinear programming.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Representação dos Empreendimentos em Operação	19
Figura 2 – Evolução da demanda de energia e da taxa de crescimento econômico	20
Figura 3 – Tomada de decisão.....	21
Figura 4 – Diagrama do SIN.	40
Figura 5 – Diagrama das interligações entre as regiões.	41
Figura 6 - Diagrama do SIN adotado.....	42
Figura 7 – Característica hidrológica entre os subsistemas do Brasil	43
Figura 8 – Composição do custo total.	44
Figura 9 – Diagrama do funcionamento da programação dinâmica estocástica.	46
Figura 10 – Cadeia de coordenação hidrotérmica adotada na operação do SIN	47
Figura 11 – Estrutura da usina hidroelétrica.....	52
Figura 12 – Estrutura da usina termelétrica.....	55
Figura 13 – Distribuição esquemática do problema implementado	56
Figura 14 – Ambiente Cenário	62
Figura 15 – Ambiente Método de Solução.....	64
Figura 16 – Ambiente Pesquisa – Hidrelétricas	65
Figura 17 – Ambiente Pesquisa – Termelétricas	66
Figura 18 – Ambiente Pesquisa – Cascata	67
Figura 19 – Ambiente Relatórios	68
Figura 20 – Aba Hidrologia.....	69
Figura 21 – Mercado por subsistema.....	71
Figura 22 – Pequenas Gerações por subsistema.....	72
Figura 23 – Geração Hidráulica por subsistema: (a) Linear; (b) Não linear	73
Figura 24 – Geração Térmica por subsistema:(a) Linear; (b) Não linear.....	74
Figura 25 - Intercâmbio por subsistema:(a) linear; (b) não linear.....	75
Figura 26 - Custo por subsistema:(a) linear; (b) não linear.....	76
Figura 27 - Operação de Sobradinho:(a) linear; (b) não linear.....	77
Figura 28 - Geração Hidráulica por subsistema:(a) linear; (b) não linear	80
Figura 29 - Geração Térmica por subsistema:(a) linear; (b) não linear.....	81
Figura 30 - Déficit por subsistema:(a) linear; (b) não linear	82
Figura 31 - Intercâmbio por subsistema:(a) linear; (b) não linear.....	83

Figura 32 - Custo por subsistema:(a) linear; (b) não linear	84
Figura 33 - Operação de Sobradinho:(a) linear; (b) não linear.....	85
Figura 34 - Volume Armazenado total do sistema – hidrologia 1990-1995	89
Figura 35 - Volume Armazenado do sistema – hidrologia 1952-1957	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Empreendimentos em Operação.....	19
Tabela 2 – Dados de Otimização para Hidrologia 1990-1995	79
Tabela 3 - Dados de Otimização para Hidrologia 1952-1957	87

LISTA DE ACRÔNIMOS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco
CGH	Centrais Geradoras Hidrelétricas
dho	Despacho Hidrotérmico Ótimo
EOL	Centrais Geradoras Eólicas
FCF	Função Custo Futuro
$FC_{máx}$	Fator de capacidade máxima
GEVAZP	Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões Periódicas
GH	Geração Hidráulica [MW _{méd}]
GT	Geração Térmica [MW _{méd}]
GUIDE	<i>Graphics User Interface Design Environment</i>
IP	Indisponibilidade Programada
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
LDSP	Laboratório Digital de Sistemas de Potência
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDDD	Programação Dinâmica Dual Determinística
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
PI	Pontos interiores

PL	Programação Linear
PNL	Programação Não-Linear
PREVIVAZ	Modelos computacionais para previsão de afluências diárias, semanais e mensais
Q	Volume turbinado [Hm ³]
SEB	Sistema Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Interligado Nacional
TEIF	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada
UFV	Centrais Geradoras Solar Fotovoltaicas
UHE	Usinas Hidrelétricas
UTE	Usinas Termelétricas
UTN	Usinas Termonucleares
A	Matriz com os coeficientes das restrições de igualdade
$A_{i,t}$	Volume da afluência natural do reservatório i durante o período t [Hm ³];
b	Vetor com os coeficientes das restrições de igualdade
C	Vetor custo constituído pelos valores dos combustíveis utilizados nas Usinas Termelétricas (UTE's) e pelo valor do déficit do subsistema
C_{alt}	Custo da alternativa [R\$];
c_j	Custo de toda geração térmica e possíveis déficits no mês j [R\$];
d^k	Direção de Newton
$DEF_{k,t}$	Déficit de energia do subsistema k durante o período t [MWmé];
e	$(1, 1, \dots, 1)^T$
$E_{i,t}$	Volume evaporado do reservatório i durante o período t [Hm ³];

$f(x)$	Função Objetivo
$GH_{i,k,t}$	Geração da i -ésima usina hidrelétrica do subsistema k durante o período t [MWméd]
$GT_{j,k,t}$	Geração da j -ésima usina térmica do subsistema k durante o período t [MWméd]
\bar{h}	Limite superior sobre as variáveis de decisão
\underline{h}	Limite inferior sobre as variáveis
H_{liq}	Altura de queda líquida do reservatório [m]
i	Taxa de juros, escolhida pelo usuário no ambiente cenário [%]
I	Matriz identidade
$I_{i,t}$	Volume retirado para irrigação do reservatório i durante o período t [Hm ³]
$INT_{n,k,t}$	Intercâmbio de energia do subsistema n para o subsistema k durante o período t [MWméd]
j	Mês em questão
$J(x)$	Matriz Jacobiana
$L_{k,t}$	Carga do subsistema k durante o período t abatida das pequenas gerações [MWméd]
$L(y, \mu_k)$	Função de Lagrange
M_i	Conjunto de usinas hidrelétricas imediatamente à montante da usina i
n	Número de meses da simulação
NH_k	Número de usinas hidrelétricas do subsistema k
NT_k	Número de usinas térmicas do subsistema k
P_{CJ}	Polinômio Cota Jusante

P_{CM}	Polinômio Cota Montante
P_H	Perdas Hidráulicas
Q_{defl}	Volume defluente [Hm ³]
$Q_{i,t}$	Volume turbinado do reservatório i durante o período t [Hm ³]
s	Vetor de variável de folga
$S_{i,t}$	Volume vertido do reservatório i durante o período t [Hm ³]
S	Matriz diagonal de s
$T_{i,t}$	Volume retirado para transposição do reservatório i durante o período t [Hm ³]
v	Multiplicador de Lagrange do limite superior
\hat{u}	$v + \pi$
\hat{V}	Matriz diagonal de \hat{u}
$V_{i,t}$	Volume no reservatório i durante o período t [Hm ³]
V_{med}	Variação Média do Volume Armazenado no Mês [Hm ³]
x	Vetores variáveis de decisão
y	Vetor aglomerado (s, z, π, v, x, λ)
z	Vetor de variável de excesso
Z	Matriz diagonal de z
α_k^D	Passo Dual na direção de Newton
α_k^P	Passo primal na direção de Newton
γ	Fator de segurança
Δ_y	Correções da direção de busca de Newton

Δy	Direções de Newton
Δy_{af}	Direção pura de Newton
Δy_{ce}	Direção de centralização
Δy_{co}	Direção corretora
ε	Tolerância de convergência
λ	Multiplicador de Lagrange de igualdade
μ	Parâmetro de barreira
π	Multiplicador de Lagrange do limite inferior
Π	Matriz diagonal de π
ρ	Produtividade $[MWméd/Hm^3]$
ρ_{esp}	Produtividade específica da usina hidrelétrica $[MW/m^3/s/m]$
ρ_k	Resíduo das condições de complementaridade
σ	Parâmetro de centralização
Ω_k	Conjunto de subsistemas diretamente conectado ao subsistema k ;
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
∇	Gradiente
$\nabla^2 L$	Hessiana do Lagrangeano

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Objetivo.....	22
1.2	Estrutura do Trabalho.....	23
2	CONCEITOS MATEMÁTICOS GERAIS	24
2.1	Programação Não Linear	24
2.2	Método de Penalidade e Barreira	25
2.3	Método de Newton para Sistema de Equações Não Lineares.....	26
2.4	Métodos de Pontos Interiores.....	27
2.4.1	Método Primal Dual de PI com Barreira Logarítmica para PNL	27
2.4.2	Método Primal Dual Preditor Corretor de PI com Barreira Logarítmica para PNL ..	33
2.5	Método Prático	37
3	OPERAÇÃO DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL	39
3.1	Sistema Interligado Nacional - SIN	39
3.1.1	Subsistema Considerado no Brasil.....	40
3.2	Planejamento da Operação.....	42
3.3	Custo Total.....	44
3.4	Sistema equivalente e modelos adotados pelo setor elétrico	45
3.4.1	Sistema Equivalente	45
3.4.2	Modelos do SIN	45
4	MODELAGEM PROPOSTA	50
4.1	Usina Hidrelétrica	50
4.2	Usina Termelétrica.....	54
4.3	Modelagem do Problema	56
4.3.1	Balanco Hidráulico	57
4.3.2	Balanco Energético	58

4.3.3 Restrições	59
4.3.4 Resumo do Modelo	60
5 dhoVisual	61
5.1 Ambiente Cenário	61
5.2 Ambiente Método de Solução.....	63
5.3 Ambiente Pesquisa.....	65
5.4 Ambiente Relatórios	67
5.5 Eólicas	69
5.6 Aba Hidrologia.....	69
6 ESTUDO DE CASO	70
6.1 Considerações do Sistema.....	70
6.1.1 Parque hidrotérmico	70
6.1.2 Mercado a ser atendido	70
6.1.3 Pequenas Gerações.....	72
6.2 Resultados	72
6.2.1 Hidrologia 1990-1995	73
6.2.2 Hidrologia 1952-1957	80
7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	88
7.1 Conclusões	88
7.2 Trabalhos Futuros	90

CAPÍTULO 1

4 INTRODUÇÃO

Os recorrentes problemas de seca e o gerenciamento integrado dos recursos hídricos do Brasil têm sido alvos constantes de discussões econômicas, sociais e políticas. Sendo o país hoje fundamentado eletricamente em cerca de 61,13% em hidroelétricas e com previsão de expansão, como pode-se ver na Tabela 1 e na Figura 1, é natural uma maior preocupação e dedicação para aperfeiçoar os sistemas de geração e operação (ANEEL,2015).

Tabela 1 - Empreendimentos em Operação

Tipo	Quantidade	Potência Outorgada (kW)*	Potência Fiscalizada (kW)**	%
CGH	553	422.905	424.809	0,3
EOL	349	8.533.268	8.486.292	5,97
PCH	458	4.843.257	4.826.965	3,39
UFV	38	26.933	22.933	0,02
UHE	203	89.490.541	86.917.668	61,1
UTE	2.884	41.281.277	39.520.105	27,8
UTN	2	1.990.000	1.990.000	1,4
Total	4.487	146.588.181	142.188.772	100

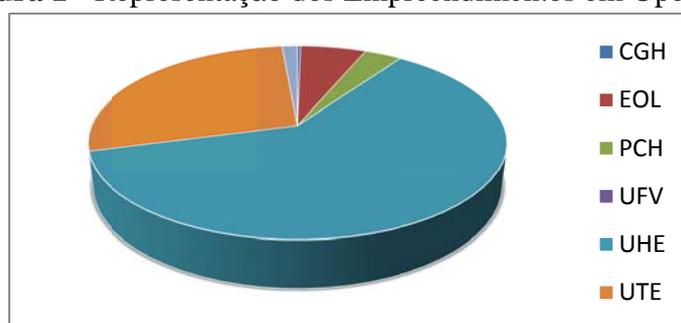
*Potência das usinas que recebem o Ato de Outorga (Concessão, Permissão ou Registro) e ainda não iniciaram suas obras.

**Potência das usinas a partir da operação comercial da primeira unidade geradora.

Legenda

<i>CGH - Central Geradora Hidrelétrica</i>	<i>UHE - Usina Hidrelétrica</i>
<i>EOL- Usina Eolielétrica</i>	<i>UTE - Usina Termelétrica</i>
<i>PCH - Pequena Central Hidrelétrica</i>	<i>UTN - Usina Termonuclear</i>
<i>UFV - Usina Solar Fotovoltaica</i>	

Figura 1 - Representação dos Empreendimentos em Operação

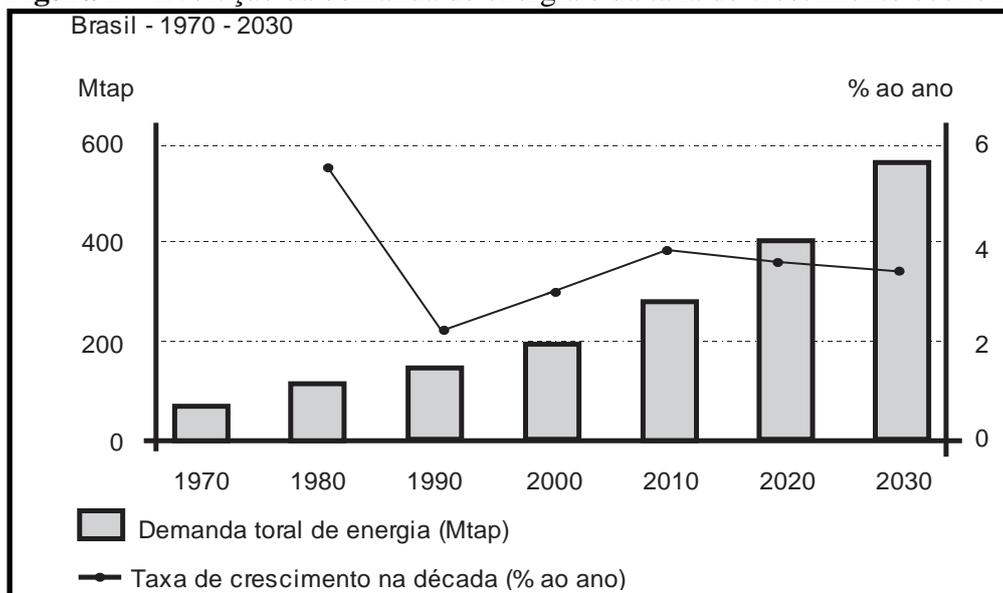


Fonte: Operador Nacional do Sistema (ONS), 2016

(THEIS, 1990) faz uma correlação entre crescimento econômico e demanda energética afirmando que “o processo de desenvolvimento econômico é o processo de utilização de mais energia para aumentar a produtividade e a eficiência do trabalho humano. De fato, um dos melhores indícios da riqueza de uma população é a quantidade de energia que ela consome por pessoa”.

Associando aos estudos de Theis (1990), observa-se que em meados do século XX, a instalação das barragens para a construção de usinas passou a ter uma maior relevância na produção de energia (MELLO *et al*, 2011). Isto se explica pela busca da retomada do crescimento econômico no país, em uma tentativa de superar a crise da década de 1980, considerada uma década perdida para a economia brasileira, Figura 2:

Figura 2 – Evolução da demanda de energia e da taxa de crescimento econômico



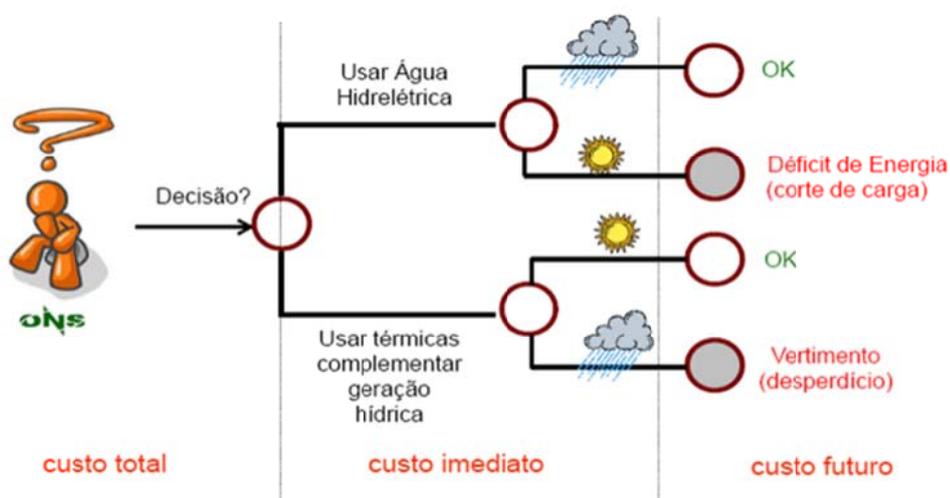
Fonte: EPE

Único pelo seu inédito nível de contribuição de fontes renováveis, o sistema brasileiro apresenta custo de combustível nulo para a geração de origem hidrelétrica, e tem a complementação de sua demanda por geração alternativa (solar, eólica e etc.) e principalmente de origem termelétrica, que apresenta um custo elevado devido ao alto custo do combustível empregado. O objetivo econômico do planejamento da operação é, portanto, substituir sempre que possível a geração de origem térmica por geração de origem hidráulica. Mas sendo os recursos hidrelétricos de geração, representados pela água armazenada nos reservatórios, limitados, sua disponibilidade em um dado momento depende do grau de sua utilização anterior, o que estabelece uma ligação entre as decisões

operativas no tempo. Essa particularidade caracteriza o planejamento da operação como “dinâmico”.

A questão que se coloca ao operador é: quanto utilizar dos recursos hidrelétricos disponíveis no presente de modo a assegurar a menor complementação térmica no presente e no futuro, Figura 3. A decisão ótima deverá equilibrar o compromisso entre o benefício presente do uso da água para geração hidrelétrica e o benefício esperado no futuro advindo do seu armazenamento, tudo medido em termos de economia de combustível termelétrico (SOARES, 1987).

Figura 3 – Tomada de decisão.



Fonte: ONS, 2016.

Outros fatos que podem ser tidos como dificuldades para o planejamento da operação ótima são:

- Acoplamento operativo entre usinas hidrelétricas em uma mesma bacia hidrográfica. Ou seja, diferentemente do parque termelétrico, cujas unidades são independentes entre si, há uma interconectividade de geração do parque hidrelétrico. A quantidade total de energia gerada em uma usina hidrelétrica não se deve somente à água existente em seu próprio reservatório, mas também devido à água represada nos reservatórios de outras usinas a montante e a jusante (ANEEL, 2005).

- A “incerteza” sobre as vazões afluentes futuras e a demanda de energia, ambas são variáveis exógenas do sistema. A incerteza das vazões faz com que toda a operação corra o risco da ineficiência. Se a decisão for manter os reservatórios cheios no presente prevendo um período futuro de estiagem e, ao contrário, ocorrer vazões elevadas, possivelmente será necessário verter o excedente de água, o que representa desperdício de energia. Por outro lado, se a decisão for usar a água armazenada no reservatório da usina no presente e vierem a ocorrer vazões moderadas no futuro, será necessário elevar a complementação térmica utilizando um maior número de termelétricas ou até mesmo caracterizar a necessidade de cortar a demanda através de políticas de racionamento. Da mesma forma, porém em menor grau, alterações da demanda de energia elétrica prevista provocam desajustes na operação ótima do sistema. Desse ponto de vista, o problema aqui abordado é essencialmente “estocástico” (SOARES, 1987).

As características de geração das usinas hidrelétricas assim como as termelétricas são “não lineares”, embora o modelo de planejamento de operação de médio prazo – NEWAVE utilizado no Brasil apresente, aqui simploriamente relatado, características lineares e simplifique o parque gerador hidrelétrico de cada região por um reservatório equivalente de energia.

Assim, pode-se dizer que o problema de planejamento da operação do sistema hidrotérmico brasileiro é classificado como um problema de otimização de um sistema dinâmico, interconectado, estocástico, não linear e de grande porte dado à extensão, a complexidade e o número de usinas que o Sistema Interligado Nacional (SIN) apresenta (SOARES, 1987).

4.1 Objetivo

Nessa dissertação é apresentado um modelo de otimização com não linearidade da altura de queda para o SIN, a fim de melhor representar a realidade. Devido ao porte, a não linearidade, à não convexidade e à variedade de restrições, o problema torna-se desafiador.

4.2 Estrutura do Trabalho

1 - Introdução

São mostrados a correlação entre o desenvolvimento da economia com a necessidade do avanço energético, as dificuldades do planejamento da operação do SIN e o objetivo deste trabalho.

2 – Conceitos Matemáticos Gerais

Traz alguns conceitos matemáticos gerais para o entendimento do trabalho, assim como a revisão dos métodos de Pontos Interiores (PI) implementados para o problema hidrotérmico.

3 – Operação do Sistema Interligado Nacional

Apresenta as características do SIN em relação à estrutura física e o sistema organizacional direcionado para o problema do planejamento de operação.

4 – Modelagem Proposta

É apresentada a modelagem proposta da dissertação associada aos métodos vistos no capítulo 2.

5 – dhoVisual

Apresentação do programa dhoVisual na versão não linear, o qual foi utilizado para este trabalho.

6 – Estudo de Caso

Traz os resultados numéricos do problema implementado no dhoVisual.

7 – Conclusões e Trabalhos Futuros

Apresenta as conclusões e comentários dos resultados do capítulo 6.

CAPÍTULO 2

5 CONCEITOS MATEMÁTICOS GERAIS

A otimização surgiu para auxiliar na tomada de decisões dos problemas no intuito de minimizar ou maximizar a solução. Em geral, um problema de otimização pode ser representado matematicamente pelas equações:

$$\text{Minimize } f(x) \tag{1}$$

$$\text{Sujeito a: } x \in \Omega \tag{2}$$

Sendo x um vetor com as variáveis de decisão, $f(x)$ a função escalar que representa um dado objetivo de otimização (*função objetivo*) e Ω o conjunto de restrições que o delimitam. Sendo o Ω a todo o \mathbb{R}^N , o problema é dito irrestrito.

O problema de otimização pode ser caracterizado de várias formas, como por exemplo, quanto à sua linearidade, continuidade, restrictibilidade, etc.. Mas, como o trabalho trata de um problema não linear restrito contínuo (será demonstrado mais à frente), os conceitos revisados serão focados nessas classes.

5.1 Programação Não Linear

A programação não linear (PNL) é caracterizada caso a função objetivo ou alguma das restrições apresentem comportamento não linear. Há uma grande diversidade de métodos de otimização para resolver problemas de PNL (NOCEDAL *et al*, 2006), (WRIGHT, 1997), (CONN *et al*, 2000) e (FLETCHER, 1987).

Como mencionada anteriormente, a representação (1) é uma forma geral de um problema de otimização. A diferença para a representação (2) é em relação às restrições, que nesse caso apresentam limites:

$$\text{Minimize } f(x) \tag{3}$$

$$\text{Sujeito a: } g(x) = 0 \tag{4}$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \tag{5}$$

Sendo x o mesmo vetor da representação (1), mas agora sujeito a limites mínimos \underline{x} e máximos \bar{x} e o $g(x) \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ a função das restrições de igualdade.

5.2 Método de Penalidade e Barreira

São procedimentos para resolver problemas de otimização restritos como uma sequência de problemas irrestritos. Nos métodos de penalidades, é adicionada na função objetivo um termo que incorpora um alto custo para violações das restrições. Em LUENBERGER (2005) são apresentadas as propriedades básicas destes. Na prática, quando o parâmetro penalidade é muito grande, os resultados computacionais obtidos na resolução dos problemas irrestritos associados podem não ser confiáveis (FLETCHER, 1986).

Já no caso dos métodos de barreiras, adiciona-se um termo que favorece pontos interiores à região viável em relação aos pontos que estão próximos da fronteira da região. É criada a *função de barreira*, a qual é uma combinação da função objetivo original e uma soma ponderada de funções com uma singularidade positiva na fronteira das restrições. Quando o peso atribuído às singularidades aproxima-se de zero, o mínimo da função de barreira aproxima-se do mínimo do problema original. Como as aproximações sucessivas da solução são sempre estritamente viáveis, também são chamados *métodos de Pontos Interiores (PI)* (FRIEDLANDER, 1994).

O primeiro método de Pontos Interiores conhecido é o método da Barreira Logarítmica, desenvolvido por (FRISCH, 1955), que na década de 60 foi estudado por (FIACCO *et al*, 1968) a fim de resolver problemas não lineares com restrições de desigualdade. Porém, o uso da função barreira não era satisfatório devido a problemas como:

- Mal condicionamento da matriz Hessiana da função barreira quando o parâmetro de penalidade tende a zero;
- Dificuldade na escolha do parâmetro barreira e de uma solução inicial;
- Aumento ilimitado da função barreira na vizinhança da fronteira.

KARMAKAR (1984) desenvolveu um algoritmo para resolver problemas de programação linear (PL) com complexidade polinomial. Após isso, houve a extensão de

alguns métodos, para a real aplicação da programação não linear (AKROTIRIANAKIS *et al*, 1997), (EL-BAKRY, 1996), (GRANVILLE, 1994) e (VANDERBEI *et al*, 1999).

5.3 Método de Newton para Sistema de Equações Não Lineares

O método de Newton é um método iterativo que reduz a resolução de um sistema de n equações não lineares com n incógnitas à resolução de uma sequência de sistemas de equações lineares. Boas referências para este método são (LUENBERGER, 2005), (MARTÍNEZ *et al*, 1995) e (NOCEDAL *et al*, 2006).

Dada $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ não linear, $F = (f_1, \dots, f_n)^T$ deseja-se encontrar a solução de $F(x) = 0$. Supondo que F é bem definida e possui derivadas parciais contínuas em um conjunto aberto em \mathbb{R}^n , $J(x)$ denotará a matriz das derivadas parciais de F , chamada de matriz Jacobiana:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dada uma estimativa inicial x^0 para a solução, o método de Newton considera a cada iteração a aproximação (7) e calcula d^k como solução do sistema linear $L_k(x) = 0$:

$$L_k(x) = F(x^k) + J(x^k)(x - x^k) \quad (7)$$

$$d^k = (x - x^k) \quad (8)$$

Assim, se $J(x^k)$ é não singular, uma iteração do método de Newton pode ser descrita por:

$$J(x^k) * d^k = -F(x^k) \quad (9)$$

$$x^{k+1} = x^k + d^k \quad (10)$$

Se $J(x^k)$ é não singular e a estimativa inicial x^0 estiver próxima o suficiente da solução, tem-se que o método de Newton converge quadraticamente (MARTÍNEZ *et al*, 1995).

5.4 Métodos de Pontos Interiores

Os métodos de pontos interiores (PI) são tidos hoje como umas das técnicas mais eficientes de solução de problemas práticos de otimização. É uma ferramenta que passou a ser utilizada com maior interesse a partir de (KARMAKAR, 1984), mas que teve seu princípio em (FRISCH, 1955), que é um método de barreira logarítmica, posteriormente desenvolvido por (FIACCO *et al*, 1968) e em (DIKIN, 1967) com o método “Dual Affine Scaling”.

Inicialmente dominada pelo método simplex de George Dantzig, cujo atrativo era a forma inteligente de busca da solução ótima de programação linear, o método de ponto interior surgiu a partir da necessidade de redução do número de iterações, que crescem exponencialmente em função das n variáveis e m restrições do problema. Em (YE, 1997) e (QUINTANA *et al*, 1997) são apresentados uma introdução e análise dos diferentes métodos de pontos interiores.

Os métodos de pontos-interiores são usualmente classificados em três categorias principais:

- Métodos de projeção;
- Métodos de escalamento afim;
- Métodos primal-dual.

Entre os métodos propostos na literatura de PI, a categoria do primal-dual aparece como a mais simples e natural, e tem sido objeto de intensa pesquisa ao longo dos anos, tendo sua denominação decorrente do fato que os problemas primal e dual são resolvidos ao mesmo tempo, como é explicado por TORRES (2001).

Essa categoria vem sendo aplicada em diversas classes de problemas de programação quadrática, programação semi-definida e até mesmo programação não-linear. Por isso, o método primal-dual é o escolhido para a implementação do problema.

5.4.1 Método Primal Dual de PI com Barreira Logarítmica para PNL

O método primal-dual para PNL é análogo, pode-se dizer assim, ao de PL, onde se caracteriza por calcular as direções de busca primal e dual do problema mediante variações do método de Newton aplicado às condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de forma a

garantir que as variáveis não negativas permaneçam estritamente positivas. Ao propor a aplicação simultânea desse método com o método de barreira logarítmica,(MEGIDDO, 1989), introduziu o método primal-dual de barreira logarítmica.

Tomando como base a forma geral de um modelo de otimização, apresentada no tópico 2.1, e a analogia feita no parágrafo anterior, adota-se o seguinte modelo matemático para a implementação, levando em conta as condições de positividade restrita para todo $x > 0$ tratadas implicitamente no cálculo do comprimento de passo:

$$\text{Minimize } f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad (11)$$

$$\text{Sujeito a: } g(x) = 0 \quad (12)$$

$$\underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \quad (13)$$

Sendo a restrição μ_k o parâmetro de barreira que decresce para zero a medida que a iteração k progride.

O algoritmo primal-dual de PI para resolver o problema de PNL opera sobre um problema modificado que emerge quando transformamos todas as desigualdades do sistema (11), (12) e (13) em igualdades, através da adição do vetor de variável de folga $s \geq 0$ e do vetor de variável de excesso $z \geq 0$ (TORRES *et al*, 1998a) e (VANDERBEI *et al*, 1999) da seguinte forma:

$$\begin{cases} \underline{h} - h(x) \leq 0 \\ \bar{h} - h(x) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{h} - h(x) + s = 0 \\ \bar{h} - h(x) - z = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Manipulando as equações (11) - (14) e incorporando as condições de não-negatividade $(s, z) \geq 0$ na barreira logarítmica:

$$\text{Minimize } f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^n (\ln(s_i) + \ln(z_i))$$

$$\text{Sujeito a: } g(x) = 0 \quad (15)$$

$$-s - z + \bar{h} - \underline{h} = 0$$

$$-h(x) - z + \bar{h} = 0$$

Dessa forma, a dimensão do problema implementado será modificada, e as variáveis não negativas serão penalizadas através da barreira logarítmica (FRIEDLANDER, 1994).

As condições necessárias de otimalidade para se ter um vetor solução primal-dual com restrições de igualdades, com μ_k fixo, podem ser derivadas da função de Lagrange $L(y, \mu_k)$ em relação ao sistema (15):

$$L(y, \mu_k) = f(x) - \mu_k \sum_{k=1}^n (\ln(s) + \ln(z)) - \lambda^T g(x) - \pi^T (-s - z + \bar{h} - \underline{h}) - v^T (-h(x) - z + \bar{h}) \quad (16)$$

Sendo:

y : Vetor aglomerado $(s, z, \pi, v, x, \lambda)$

λ : Multiplicador de Lagrange de igualdade;

π : Multiplicador de Lagrange do limite inferior;

v : Multiplicador de Lagrange do limite superior.

Um mínimo local de (15) é caracterizado por um ponto estacionário de $L(y, \mu_k)$, o qual deve satisfazer às condições de primeira ordem de KKT (NOCEDAL *et al*, 2006):

$$\nabla_S L(y, \mu_k) = \pi - \mu_k S^{-1} e = 0 \Rightarrow S\pi - \mu_k e = 0 \quad (17)$$

$$\nabla_Z L(y, \mu_k) = \hat{v} - \mu_k Z^{-1} e = 0 \Rightarrow Z\hat{v} - \mu_k e = 0 \quad (18)$$

$$\nabla_\pi L(y, \mu_k) = s + z - \bar{h} + \underline{h} = 0 \quad (19)$$

$$\nabla_v L(y, \mu_k) = h(x) + z - \bar{h} = 0 \quad (20)$$

$$\nabla_x L(y, \mu_k) = \nabla f(x) - J_{g(x)}^T \lambda + J_{h(x)}^T v = 0 \quad (21)$$

$$\nabla_\lambda L(y, \mu_k) = -g(x) = 0 \quad (22)$$

Sendo:

S : $\text{diag}(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)$;

Z : $\text{diag}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n)$;

e : $(1, 1, \dots, 1)^T$;

$\hat{v} = v + \pi$.

As condições (19) - (22) juntamente com $(s, z) \geq 0$ asseguram a viabilidade primal; a (21) juntamente com $(\pi, \hat{u}) \geq 0$ assegura a viabilidade dual; e as condições (17) e (18) são as condições de μ -complementaridade.

Uma iteração do método primal dual de PI para resolver (11) - (13) aplica, invariavelmente, um passo do método de Newton, na intenção de achar as raízes das equações do sistema (17) - (18), calcula o comprimento de passo na direção de Newton, atualiza as variáveis do problema e o parâmetro de barreira, e por fim, testa a convergência. Ao fim de cada iteração, caso as inviabilidades primal e dual e o resíduo de complementaridade atinjam valores pré-definidos, a solução encontrada é a ótima.

As direções de buscas de Newton, Δ_y , são usualmente aproximadas por uma só iteração do método de Newton para o sistema de KKT não linear apresentado. Quando tomamos os termos de primeira-ordem na aproximação em série de Taylor do sistema acima em torno do ponto y_k , obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_s \\ \Delta_z \\ \Delta_\pi \\ \Delta_v \\ \Delta_x \\ \Delta_\lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi - \mu_k e \\ Z\hat{u} - \mu_k e \\ s + z - \bar{h} + \frac{h}{\bar{h}} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla f(x) - J_{g(x)}^T \lambda + J_{h(x)}^T v \\ -g(x) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Onde Π é a matriz diagonal de π , \hat{V} a matriz diagonal de \hat{u} , I a matriz identidade e $\nabla^2 L_{xx}$ é a Hessiana do Lagrangeano envolvendo as Hessianas da função objetivo $\nabla^2 f(x)$ e das restrições $\nabla^2 g(x)$ e $\nabla^2 h(x)$:

$$\nabla^2 L_{xx} = \nabla^2 f(x) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla^2 g_j(x) + \sum_{j=1}^p v_j \nabla^2 h_j(x) \quad (24)$$

Uma vantagem do método primal-dual é o uso de comprimentos de passos distintos no espaço primal e dual, o que é eficaz, reduzindo o número de iterações para a convergência. Embora para PNL a interdependência de variáveis primais e duais presentes na condição de viabilidade dual (21) não permitem rigorosamente o uso de comprimento de passos distintos nos espaços primal e dual, na prática, o uso de um comprimento de passo comum ou distinto têm bons desempenhos.

Os comprimentos de passo Primal α_k^P e Dual α_k^D na direção de Newton, que são escolhidos independentemente e de forma que cada componente do vetor primal (s, z) e do vetor dual (π, v) permaneça estritamente positivo, são calculados a partir do menor dos máximos comprimentos de passos (TORRES *et al*, 1998a) e (GRANVILLE, 1994):

$$\alpha_k^P = \min \left\{ 1, \gamma * \min_i \left\{ -\frac{s_i^k}{\Delta s_i} \Delta s_i < 0, -\frac{z_i^k}{\Delta z_i} \Delta z_i < 0 \right\} \right\} \quad (25)$$

$$\alpha_k^D = \min \left\{ 1, \gamma * \min_i \left\{ -\frac{\pi_i^k}{\Delta \pi_i} \Delta \pi_i < 0, -\frac{v_i^k}{\Delta v_i} \Delta v_i < 0 \right\} \right\} \quad (26)$$

Em que os escalares α_k^P e $\alpha_k^D \in (0,1]$ e $\gamma \in (0,1)$ é um fator de segurança para melhorar a convergência e assegurar que o próximo ponto satisfará às condições de estrita positividade e não somente não-negativas (FIACCO *et al*, 1968) (WU *et al*, 1994). Um valor típico utilizado é 0,99995 (TORRES *et al*, 1998a) e (GRANVILLE, 1994).

Uma vez que a direção de busca e os passos Primal e Dual são obtidos, pode-se atualizar as variáveis do problema:

$$\begin{aligned} s_{k+1} &= s_k + \alpha_k^P \Delta s \\ z_{k+1} &= z_k + \alpha_k^P \Delta z \\ x_{k+1} &= x_k + \alpha_k^P \Delta x \\ \pi_{k+1} &= \pi_k + \alpha_k^D \Delta \pi \\ \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \alpha_k^D \Delta \lambda \\ v_{k+1} &= v_k + \alpha_k^D \Delta v \end{aligned} \quad (27)$$

Ao que diz respeito ao parâmetro de barreira, na k-ésima iteração, o resíduo de complementaridade (BARBOZA, 2006), (MARIANO, 2006) e (BOCANEGRA, 2005) é obtido por:

$$\rho_k = s_k^T \pi_k + z_k^T \hat{u}_k \quad (28)$$

O ρ_k estima a distância entre os problemas primal e dual em cada iteração e tem sua sequência convergindo para zero à medida que a solução se aproxima da ótima. Sua relação com μ_k é implícita em (17) e (18) na forma

$$\rho_k = \sum_{i=1}^p s_i \pi_i + \sum_{i=1}^p z_i \hat{v}_i = s^T \pi + z^T \hat{v} = 2p\mu_k \quad (29)$$

sugerindo que μ_k pode ser reduzido em função do decréscimo do resíduo de complementariedade da seguinte forma:

$$\mu_{k+1} = \sigma \frac{\rho_k}{2p} \quad (30)$$

Em que $2p$ representa o número total de condições de otimalidade, $\sigma \in (0,1)$, denominado de parâmetro de centralização, é o decréscimo esperado ρ_k , mas não necessariamente realizado (OLIVEIRA,2008). Caso $\sigma = 1$, então o sistema de KKT define uma direção de centralização, um passo em direção a um ponto na trajetória de barreira. No outro extremo, $\sigma = 0$ fornece o passo de Newton puro, conhecido como direção affine-scaling. Para compensar os objetivos de melhorar a direção central e reduzir o parâmetro de barreira, σ é escolhido dinamicamente (TORRES *et al*, 1998a):

$$\sigma^{k+1} = \max\{0,95\sigma^k, 0,1\} \text{ com } \sigma^0 = 0,2 \quad (31)$$

Por fim, para testar a convergência do problema, é necessário satisfazer simultaneamente:

$$\max\{\max\{\underline{h} - h(x_k)\}, \max\{h(x_k) - \bar{h}\}, \|g(x_k)\|_\infty\} < \varepsilon_1 \quad (32)$$

$$\frac{\|\nabla f(x_k) - J_{g(x_k)}^T \lambda + J_{h(x_k)}^T v_k\|_\infty}{1 + \|x_k\|_2 + \|\lambda_k\|_2 + \|v_k\|_2} < \varepsilon_1 \quad (33)$$

$$\frac{\rho_k}{1 + \|x_k\|_2} < \varepsilon_2 \quad (34)$$

Em que (32), (33) e (34) representam, respectivamente, a viabilidade primal, dual e as condições de complementariedade. ε_1 e ε_2 são as tolerâncias de convergência típicas, que nesse trabalho foram consideradas 0,1.

5.4.2 Método Primal Dual Preditor Corretor de PI com Barreira Logarítmica para PNL

O sistema (23) apresentado no método primal dual de pontos interiores com barreira logarítmica é a parte mais onerosa computacionalmente. O cálculo da direção Δy envolve a fatorização da matriz dos coeficientes do sistema (23) e a solução de dois sistemas triangulares utilizando essa fatorização. Como a fatorização da matriz é muito mais onerosa do que a solução de dois sistemas triangulares, acreditou-se ser possível melhorar o desempenho do algoritmo PI por meio da redução do número total de fatorizações de matrizes a um mínimo necessário, mesmo com o inconveniente de algum acréscimo no custo de uma única iteração. Essa é a ideia central para o método preditor-corretor introduzido por Kojima, Mizuno e Yoshise, e posteriormente desenvolvido por Mehrotra (MEHROTRA, 1992) e (TORRES, 2001).

O que faz a técnica de Mehrotra ser altamente eficaz computacionalmente é que uma direção de busca muito mais efetiva é obtida pela resolução de dois sistemas lineares na mesma iteração. Essas soluções, conhecidas como os passos preditor e corretor, envolvem a mesma matriz de coeficientes de dois vetores independentes diferentes. Portanto, apenas uma fatorização de matriz é requerida; conseqüentemente, há pouco trabalho adicional para calcular o passo corretor se reutilizarmos a fatorização de matriz do passo preditor (TORRES, 2001).

Para obtermos o algoritmo preditor-corretor de Mehrotra, em vez de aplicarmos o método de Newton ao sistema (23) para obtermos a correção Δy para y_k , substituímos o novo ponto

$$y_{k+1} = y_k + \alpha_k \Delta y \quad (35)$$

diretamente nas condições de KKT para obtermos a aproximação

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_s \\ \Delta_z \\ \Delta_\pi \\ \Delta_v \\ \Delta_x \\ \Delta_\lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ Z\hat{v} \\ \nabla_\pi L \\ \nabla_v L \\ \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_k e \\ \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta S \Delta \pi \\ \Delta Z \Delta \hat{v} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Em que $\Delta S = \text{diag} (\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_n)$, e $\Delta Z = \text{diag} (\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_n)$.

A maior diferença entre os sistemas de equações (23) e (36) é que o vetor do lado direito de sistema (36) não pode ser determinado de antemão por causa dos Δ – *termos* não-lineares $\Delta S \Delta \pi$ e $\Delta Z \Delta \hat{u}$. A direção Δy , que é obtida do sistema (36) consiste de três componentes:

$$\Delta y = \Delta y_{af} + \Delta y_{ce} + \Delta y_{co} \quad (37)$$

sendo cada componente determinado por um dos três vetores no lado direito de sistema (36). As três componentes de direções podem ser interpretadas da seguinte forma:

- Δy_{af} :

É uma direção “*affine-scaling*”, ou direção pura de Newton que é obtida quando é considerado $\mu_k = 0$ no sistema (23). Esta direção é responsável por reduzir as inviabilidades primal e dual e o resíduo de complementaridade, ou seja, pela “otimização”.

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{saf} \\ \Delta_{zaf} \\ \Delta_{\pi af} \\ \Delta_{vaf} \\ \Delta_{xaf} \\ \Delta_{\lambda af} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ Z\hat{u} \\ s + z - \bar{h} + \frac{h}{\mu_k} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla f(x) - J_{g(x)}^T \lambda + J_{h(x)}^T v \\ -g(x) \end{bmatrix} \quad (38)$$

- Δy_{ce} :

É uma direção de centralização, cujo tamanho é dado pelo parâmetro de barreira μ_k que é escolhido adaptativamente. Sua função é tentar manter o ponto corrente afastado do limite da região viável e idealmente próximo da trajetória de barreira, aumentando assim as chances de se dar um grande passo na iteração seguinte:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{sce} \\ \Delta_{zce} \\ \Delta_{\pi ce} \\ \Delta_{vce} \\ \Delta_{xce} \\ \Delta_{\lambda ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_k e \\ \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

- Δy_{co} :

É a direção corretora que ajuda a compensar algumas das não linearidades na direção “*affine-scaling*”. As direções Δy_{af} e Δy_{co} combinadas definem a direção de Newton que é calculada no sistema (23). Entretanto, para lidar com as não linearidades em (36), a direção Δy_{af} é calculada separadamente, e a priori, da direção Δy_{co} . Desta forma, pode-se escolher μ_{k+1} adaptativamente em vez de a priori, e aproximar os termos de segunda ordem $\Delta S \Delta \pi$ e $\Delta Z \Delta \hat{u}$:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{sco} \\ \Delta_{zco} \\ \Delta_{\pi co} \\ \Delta_{vco} \\ \Delta_{xco} \\ \Delta_{\lambda co} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta S \Delta \pi \\ \Delta Z \Delta \hat{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Uma iteração do método primal dual Preditor Corretor de PI para resolver a (2.23) é mostrado a seguir:

- **Passo Preditor**

Para determinar um passo que aproximadamente satisfaz (36), primeiro retira-se os μ_k - *termos* e os Δ - *termos* no lado direito e resolve-se para a direção “*affine-scaling*”:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{saf} \\ \Delta_{zaf} \\ \Delta_{\pi af} \\ \Delta_{vaf} \\ \Delta_{xaf} \\ \Delta_{\lambda af} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ Z\hat{u} \\ s + z - \bar{h} + \frac{h}{\mu} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla f(x) - J_{g(x)}^T \lambda + J_{h(x)}^T v \\ -g(x) \end{bmatrix} \quad (41)$$

A direção Δy_{af} é então utilizada em duas formas distintas: (i) para aproximar os Δ - *termos* no lado direito do (36) e (ii) para dinamicamente estimar o parâmetro de barreira μ_{k+1} .

Para essa estimativa, primeiro considera-se a regra padrão em (25) e (26) para o cálculo do comprimento de passo, determinando assim o passo α_{af} que seria dado se a direção Δy_{af} fosse de fato utilizada:

$$\alpha_{af}^P = \min \left\{ 1, \gamma * \min_i \left\{ -\frac{s_i^k}{\Delta s_i^{af}} \left| \Delta s_i^{af} < 0, -\frac{z_i^k}{\Delta z_i^{af}} \left| \Delta z_i^{af} < 0 \right. \right\} \right\} \quad (42)$$

$$\alpha_{af}^D = \min \left\{ 1, \gamma * \min_i \left\{ -\frac{\pi_i^k}{\Delta \pi_i^{af}} \left| \Delta \pi_i^{af} < 0, -\frac{v_i^k}{\Delta v_i^{af}} \left| \Delta v_i^{af} < 0 \right. \right\} \right\} \quad (43)$$

Segundo, calcula-se uma estimativa do resíduo de complementaridade por:

$$\rho_{af} = (s_k + \alpha_{af}^P \Delta s_{af})^T (\pi_k + \alpha_{af}^D \Delta \pi_{af}) + (z_k + \alpha_{af}^P \Delta z_{af})^T (\hat{v}_k + \alpha_{af}^D \Delta \hat{v}_{af}) \quad (44)$$

E finalmente, obtém-se uma estimativa μ_{af} para μ_{k+1} :

$$\mu_{af} = \min \left\{ \left(\frac{\rho_{af}}{\rho_k} \right)^2, 0, 2 \right\} \frac{\rho_{af}}{2p} \quad (45)$$

Este procedimento escolhe μ_{af} para ser pequeno se a direção Δy_{af} produz um decréscimo grande no resíduo de complementaridade, ou seja, se $\rho_{af} \ll \rho_k$, e escolhe μ_{af} grande, caso contrário.

- **Passo Corretor**

Em vez de se calcular a direção composta de $\Delta y_{ce} + \Delta y_{co}$ para adicionar a Δy_{af} e então se obter Δy , calcula-se a direção de Newton Δy de uma só vez:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & \mathcal{J}_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{J}_h^T & \nabla^2 L_{xx} & -\mathcal{J}_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathcal{J}_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta v \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi - \mu_{af}e + \Delta S \Delta \pi \\ Z\hat{v} - \mu_{af}e + \Delta Z \Delta \hat{v} \\ s + z - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla f(x) - \mathcal{J}_{g(x)}^T \lambda + \mathcal{J}_{h(x)}^T v \\ -g(x) \end{bmatrix} \quad (46)$$

Obtendo-se a direção Δy da Eq.(46), são obtidos, da mesma forma descrita anteriormente, os comprimentos de passos α_k^P e α_k^D pelo sistema (25) e (26), atualizadas as variáveis por (27) e o parâmetro de barreira por (30). Ao fim de cada iteração, caso as

inviabilidades primal e dual e o resíduo de complementaridade atinjam valores pré-definidos como mostrados nas equações (32), (33) e (34), a solução encontrada é a ótima.

Uma vez que os passos preditor e corretor são baseados sobre a mesma fatorização de matriz, o esforço adicional no método preditor-corretor está na solução do sistema linear extra para calcular a direção Δy_{af} , e no teste extra utilizado para calcular μ_{af} . Pelo fato do parâmetro de barreira ter sido calculado adaptativamente, o problema converge mais rapidamente para o ótimo, diminuindo o número de iterações e o tempo total de solução (TORRES, 2001).

5.5 Método Prático

A utilização de um dos métodos mostrados acima se torna uma ótima solução para resolução de problemas robustos. Contudo, para o problema de despacho hidrotérmico envolvendo todo o sistema interligado do Brasil, os métodos precisam de ajustes em sua resolução visando à redução do tempo de processamento.

Como apresentado em (TORRES, 1998b), considera-se a solução do sistema de KKT (17) - (22) como a solução de um sistema reduzido equivalente de equações de Newton em termos de x e λ , escrevendo o sistema da seguinte forma:

$$d(x, \lambda; \mu_k) = 0 \quad (47)$$

O processo para a transformação do sistema (17) - (22) em (47), dá-se eliminando algumas variáveis por meio de substituições. Inicia-se resolvendo o sistema (23) de Newton:

$$\Pi \Delta_s + S \Delta_\pi = -S\pi + \mu_k e \quad (48)$$

$$\hat{V} \Delta_z + Z \Delta_\pi + Z \Delta_v = -Z\hat{v} + \mu_k e \quad (49)$$

$$\Delta_s + \Delta_z = -s - z + \bar{h} - \underline{h} \quad (50)$$

$$\Delta_z + J_h \Delta_x = -h(x) - z + \bar{h} \quad (51)$$

$$J_h^T \Delta_v + \nabla^2 L_{xx} \Delta_x - J_g^T \Delta_\lambda = -\nabla f(x) + J_{g(x)}^T \lambda - J_{h(x)}^T v \quad (52)$$

$$-\mathcal{J}_{g(x)}\Delta_x = g(x) \quad (53)$$

Isolando (51) em termo de Δ_z e substituindo (50), tem-se:

$$\Delta_s = -s - \underline{h} + h(x) - \mathcal{J}_h\Delta_x \quad (54)$$

Isolando (48) em termo de Δ_π , e substituindo as equações (48) (50) e (51) em (49):

$$\Delta_v = \left[(Z^{-1} - S^{-1})\mu_k e - \hat{v} + \pi + Z^{-1}\hat{V}(h(x) + z - \bar{h}) + \Delta_x(Z^{-1}\hat{V}\mathcal{J}_h + S^{-1}\Pi\mathcal{J}_h) + S^{-1}\Pi(-s - \underline{h} + h(x)) \right] \quad (55)$$

Considerando que $h(x)$ para a formulação padrão é igual a x , e que a função objetivo é linear, tem-se:

$$\mathcal{J}_h = 1$$

$$\nabla^2 L_{xx} = - \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla^2 g_j(x)$$

Substituindo (55) em (52):

$$\overbrace{(Z^{-1}\hat{V} + S^{-1}\Pi + \nabla^2 L_{xx})}^{HH} \Delta_x - \mathcal{J}_{g(x)}^T \Delta_\lambda = \underbrace{-\nabla f(x) + \mathcal{J}_{g(x)}^T \lambda - (Z^{-1} - S^{-1})\mu_k e - Z^{-1}\hat{V}(x + z - \bar{h}) - S^{-1}\Pi(-s - \underline{h} + x)}_{GG} \quad (56)$$

Finalmente, o sistema linear reduzido utilizado na implementação pode ser expresso por:

$$\begin{bmatrix} HH & \mathcal{J}_{g(x)}^T \\ -\mathcal{J}_{g(x)} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_x \\ \Delta_\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} GG \\ g(x) \end{pmatrix} \quad (57)$$

De forma análoga, o método primal-dual preditor corretor de PI com barreira logarítmica pode ser obtido.

CAPÍTULO 3

6 OPERAÇÃO DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

6.1 Sistema Interligado Nacional - SIN

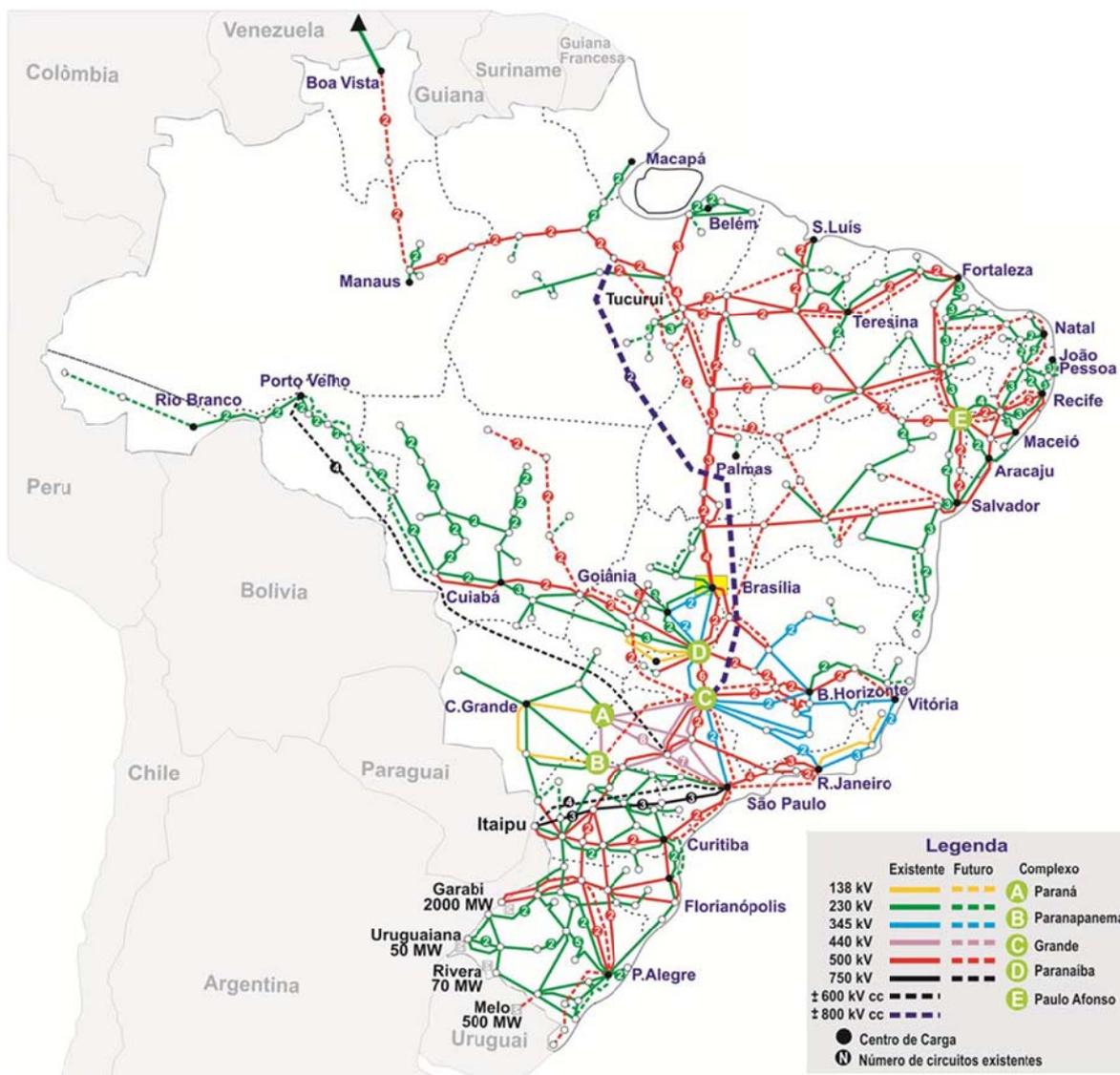
O SIN é um sistema de geração e transmissão de energia elétrica, com tamanho e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial, englobando empresas das regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e Norte e com forte predomínio de usinas hidrelétricas. Possui múltiplos proprietários, cujas instalações são operadas por empresas de natureza privada, pública e de sociedade mista, regulado e fiscalizado pela ANEEL, cabendo ao ONS sua coordenação e controle, de acordo com as disposições dos Procedimentos de Rede. Sua estrutura concentra aproximadamente 100.000 mil quilômetros de linhas nas tensões de 230, 345, 440, 500 e 750 kV (ONS, 2016).

Como exposto acima, o setor de transmissão é fortemente regulado por ser considerado um monopólio natural. Os equipamentos de transmissão podem ser descritos genericamente como intensivos em capital, robustos, de vida longa e não facilmente realocáveis. As linhas de transmissão cumprem o papel de levar a energia das usinas geradoras aos centros consumidores de energia.

A integração propicia benefícios como a operação de usinas hidrelétricas e termelétricas em regime de complementaridade, aproveitando melhor a água nas usinas hidrelétricas e o uso moderado de energia térmica, já que existe a possibilidade de troca de energia elétrica entre as regiões, ou seja, permite que sejam otimizados os custos através de grandes intercâmbios de energia. Dessa forma, a transmissão permite que o sistema elétrico opere com sinergia e confiabilidade (ONS, 2016).

A seguir, a Figura 4 ilustra, de forma esquemática, a configuração do SIN referente ao ano de 2013, assim como algumas instalações a serem implantadas até 2015.

Figura 4 – Diagrama do SIN.

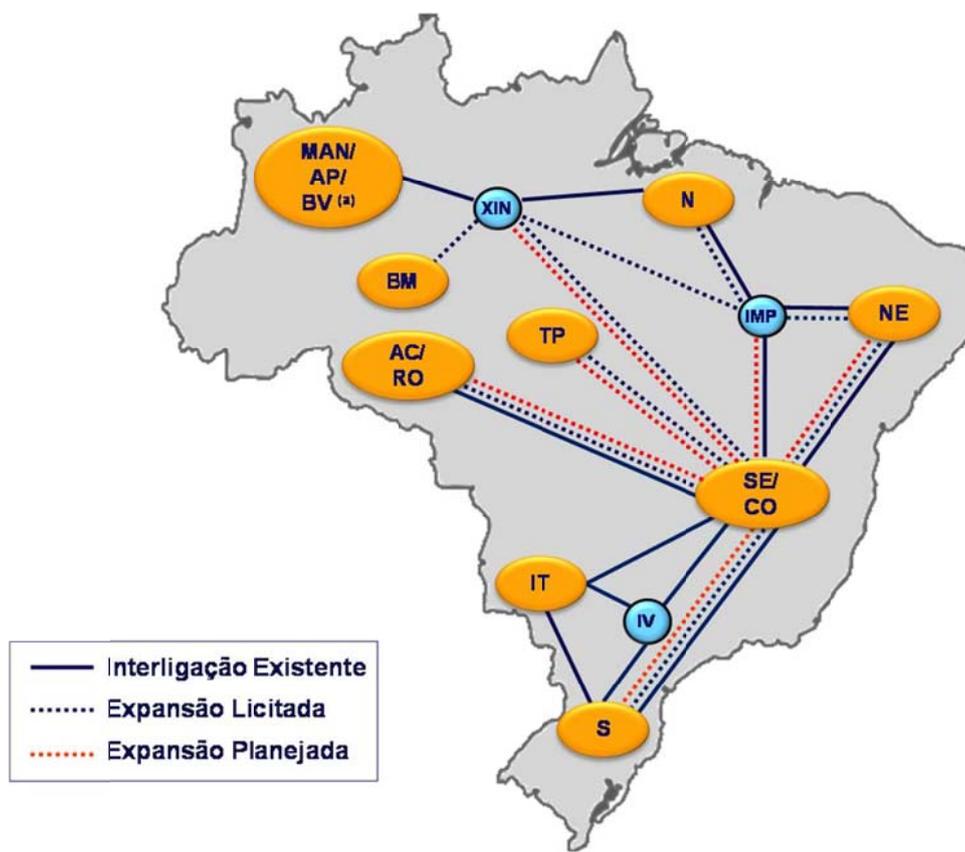


Fonte: Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE) 2024

6.1.1 Subsistema Considerado no Brasil

Como foi dito, o SIN possui extensões nas cinco regiões do Brasil, sendo a representação da sua interligação apresentada na Figura 5.

Figura 5 – Diagrama das interligações entre as regiões. PDE 2024



Legenda

<i>SE/CO - Sudeste/Centro-Oeste</i>	<i>IT - Itaipu</i>
<i>S - Sul</i>	<i>AC/RO - Acre/Rondônia</i>
<i>NE - Nordeste</i>	<i>BM - Belo Monte</i>
<i>N - Norte</i>	<i>TP - Teles Pires</i>
<i>MAN/AP/BV - Manaus/Amapá/Boa Vista</i>	<i>IMP - Imperatriz</i>
<i>IV - Ivaiporã</i>	<i>XIN - Xingu</i>

Fonte: PDE, 2016.

Mas no que diz respeito a esse trabalho, sua representação é composta por quatro regiões interligadas, também chamadas de áreas ou subsistemas, Figura 6.

Figura 6 - Diagrama do SIN adotado

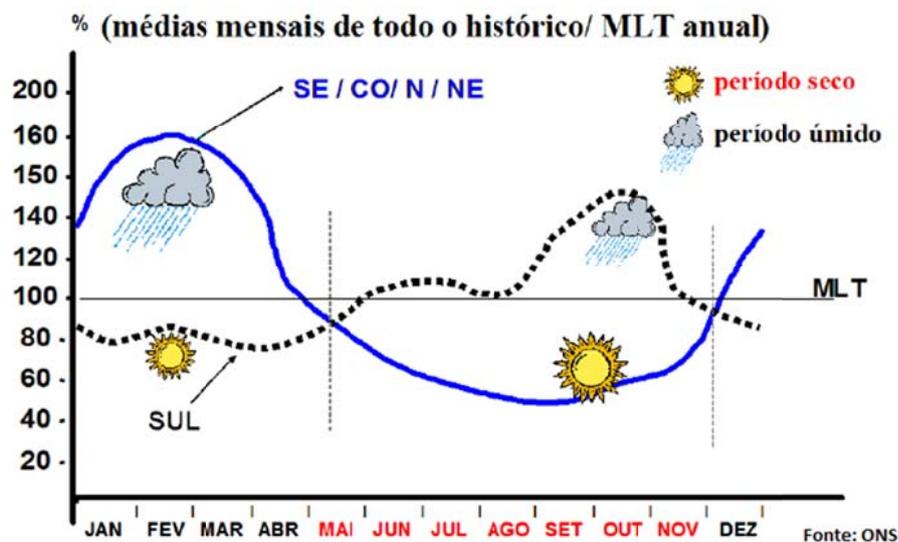
Fonte: ONS

6.2 Planejamento da Operação

O planejamento da operação de energia de um sistema hidrotérmico tem como objetivo principal obter uma política de geração hidráulica que minimize o custo esperado de operação ao longo do período planejado. Esse custo é composto pelo preço do combustível das térmicas, importações de sistemas vizinhos e possíveis déficits, ou seja, é o preço da complementação não hidráulica do sistema, já que o mesmo não possui matriz hidráulica suficiente. Em vigência, com relação ao déficit, o planejamento da operação trabalha com o percentual de 5% para o risco de déficit de energia (ONS, 2016).

Além disso, o planejamento contribui para a regularização de aflúências, tendo como restrições quanto ao turbinamento, armazenamento, interdependência operativa, integração dos recursos da transmissão e regimes complementares entre as bacias hidrográficas (Figura 7), por exemplo.

Figura 7 – Característica hidrológica entre os subsistemas do Brasil



Em suma, o planejamento deve visar o custo mínimo, cabendo-lhe a escolha da estratégia que melhor gerencie as decisões de geração de origem hidrelétrica e termelétrica por usina, intercâmbio de energia do SIN e de corte de carga.

A operação de todas as usinas de grande e médio porte do SIN é realizada pelo ONS, caracterizando assim como uma operação centralizada. A decisão por esse modelo é justificada:

- Pela capacidade de regularização das aflúências;
- Pelo aproveitamento da diversidade hidrológica;
- Por evitar conflitos de interesses entre agentes proprietários das usinas de uma mesma cascata.

Trabalhos internacionais defendem que esse tipo de despacho pode se tornar inadequado para sistemas de grande porte, já que o operador teria dificuldades para se manter atualizado de todas as informações dos agentes (centralizados e descentralizados) e teria que adotar modelos matemáticos simplificadores para operar (BAHRAMI *et al*, 1979) e (MACGILL *et al*, 1999).

Em (MARQUES *et al*, 2006) foram feitos comparativos para estimar os benefícios da operação otimizada coordenada de uma cascata como um todo, e a operação otimizada de cada usina da cascata individualmente para um sistema hidrotérmico. Ou seja, a operação centralizada e descentralizada.

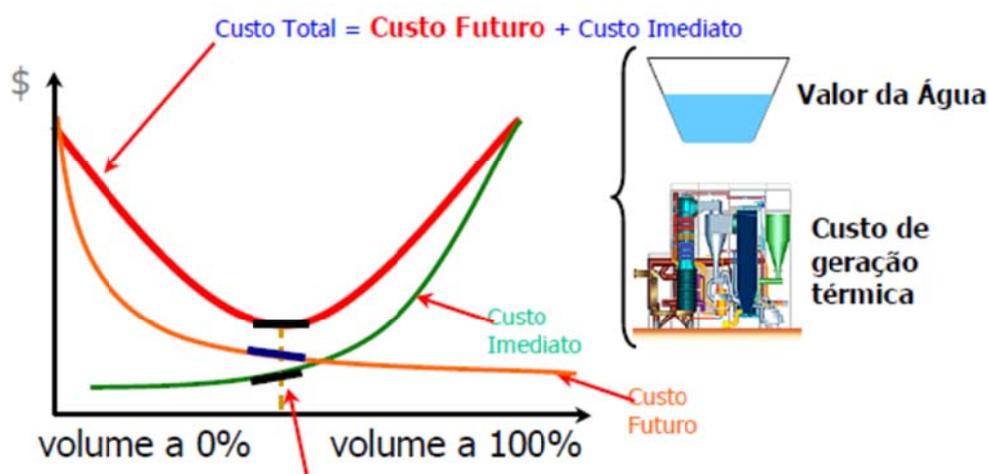
6.3 Custo Total

O Custo Total (ótimo), por sua vez, é sempre composto pelo Custo Imediato que se refere às decisões tomadas no momento, e o Custo Futuro que se refere às decisões que serão tomadas no futuro. Pela predominância de hidrelétricas no sistema brasileiro, que causa a interdependência no tempo, o custo futuro é influenciado pelas decisões tomadas no presente.

Uma forma de entender a composição do custo total ótimo é imaginar duas formas de operação para tentar minimizá-lo. A primeira é utilizar somente a água armazenada em uma usina para suprir a demanda. A segunda é suprir a mesma demanda, mas utilizando somente usinas termelétricas. Ao final do mês na primeira forma, o Custo Imediato é nulo, pois a água já se encontrava estocada, mas o Custo Futuro torna-se alto, pois no mês seguinte, o reservatório estará vazio, e será preciso acionar as usinas termelétricas para suprir a demanda. Já ao final do mês na segunda forma, o Custo Imediato é alto, pois foi necessário pagar o combustível utilizado para suprir a demanda, mas o Custo Futuro será baixo, já que haverá maior abundância de água armazenada.

Então, como o Custo Total é a soma do Custo Futuro mais o Custo imediato, encontra-se o valor mínimo como mostrado na Figura 8:

Figura 8 – Composição do custo total.



6.4 Sistema equivalente e modelos adotados pelo setor elétrico

6.4.1 Sistema Equivalente

Devido ao SIN ser de grande porte, levando em conta todas as variáveis de decisão e as incertezas das previsões de aflúncias, algumas simplificações foram adotadas para diminuir o esforço computacional. Uma delas é o agrupamento das usinas hidrelétricas, formando sistemas equivalentes de energia.

Com objetivo de diminuir a dimensão do problema e tratar o sistema de forma simplificada sem prejudicar os propósitos das etapas do planejamento, as usinas hidrelétricas podem ser agrupadas convenientemente. Desta maneira, são formados sistemas equivalentes de energia, o que reduz drasticamente o esforço computacional dispensado para a solução do problema.

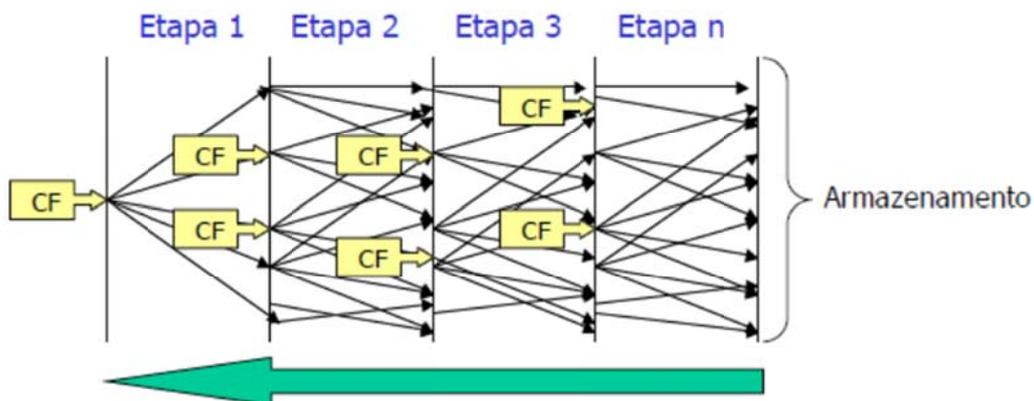
A formação de um sistema equivalente de energia acontece pelo agrupamento de usinas hidrelétricas de uma mesma bacia, assumindo que o percentual do volume armazenado nos reservatórios das usinas é o mesmo, ou seja, que elas operam em paralelo (ARVANITIDIS *et al*, 1970a).

As peculiaridades dos parâmetros que caracterizam esse tipo de sistema serão detalhadas no próximo tópico, quando abordado os modelos adotados pelo setor elétrico brasileiro.

6.4.2 Modelos do SIN

Por alguns anos, a programação dinâmica estocástica (BERTSEKAS, 1976), (CEPEL, 1977), (MARTINEZ, 2001) e (PEREIRA *et al*, 1989) foi a metodologia aplicada ao sistema elétrico brasileiro. Esse método permite trazer informações do futuro para o presente, estudando a evolução do sistema (Figura 9). Como implicações, pode-se determinar os Custos Futuros a partir de qualquer estado (nível de armazenamento do reservatório) e de qualquer trajetória ao longo da evolução da operação, fazendo com que esses Custos sejam ótimos em cada estado (no procedimento inverso do tempo, chega-se a um valor inicial escolhendo o valor final desejado).

Figura 9 – Diagrama do funcionamento da programação dinâmica estocástica



Fonte: ANEEL, 2016.

Para a aplicação dessa metodologia, o volume do reservatório é discretizado e o estado é representado por uma faixa de valores. Mas como o SIN possui 102 Usinas Hidrelétricas (UHE) com reservatório e considerando, por exemplo, 100 discretizações do volume por reservatório, teria-se 100^{102} estados, caindo assim na maldição da dimensionalidade, inviabilizando a programação dinâmica estocástica para a operação do SIN. (ANEEL,2015).

Uma solução alternativa para a maldição da dimensionalidade para o SIN surgiu na década de 80, e utilizava variáveis duais associadas às equações de balanço de água dos reservatórios. Essa técnica foi desenvolvida pelo pesquisador Mário Veiga a partir do princípio enunciado pelo matemático J.F. Benders (BENDERS, 1962) em (KLIGERMAN, 1992), (PEREIRA *et al*, 1985) e (PEREIRA *et al*, 1989). Essa técnica ficou conhecida como programação dinâmica estocástica dual.

No Brasil, o Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) desenvolveu softwares (MACEIRA *et al*, 2002) que o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) utiliza para determinar a operação econômica do SIN. Na Figura 10 é representada a cadeia de modelos computacionais desenvolvidos:

Figura 10 – Cadeia de coordenação hidrotérmica adotada na operação do SIN



Fonte: ANEEL, 2016.

Os aspectos hidráulicos e estocásticos para a atividade do planejamento da operação são de suma relevância. Para atender com mais precisão às necessidades práticas, o planejamento pode ser operado em longo, médio e curto prazo.

Para o médio ou longo prazo, um horizonte de até cinco ou dez anos é adotado com uma discretização em base mensal. Como possui um alto grau das incertezas (Figura 10) envolvidas, é necessário considerar métodos estocásticos para resolver o problema, realizando assim algumas simplificações na modelagem. Dessa forma, os diversos reservatórios de cada subsistema são agregados em reservatórios equivalentes de energia (ARVANITIDIS *et al*, 1970a), (ARVANITIDIS *et al*, 1970b) e (CRUZ, 1998) interligados por troncos de transmissão; o sistema de geração térmica é representado por classes, de acordo com o custo e valores de geração mínima e máxima, e o modelo auto-regressivo periódico, implementado no modelo GEVAZP para geração de cenários de afluições sintéticas, permite a simulação da operação de até 2000 séries sintéticas de energia afluyente (KADOWAKI, 2012).

O modelo adotado pelo ONS, desde setembro de 2000, é o modelo estocástico de otimização hidrotérmica para subsistemas equivalentes interligados - NEWAVE (MACEIRA *et al*, 1998), que é baseado na Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Seu objetivo é determinar uma política de geração hidráulica e térmica em cada estágio que minimiza o valor esperado do custo de operação para todo o período de planejamento. Desta etapa resulta uma função multivariada que define o valor econômico da energia armazenada em função dos níveis de armazenamento e afluência aos meses passados, ou às já citadas Funções de Custo Futuros (FCF), que realizam o acoplamento com a etapa de curto prazo no final do horizonte de planejamento (RODRIGUES *et al*, 2001).

No planejamento de curto prazo o horizonte de tempo adotado é de no máximo 12 meses, com discretização semanal de aflúências em cada usina do sistema pelo Modelo PREVIVAZ para o primeiro mês e, nos demais, cenários de aflúências mensais geradas para cada usina pelo mesmo modelo auto-regressivo periódico GEVAZP. Como possui o grau de incerteza das vazões menor do que o do médio prazo, o problema pode ser tratado de forma mais determinística, representando de forma individual as usinas hidrelétricas. A metodologia utilizada é também a PDDE, considerando a FCF fornecida pelo NEWAVE.

O ONS utiliza para o seu planejamento de curto prazo, desde maio de 2002, o modelo DECOMP (XAVIER *et al*, 2005). O objetivo é minimizar o custo total esperado de operação do sistema utilizando a FCF já conhecida, tendo como resultados principais as decisões de operação individualizadas, (considerando o acoplamento hidráulico), as diversidades hidrológicas entre os rios e os valores da água ao longo do horizonte de planejamento (DIAS, 2010).

A programação diária engloba a etapa de curtíssimo prazo com horizonte de até 2 semanas, com discretização de trinta minutos nos dois primeiros dias e horária nos demais dias. Como o horizonte é pequeno e o nível de incerteza é baixo, o parque hidrotérmico é representado de forma detalhada, levando-se em conta as restrições referentes às máquinas e turbinas, como a tomada e o alívio de carga, faixas operativas das turbinas, etc. A rede de transmissão também é representada com precisão (KADOWAKI, 2012).

O ONS vem utilizando o modelo denominado DESSEM (DINIZ *et al*, 2006) para a previsão em curtíssimos prazos, que é baseado em Programação Dinâmica Dual

Determinística (PDDD) (KLIGERMAN, 1992) e (GORENSTIN *et al*, 1992). A função de custo futuro gerada por esse modelo no estágio que coincide com último estágio do modelo de programação diária é utilizada para definir a meta de geração de cada unidade geradora.

CAPÍTULO 4

7 MODELAGEM PROPOSTA

Os softwares utilizados pelo ONS foram desenvolvidos quando o Setor Elétrico Brasileiro (SEB) era totalmente centralizado e estatal, onde são feitas várias aproximações e considerações para deixar os modelos viáveis. Junta-se a isso registros de baixa qualidade com relação aos históricos de vazões, assoreamento das represas, etc. e aparece a necessidade de atualização do modelo de despacho hidrotérmico.

Para se chegar a respostas mais reais, garantindo assim atendimento à demanda futura, modelos que incluem a não linearidade devem ser considerados. O modelo proposto nesta dissertação considerou a não linearidade da produtividade em relação à altura de queda dos reservatórios.

7.1 Usina Hidrelétrica

Para produzir a energia hidráulica é necessário integrar a vazão do rio, a quantidade de água disponível em determinado período de tempo e os desníveis do relevo, sejam eles naturais, como as quedas d'água, ou criados artificialmente.

Já a estrutura da usina é composta, basicamente, por barragem, sistema de captação e adução de água, casa de força e vertedouro, que funcionam em conjunto e de maneira integrada, como pode-se ver na Figura 11.

A barragem tem por objetivo interromper o curso normal do rio e permitir a formação do reservatório. Além de “estocar” a água, esses reservatórios têm outras funções: permitem a formação do desnível necessário para a configuração da energia hidráulica, a captação da água em volume adequado e a regularização da vazão dos rios em períodos de chuva ou estiagem.

Seus reservatórios podem ser classificados de acordo com a sua capacidade de regularização, em reservatórios de acumulação ou compensação. Os reservatórios de acumulação possuem uma grande capacidade de armazenamento de água e por isso são responsáveis pela regularização da vazão dos rios, sendo capazes de transferir energia de um período de chuvas para um período de estiagem. Os reservatórios de compensação têm

pequena capacidade de armazenamento, o que permite apenas a regularização de pequenas descargas. As usinas com reservatórios de acumulação são denominadas usinas de reservatório e as com reservatórios de compensação são denominadas usinas a fio d'água.

As “a fio d'água”, ou seja, próximas à superfície, utilizam turbinas que aproveitam a velocidade do rio para gerar energia. Essas usinas reduzem as áreas de alagamento e não formam reservatórios para estocar a água.

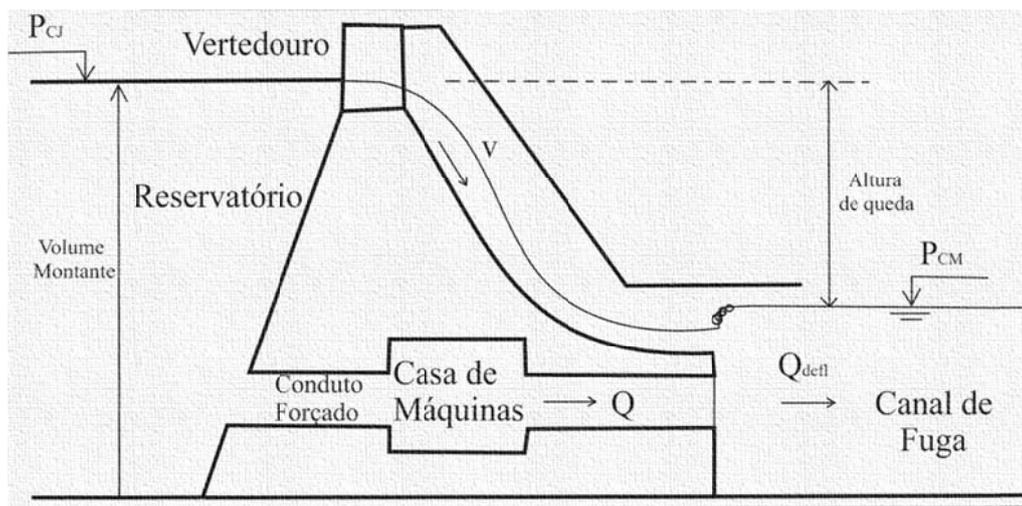
Os sistemas de captação e adução são formados por túneis, canais ou condutos metálicos que têm a função de levar a água até a casa de força. É nesta instalação que estão as turbinas, formadas por uma série de pás ligadas a um eixo conectado ao gerador.

Durante o seu movimento giratório, as turbinas convertem a energia cinética (do movimento da água) em energia elétrica por meio dos geradores que produzirão a eletricidade. Depois de passar pela turbina, a água é restituída ao leito natural do rio pelo canal de fuga.

Os principais tipos de turbinas hidráulicas são: Pelton, Kaplan, Francis e Bulbo. Cada turbina é adaptada para funcionar em usinas com determinada faixa de altura de queda e vazão. A turbina tipo Bulbo é usada nas usinas a fio d'água por ser indicada para baixas quedas e altas vazões, não exigindo grandes reservatórios.

Por último, há o vertedouro. Sua função é permitir a saída da água sempre que os níveis do reservatório ultrapassam os limites recomendados. Uma das razões para a sua abertura é o excesso de vazão ou de chuva. Outra é a existência de água em quantidade maior que a necessária para o armazenamento ou a geração de energia. Em períodos de chuva, o processo de abertura de vertedouros busca evitar enchentes na região de entorno da usina (ANEEL, 2016).

Figura 11 – Estrutura da usina hidroelétrica



Fonte: Próprio autor

A Geração Hidráulica (GH) produzida por uma usina é obtida a partir de duas transformações de energia: energia potencial em energia cinética e em seguida, energia cinética em elétrica. A primeira dessas possui um forte aspecto não linear devido à altura envolvida. A partir disso podemos definir a energia hidráulica da seguinte forma:

$$GH = \rho * Q \quad (58)$$

Em que:

GH : Geração hidrelétrica [MWméd];

ρ : Produtividade [$MWméd/Hm^3$];

Q : Volume turbinado [Hm^3].

A produtividade ρ é dada por:

$$\rho = \rho_{esp} * H_{liq} \quad (59)$$

Em que:

ρ_{esp} : Produtividade específica da usina hidrelétrica [$MW/m^3/s/m$];

H_{liq} : Altura de queda líquida do reservatório [m].

A altura de queda do reservatório é calculada em função do nível de armazenamento de água do reservatório, ou seja, da energia armazenada. Então, quanto maior for a energia armazenada maior a altura de queda, aumentando assim a produtividade. Já para as usinas a fio d'água, a altura de queda é considerada a queda efetiva.

Para se dimensionar com mais precisão o nível de armazenamento do reservatório, pode-se basear em funções polinomiais:

$$H_{liq} = (P_{CM} - P_{CJ} - P_H) \quad (60)$$

$$P_{CM} = a_1 + a_2 * V_{med} + a_3 * V_{med}^2 + a_4 * V_{med}^3 + a_5 * V_{med}^4 \quad (61)$$

$$V_{med} = \frac{V_{i,t-1} + V_{i,t}}{2} \quad (62)$$

Em que:

P_{CM} : Polinômio Cota Montante;

P_{CJ} : Polinômio Cota Jusante;

P_H : Perdas Hidráulicas;

V_{med} : Variação Média do Volume Armazenado no Mês [Hm^3].

O polinômio cota montante fornece a cota do reservatório em função do volume de água armazenado médio.

Já o polinômio cota-jusante do canal de fuga para este trabalho foi considerado uma constante, obtida no deck do PDE 2022, para cada usina hidráulica. Mas poderia ser obtido a partir da seguinte função polinomial:

$$P_{CJ} = b_1 + b_2 * Q_{defl} + b_3 * Q_{defl}^2 + b_4 * Q_{defl}^3 + b_5 * Q_{defl}^4 \quad (63)$$

$$Q_{defl} = Q + S \quad (64)$$

Em que:

Q_{defl} : Volume defluente [Hm^3].

A perda hidráulica é oriunda principalmente do atrito da água nos tubos de canalização. Poderia ser representada:

- Em função da turbinagem da usina;
- Como uma constante para cada usina;
- Em porcentagem da altura bruta de queda da usina.

Para o trabalho, foi considerado como uma constante para cada usina obtida no deck do PDE 2022.

Desta forma, a geração hidráulica pode ser dada por:

$$GH = \rho_{esp} * (P_{CM}(V_{med}) - P_{CJ} - P_H) * Q \quad (65)$$

Para o caso de uma usina hidrelétrica sem reservatório, a altura de queda líquida iguala a própria altura efetiva:

$$H_{eq} = H_{efetiva} \quad (66)$$

7.2 Usina Termelétrica

O processo fundamental das usinas termelétricas não é tão diferente do processo das usinas hidráulicas; ele baseia-se de uma turbina acoplada a um gerador por meio de um eixo. A diferença fundamental está na turbina: a hidráulica é movida pela força exercida na passagem da água pelas pás da turbina, já a térmica, é movida pelo fluido que produzirá, em seu processo de expansão, trabalho em turbinas térmicas. Esse fluido é geralmente água no estado de vapor.

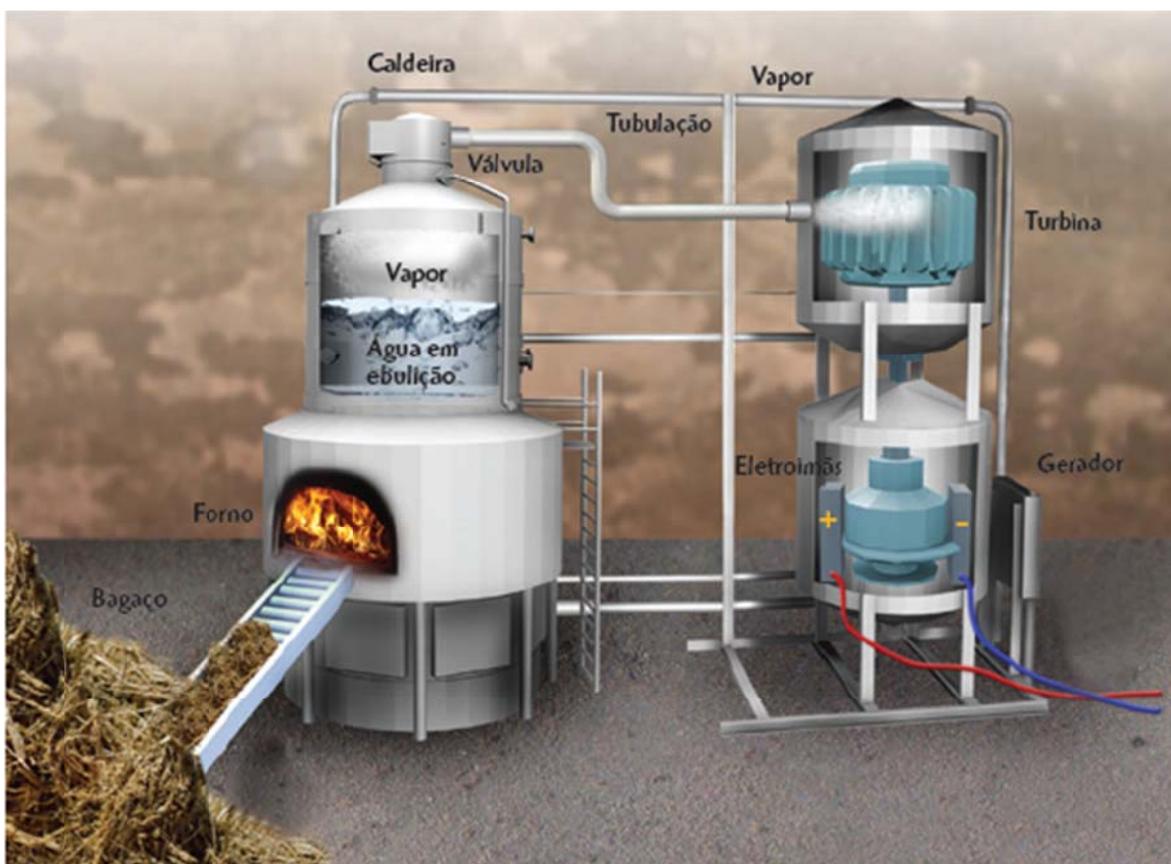
Após a turbina, o fluido é resfriado em grandes radiadores, para retornar ao estado líquido, ocupando um menor volume, e então é bombeado de volta a caldeira fechando-se o ciclo (Figura 12). O que diferencia as usinas quanto ao combustível empregado é o tipo de caldeira, podendo ser aquecida com gás natural, carvão mineral, óleo diesel ou até energia nuclear (RISSI, 2009).

O modelo de um sistema termelétrico deve considerar as diversas classes de usinas térmicas classificadas de acordo com os custos de operação, ou seja, tipos de combustíveis, restrições de geração máxima e mínima de cada usina, tempo de ligamento e desligamento,

eficiência das caldeiras e dos conjuntos turbina/vapor, indisponibilidade forçada e programada, etc (RISSI, 2009).

Na Figura 12 é ilustrado o diagrama esquemático do funcionamento de uma usina termelétrica.

Figura 12 – Estrutura da usina termelétrica



Fonte: ANEEL, 2016.

Na modelagem linear, a Geração Térmica (GT) é limitada pela sua capacidade instalada e pelo seu tempo de indisponibilidade, seja da forma programada ou imprevista. Considerando o suprimento de combustível adequadamente suficiente:

$$0 \leq GT_{\min} \leq GT \leq GT_{\max} \quad (67)$$

Em que:

GT : é a potência gerada pela usina térmica em [MW_{éd}];

GT_{\min} : é a potência mínima operativa da unidade térmica em [MW_{éd}];

$$GT_{m\acute{a}x}: PT_{m\acute{a}x} * \frac{FC_{m\acute{a}x}}{100} * \left(1 - \frac{TEIF}{100}\right) * \left(1 - \frac{IP}{100}\right) [\text{MWméd}];$$

$PT_{m\acute{a}x}$: Potência operativa máxima da unidade geradora [MW];

$FC_{m\acute{a}x}$: Fator de capacidade máxima;

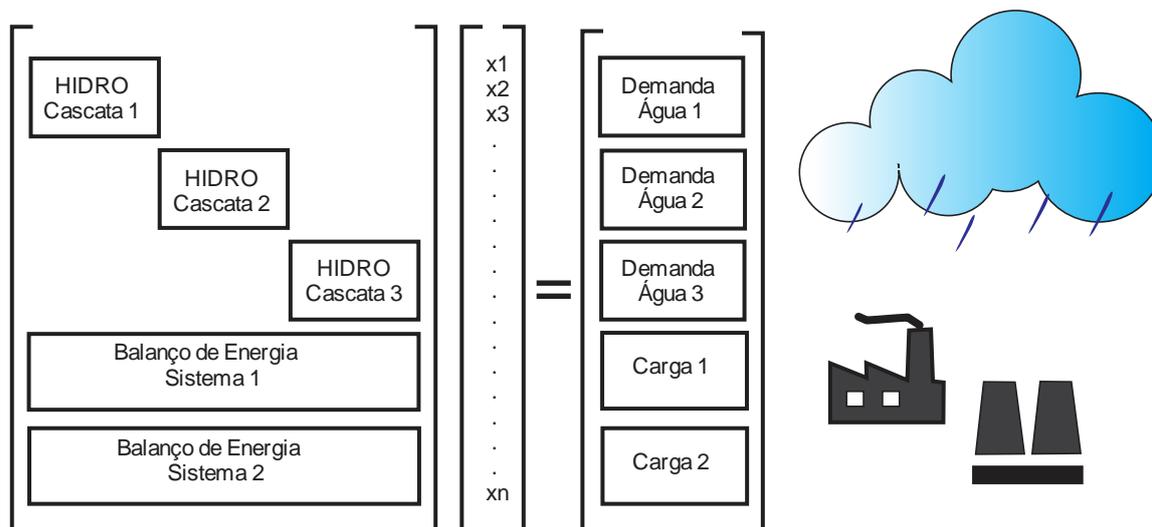
TEIF: Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada;

IP: Indisponibilidade Programada.

7.3 Modelagem do Problema

O problema implementado para esta dissertação apresenta o formato da Figura 13:

Figura 13 – Distribuição esquemática do problema implementado



Fonte: Próprio Autor.

Na parte superior da matriz são representados os balanços hidráulicos, ou seja, as usinas hidrelétricas são dispostas nas suas cascatas. Elas se equacionam, em cada período de tempo, com suas respectivas afluências para todo período cronológico simulado.

Já na parte inferior, são representados os balanços energéticos por subsistema, ou seja, onde equaciona-se as gerações hidráulica, térmica, os vertimentos, déficits, exportações e importações com suas respectivas demandas por período de tempo.

Após conhecer o formato da implementação na Figura 13, pode-se fazer uma associação com conceitos mostrados no subtópico 2.4. Para isso, inicialmente tem-se que a função objetivo $f(x)$, é equivalente à equação:

$$C^T x \quad (68)$$

Em que:

C : Vetor custo constituído pelos valores dos combustíveis utilizados nas Usinas Termelétricas (UTE's) e pelo valor do déficit do subsistema;

x : Vetor de variáveis de decisão composto por volumes, vazões, vertimentos, gerações térmicas, déficits e intercâmbios;

Em relação à restrição de igualdade $g(x) = 0$, a equação equivalente é:

$$Ax = b \quad (69)$$

Sendo:

A : Matriz do lado esquerdo da Figura 13;

b : Matriz do lado direito da Figura 13;

7.3.1 Balanço Hidráulico

A equação de balanço hidráulico é a parte principal da modelagem hidrotérmica, pois é quem determina como as usinas hidroelétricas devem ser operadas. Cada bacia hidrográfica participa com sua equação de balanço hídrico na equação total do balanço hidráulico, relacionando os volumes de um reservatório com os volumes do seu período anterior e das outras usinas na mesma cascata. Acrescenta-se a isso vazões de transposição, irrigação e de evaporação. Matematicamente é expressa por:

$$V_{i,t-1} + A_{i,t} - (I_{i,t} + T_{i,t} + E_{i,t}) - (Q_{i,t} + S_{i,t}) + \sum_{j \in M_i} (S_{j,t} + Q_{j,t}) = V_{i,t} \quad (70)$$

Em que:

$V_{i,t}$: Volume no reservatório i durante o período t [Hm^3]

$A_{i,t}$: Volume da afluência natural do reservatório i durante o período t [Hm^3];

$I_{i,t}$: Volume retirado para irrigação do reservatório i durante o período t [Hm^3];

$T_{i,t}$: Volume retirado para transposição do reservatório i durante o período t [Hm³];

$E_{i,t}$: Volume evaporado do reservatório i durante o período t [Hm³];

$Q_{i,t}$: Volume turbinado do reservatório i durante o período t [Hm³];

$S_{i,t}$: Volume vertido do reservatório i durante o período t [Hm³];

M_i : Conjunto de usinas hidrelétricas imediatamente à montante da usina i ;

7.3.2 Balanço Energético

A equação de balanço energético estabelece como está sendo o atendimento da carga, e é composta pela geração hidráulica, térmica, eólica, importações e exportações de energia de outros subsistemas e o déficit, em caso de não atendimento da carga. Cada um dos subsistemas possui uma equação de balanço energético, observando-se Imperatriz, que só é contemplada com os intercâmbios.

As pequenas gerações nesta formulação são constituídas pelas pequenas centrais hidroelétricas e eólicas, e não estão inclusas diretamente na formulação. A metodologia implementada faz com que as pequenas gerações sejam abatidas da carga do seu respectivo subsistema e, só posteriormente, essa é introduzida na equação final do balanço energético.

Então, a modelagem do balanço energético é:

$$\sum_{i=1}^{NH_k} GH_{i,k,t} + \sum_{j=1}^{NT_k} GT_{j,k,t} + DEF_{k,t} + \sum_{n \in \Omega_k} (INT_{nk,t} - INT_{kn,t}) = L_{k,t} \quad (71)$$

Em que:

$GH_{i,k,t}$: Geração da i -ésima usina hidrelétrica do subsistema k durante o período t [MWméd];

NH_k : Número de usinas hidrelétricas do subsistema k ;

$GT_{j,k,t}$: Geração da j -ésima usina térmica do subsistema k durante o período t [MWméd];

NT_k : Número de usinas térmicas do subsistema k ;

$DEF_{k,t}$: Déficit de energia do subsistema k durante o período t [MWméd];

Ω_k : Conjunto de subsistemas diretamente conectado ao subsistema k ;

$INT_{nk,t}$: Intercâmbio de energia do subsistema n para o subsistema k durante o período t [MWméd];

$L_{k,t}$: Carga do subsistema k durante o período t abatida das pequenas gerações [MWméd];

7.3.3 Restrições

As hidrelétricas apresentam aspectos que precisam ser respeitados no planejamento da operação e, dentre essas, estão as capacidades dos reservatórios, os limites de vazões turbinadas, e os volumes inicial e final dos reservatórios. Outras restrições, que não estão explícitas nas equações, tais como, irrigação, transposição, volume máximo para controle de cheias, vazão mínima para navegação e manutenção de cotas mínimas de montante e de jusante diminuem a flexibilidade operativa e a capacidade de geração.

Os volumes finais dos reservatórios, fornecidos por modelos de nível hierárquicos superior, ou seja, de horizonte de planejamento maior, têm como função realizar o acoplamento entre as diversas etapas do planejamento da operação. É interessante lembrar que outra maneira de se fazer este acoplamento entre as etapas de planejamento é o fornecimento de uma função custo futuro como mostrado em AQUINO (2001).

Com relação à geração termelétrica, algumas restrições tais como a geração mínima e máxima de cada usina, a eficiência das caldeiras e dos conjuntos turbina/vapor e a disponibilidade de operação de acordo com os custos de combustíveis são considerados. Porém, características com relação ao tempo de ligamento e desligamento e indisponibilidade forçada e programada são desconsideradas.

Outro fator importante na modelagem do problema e que funciona como restrição é a inclusão do cronograma de obras das usinas. Nele, pode-se determinar de forma precisa as etapas de construção de uma UHE, por exemplo.

Neste quesito, a associação é feita com relação à $h(x)$ do subtópico 2.4. O vetor x de variáveis de decisão apresenta limites inferiores \underline{h} e superiores \bar{h} para cada tipo de elemento. Para os elementos de x , \underline{h} representa: volume mínimo para a operação da UHE; vazão mínima para a operação da UHE; vertimento nulo da UHE; geração térmica obrigatória mínima da UTE; déficit nulo no subsistema; exportação e importação nulas

para o subsistema. Já \bar{h} representa: volume máximo para a operação da UHE sem vertimento; vazão máxima para a operação da UHE; vertimento da UHE; geração térmica máxima da UTE; déficit no subsistema; exportação e importação máximas suportadas para o subsistema. Para usina a fio d'água, os limites inferior e superior em relação ao elemento volume são iguais.

7.3.4 Resumo do Modelo

Reescrevendo todos os conceitos vistos do modelo, tem-se:

Minimize Custo (GT, DEF)

Sujeito a:

$$V_{i,t-1} + A_{i,t} - (I_{i,t} + T_{i,t} + E_{i,t}) - (Q_{i,t} + S_{i,t}) + \sum_{j \in M_i} (S_{j,t} + Q_{j,t}) = V_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^{NH_k} GH_{i,k,t} + \sum_{j=1}^{NT_k} GT_{j,k,t} + DEF_{k,t} + \sum_{n \in \Omega_k} (INT_{nk,t} - INT_{kn,t}) = L_{k,t}$$

$$V_{i,t_{\min}} \leq V_{i,t} \leq V_{i,t_{\max}}$$

$$Q_{i,t_{\min}} \leq Q_{i,t} \leq Q_{i,t_{\max}} \quad (72)$$

$$0 \leq S_{i,t}$$

$$GT_{j,k,t_{\min}} \leq GT_{j,k,t} \leq GT_{j,k,t_{\max}}$$

$$INT_{nk,t_{\min}} \leq INT_{nk,t} \leq INT_{nk,t_{\max}}$$

$$0 \leq DEF_{k,t}$$

CAPÍTULO 5

8 dhoVisual

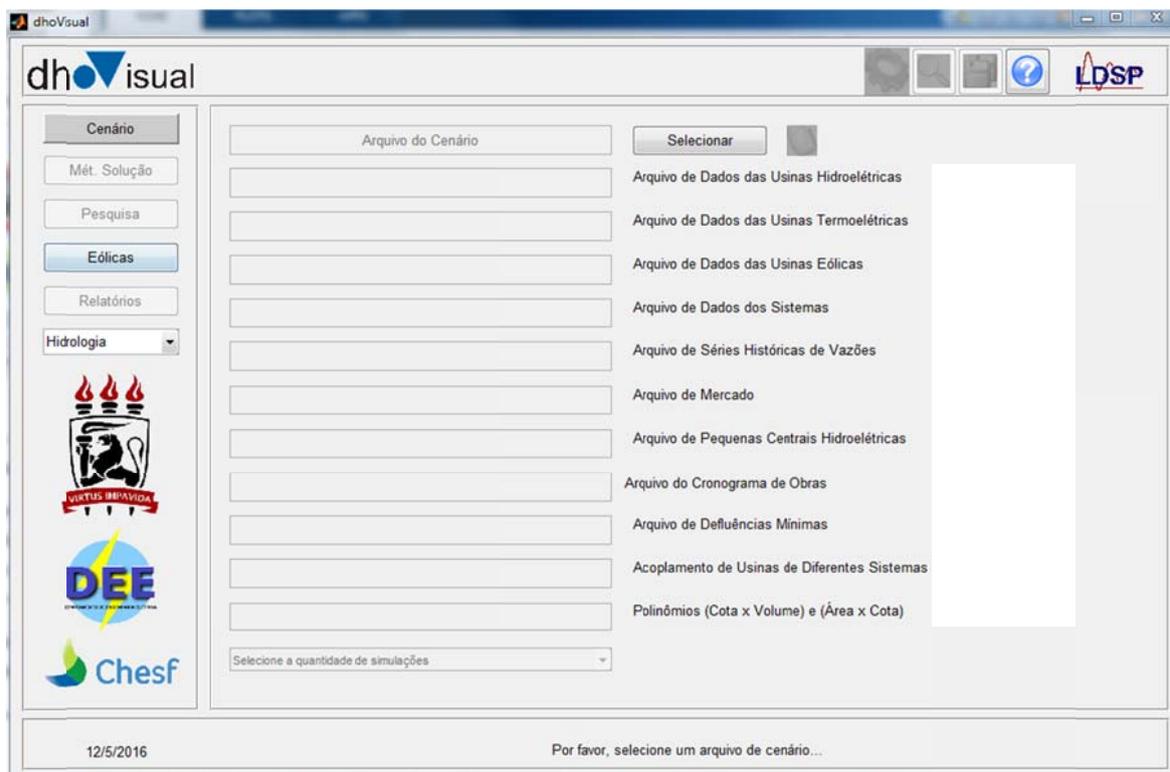
A metodologia apresentada para solucionar problemas de despacho hidrotérmico ótimo (dho) com não linearidade na altura de queda foi implementada em um programa desenvolvido pelo Laboratório Digital de Sistema de Potência, LDSP/UFPE, em parceria com a Companhia Hidro Elétrica do São Francisco - Eletrobrás CHESF. Esse programa, denominado dhoVisual, foi criado utilizando a linguagem de programação *MATLAB*, fazendo uso dos recursos gráficos do GUIDE (Graphics User Interface Design Environment), e contém as rotinas de pontos interiores descritas anteriormente.

O dhoVisual tem por finalidade solucionar problemas de despacho hidrotérmico utilizando métodos de solução os quais montam e resolvem um problema de PNL. A função-objetivo é uma função linear e as restrições são funções não lineares das variáveis do problema de otimização. Este capítulo tem como finalidade a apresentação do programa desenvolvido e suas funcionalidades. Serão apresentados a seguir os ambientes e todas as opções que o usuário do programa desenvolvido pode optar para otimização do sistema.

8.1 Ambiente Cenário

A tela inicial do dho é a apresentada na Figura 14 a seguir.

Figura 14 – Ambiente Cenário



Fonte: Próprio Autor

Nela pode-se encontrar os cartões bases necessários para o funcionamento do problema, assim como todas as outras abas para a navegação do programa.

Nesse ambiente é carregado o cenário que será utilizado como base para resolução do sistema. É possível alterar o número de cascatas, usinas hidrelétricas, termelétricas, bem como o período de simulação, que é baseado na hidrologia selecionada pelo usuário e a taxa de juros considerada.

Arquivos bases de geração previamente formatados de acordo com o caso de simulação desejado são mostrados nessa aba do dhoVisual. São eles:

- “hidroeletricas.hid” – Arquivo de banco de dados das usinas hidroelétricas, em que são especificados os valores dos parâmetros dessas usinas. São exemplos de valores especificados nesse arquivo, a produtividade e evaporação;
- “conft.ter” – Arquivo de banco de dados das usinas termoelétricas. Esse arquivo, em conjunto com os arquivos “clast.ter” e “term.ter” (os dois últimos não são visualizados na interface), definem valores como custo e

indisponibilidade das usinas térmicas. Os três arquivos são definidos pelo NEWAVE;

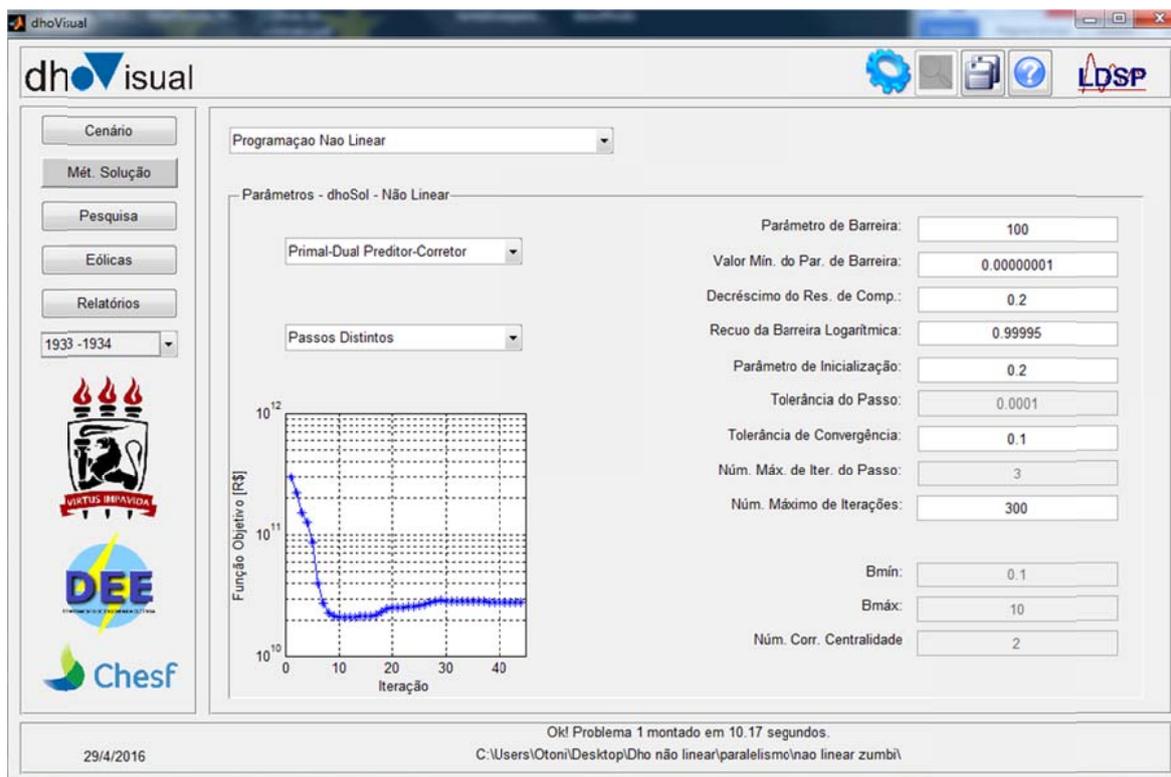
- “eolicas.eol” – Arquivo de banco de dados das usinas eólicas;
- “sistemas.sis” – Arquivo de banco de dados dos sistemas. Nesse arquivo são definidas as ligações entre subsistemas e, por exemplo, o custo de déficit de cada um dos sistemas;
- “afluencias.afl” – Arquivo de banco de dados das séries históricas de vazões afluentes. Esse arquivo foi construído a partir de dados disponibilizados pelo ONS;
- “mercado.mer” – Arquivo de banco de dados do mercado até 2027 (em conformidade com o Plano Decenal de Expansão de Energia 2022).
- “pequenasGeracoes.peq” – Arquivo de banco de dados de pequenas gerações. Inclui usinas como Pequenas Centrais Hidroelétricas e Eólicas, cujas gerações não são contabilizadas diretamente pelo ONS;
- “cronogramaObras.cro” – Arquivo que define o cronograma de obras das usinas previstas no Plano Decenal de Expansão de Energia 2022;
- “defluencias.def” – Arquivo que modifica limites de defluências mínimos de algumas usinas;
- “polinomios.pol” – Arquivo que define polinômios cota-área-volume.

Depois de selecionado o cenário de simulação, o usuário deve ir para o método de solução apresentado a seguir.

8.2 Ambiente Método de Solução

Na Figura 15 é possível ver o ambiente Método de Solução.

Figura 15 – Ambiente Método de Solução



Fonte: Próprio Autor

Nesse ambiente é possível escolher os métodos de solução para resolução do dho. O programa dispõe de dois conjuntos de métodos de solução dhoSol e Linprog originalmente. O dhoSol consiste em um conjunto de dois algoritmos de pontos interiores: Primal Dual Simplex e Primal-Dual Preditor-Corretor. Sendo esses algoritmos do dhoSol desenvolvidos pela equipe do LDSP que participou do projeto original, portanto, possibilitam total controle sobre os parâmetros de otimização. O mesmo não ocorre caso a escolha do método seja o Linprog (ZHANG, 1996) e (ZHANG, 1999), já que o mesmo é uma rotina para solução de problemas de programação linear do próprio MATLAB.

Para essa dissertação, foi inserido um novo conjunto de método de solução: Programação Não Linear. Da mesma forma que o dhoSol, o novo método apresenta um conjunto de dois algoritmos de pontos interiores: Primal Dual Simplex e Primal-Dual Preditor-Corretor.

Cada parâmetro dos algoritmos de pontos interiores é definido diretamente na interface por meio das respectivas caixas de edição. O programa aconselha valores padrões para todos os parâmetros, sendo a alteração dos mesmos indicada apenas para usuários

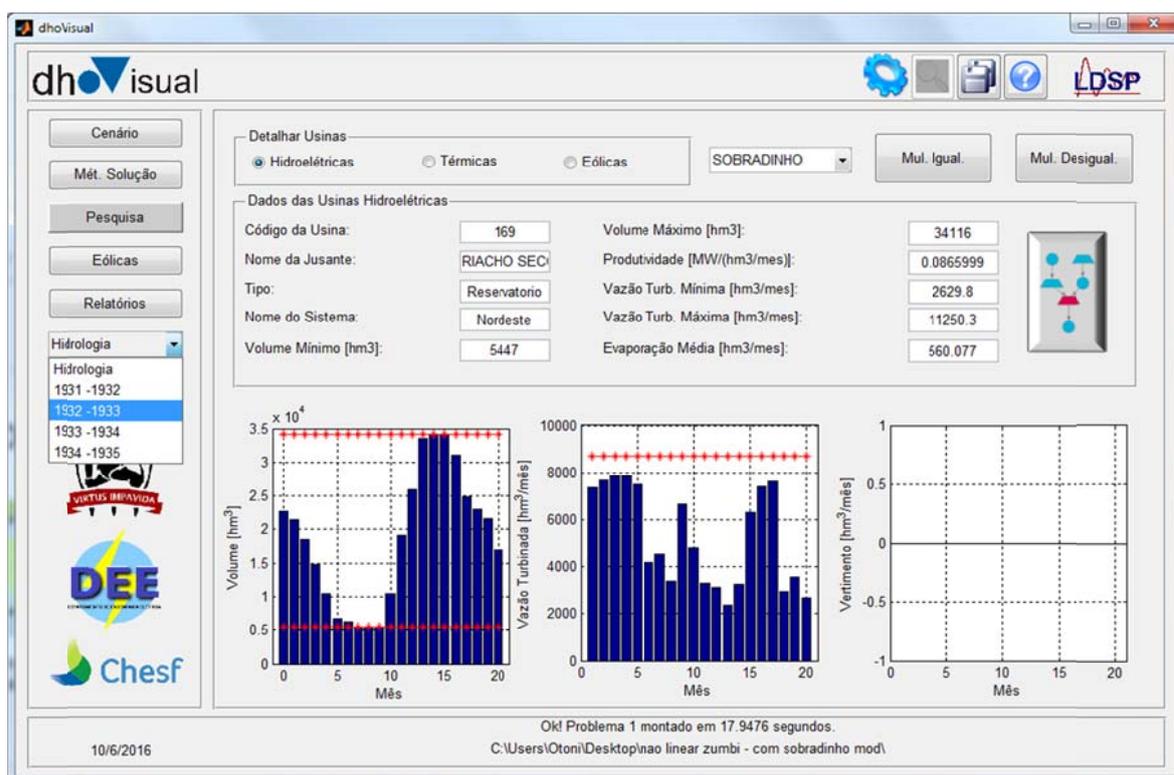
familiarizados com os métodos de pontos interiores. Cada parâmetro modifica características do processo de convergência e o acesso para eventual modificação é útil, por exemplo, quando se deseja acelerar o processo de convergência.

Depois de otimizar o despacho, é mostrado na tela o gráfico com a redução da função objetivo.

8.3 Ambiente Pesquisa

Com a resposta obtida depois dos passos anteriores, é possível acessar as opções de pesquisa e de relatórios. No ambiente de Pesquisa é possível conferir mês a mês a situação dos reservatórios, o volume turbinado e o volume vertido para cada usina hidrelétrica, bem como os seus dados, conforme Figura 16.

Figura 16 – Ambiente Pesquisa – Hidrelétricas



Fonte: Próprio Autor

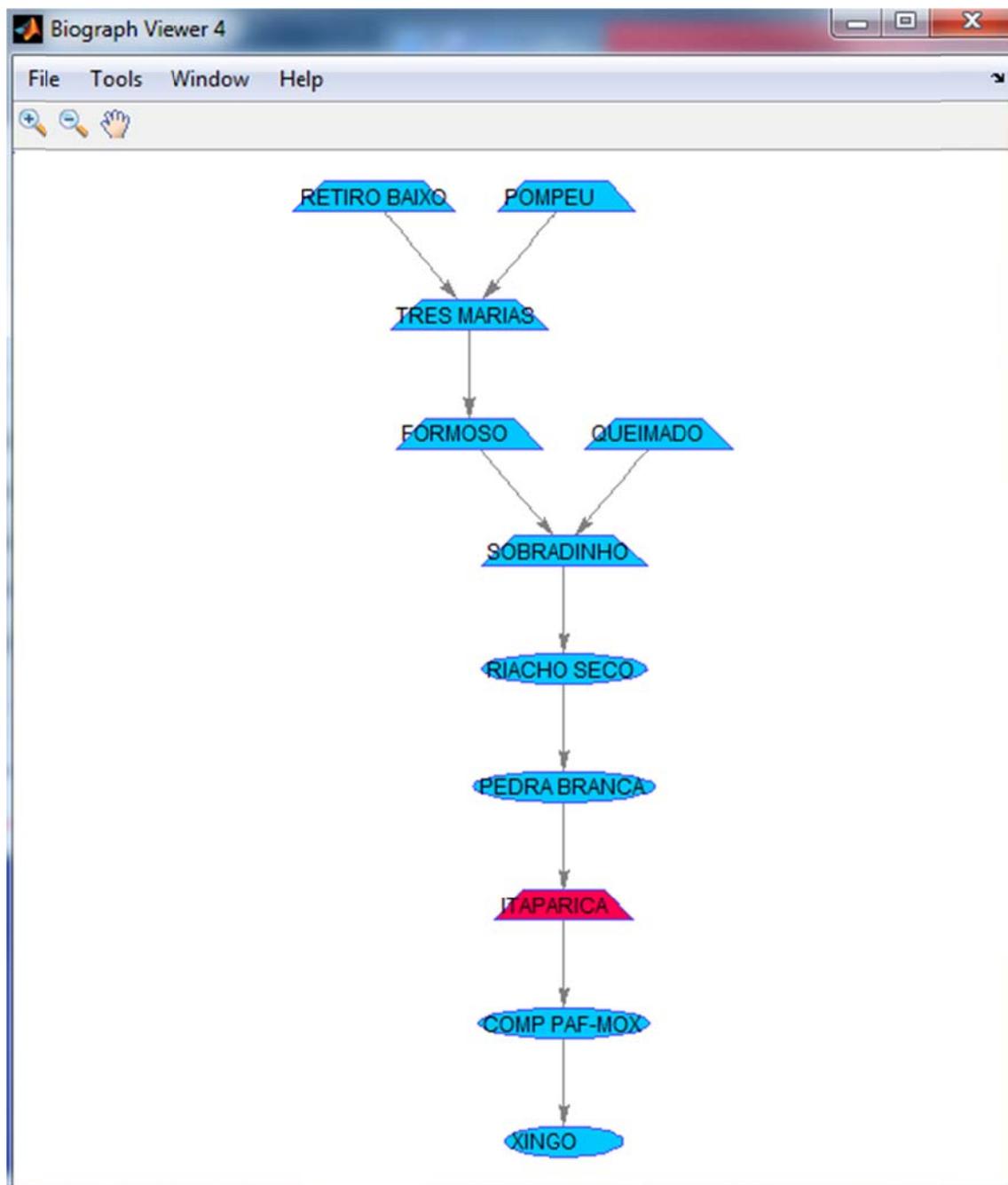
Figura 17 – Ambiente Pesquisa – Termelétricas



Fonte: Próprio Autor

Já para as térmicas, é possível conferir mês a mês o custo e a geração de cada usina termelétrica, bem como os seus dados, conforme Figura 17. No ambiente de pesquisa, quando é consultada uma usina hidrelétrica, é possível também ver a qual cascata tal usina pertence, sua posição na mesma e quais usinas são reservatório e quais são fio d'água, conforme Figura 18.

Figura 18 – Ambiente Pesquisa – Cascata

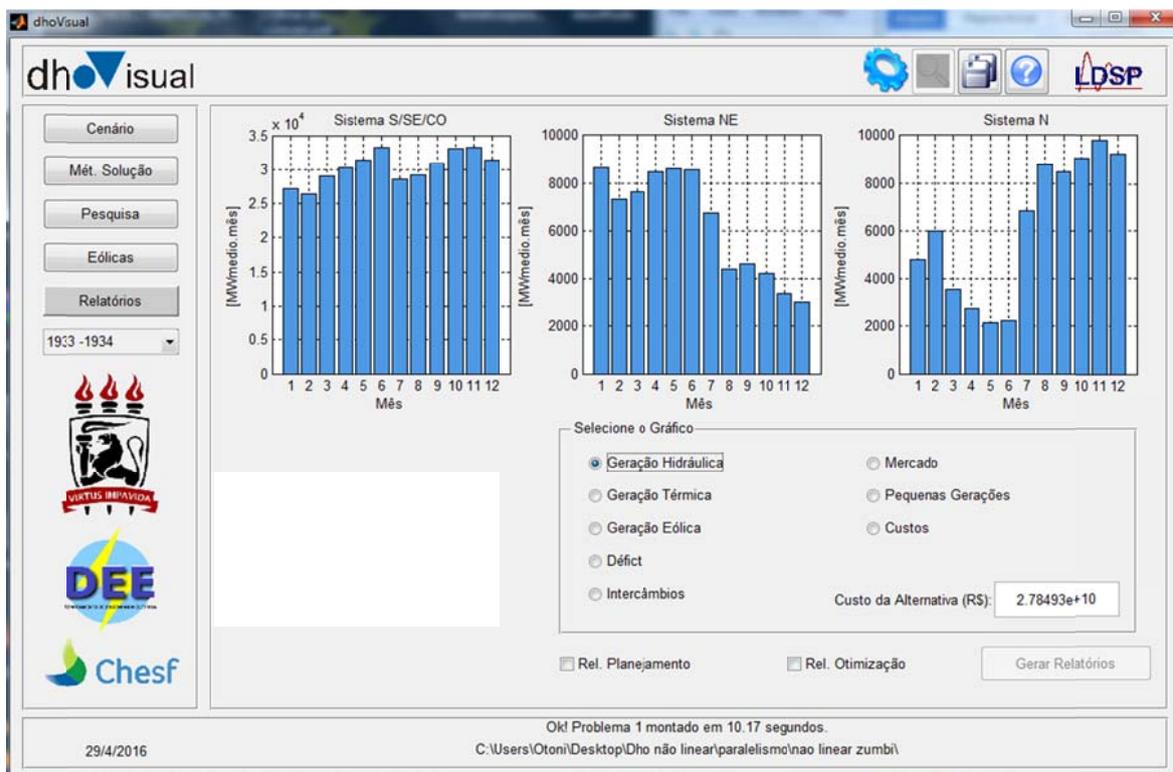


Fonte: Próprio Autor

8.4 Ambiente Relatórios

No ambiente Relatórios, mostrado na Figura 19, é possível ver a geração hidráulica, térmica, possíveis déficits, intercâmbios entre os subsistemas, o mercado atendido, a pequena geração considerada, os custos da geração e o custo da alternativa. Também é possível gerar o relatório de otimização e o relatório de planejamento.

Figura 19 – Ambiente Relatórios



Fonte: Próprio Autor

O relatório de otimização, quando pedido, possui a data e hora que foi gerado, os arquivos de leitura de dados, o nome do caso, o resumo da convergência, com o método, critério de passo, número de iterações, valor final da função objetivo, viabilidade primal e dual e a condição de complementaridade, além dos resumos dos parâmetros utilizados e a dimensão do problema. Já o relatório de planejamento, quando solicitado, possui a data e hora que foi gerado, os arquivos de leitura, nome do caso e as informações da geração hidráulica, térmica, déficit, intercâmbio entre os subsistemas, mercado, pequenas gerações e custos de geração térmica e déficit.

O custo da alternativa, que é mostrado na tela, é dado pela equação (73) a seguir.

$$C_{alt} = \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{(1+i)^j} \quad (73)$$

onde:

C_{alt} : Custo da alternativa [R\$];

c_j : Custo de toda geração térmica e possíveis déficits no mês j [R\$];

i : Taxa de juros, escolhida pelo usuário no ambiente cenário [%];

n : Número de meses da simulação

j : Mês em questão.

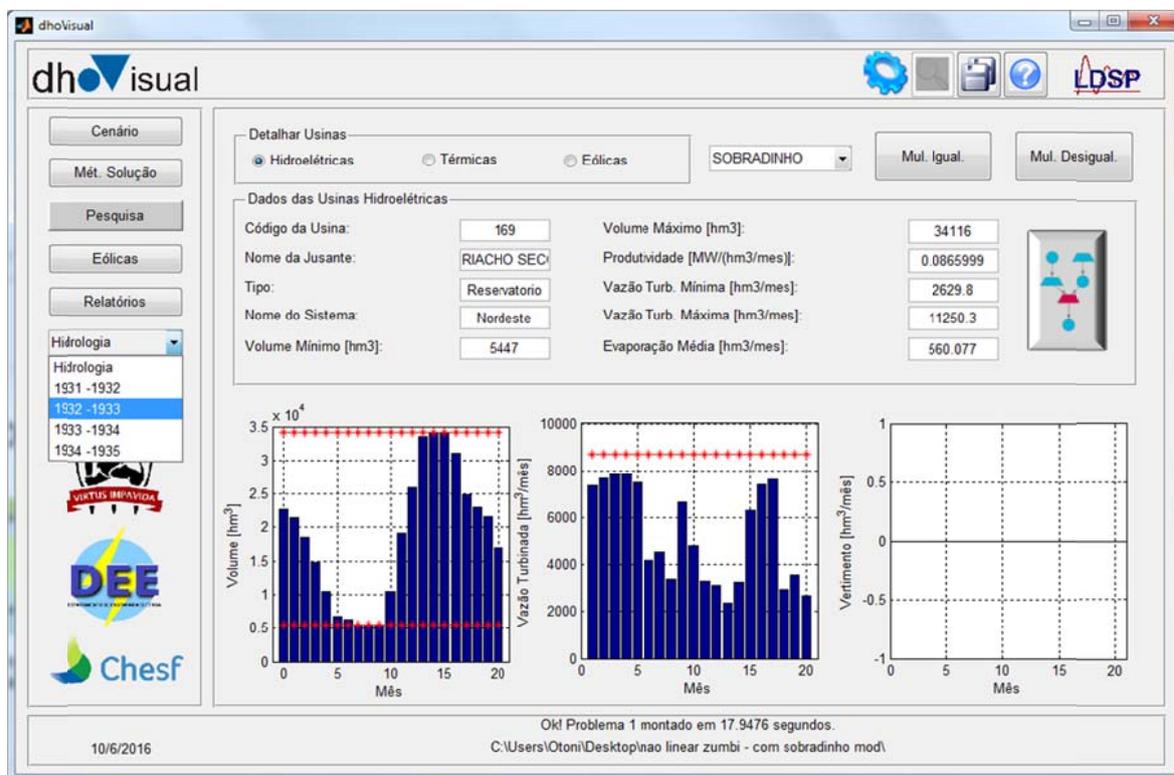
8.5 Eólicas

O dhoVisual ainda conta com a opção Eólicas, onde é possível carregar três usinas eólicas a partir de arquivos de geração, por distribuição de Weibull ou Curva de Potência. Essa opção não é utilizada neste trabalho, pois a geração eólica já está incluída nas pequenas gerações. Assim, caso seja utilizada, configuraria uma duplicidade de geração.

8.6 Aba Hidrologia

Essa versão do dhoVisual é possível selecionar mais de um período de simulação hidrológica, e para uma melhor eficiência, foi implementado o processamento paralelo. O *PopupMenu* Hidrologia traz a possibilidade do usuário analisar uma determinada hidrologia dentre as que foram selecionadas no início do programa, Figura 20.

Figura 20 – Aba Hidrologia



Fonte: Próprio Autor

CAPÍTULO 6

9 ESTUDO DE CASO

Os resultados obtidos do estudo de caso são apresentados neste capítulo. Para tanto, o programa dhoVisual foi utilizado para a otimização do processo.

As simulações foram realizadas no intuito de comparar a otimização linear com a não linear de um caso real do SIN, levando em conta como variantes para a comparação entre as simulações o método proposto e a hidrologia adotada.

Para as simulações, utilizou-se o software *Matlab* versão R2013b, cujo microcomputador possui a seguinte configuração: Intel® Core™ I7-4790, 3,6GHz, com uma memória instalada de 32GB de RAM

9.1 Considerações do Sistema

9.1.1 Parque hidrotérmico

O parque hidrotérmico utilizado no banco de dados do dhoVisual é baseado no *deck* do PDE 2022, composto de 207 hidrelétricas, sendo 102 usinas com reservatórios, e 114 termelétricas. Para o volume útil inicial e final foi estipulado, respectivamente, o percentual de 60% e 40% do volume do reservatório.

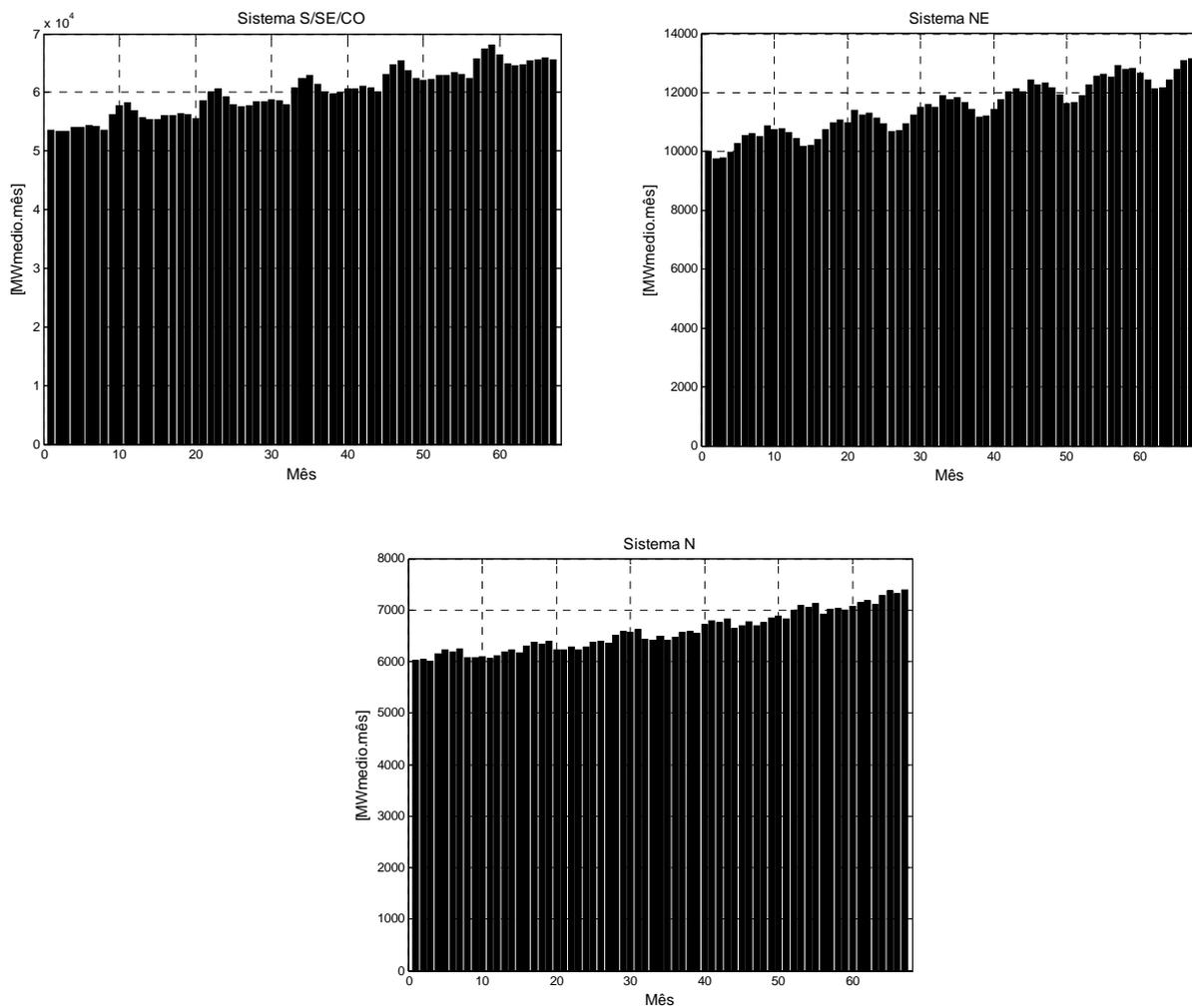
9.1.2 Mercado a ser atendido

Para a escolha do horizonte do planejamento, foi definido que o mercado a ser atendido será a partir do ano 2015, baseado em uma hidrologia de 5 anos e 7 meses. Essas características foram adotadas no intuito de analisar, com maior clareza, a diferença do comportamento operacional do sistema para a otimização linear e não linear.

O problema apresenta dimensão de 14.137 x 42.845.

Para os casos simulados os mercados a serem atendidos, por subsistema, são apresentados na Figura 21.

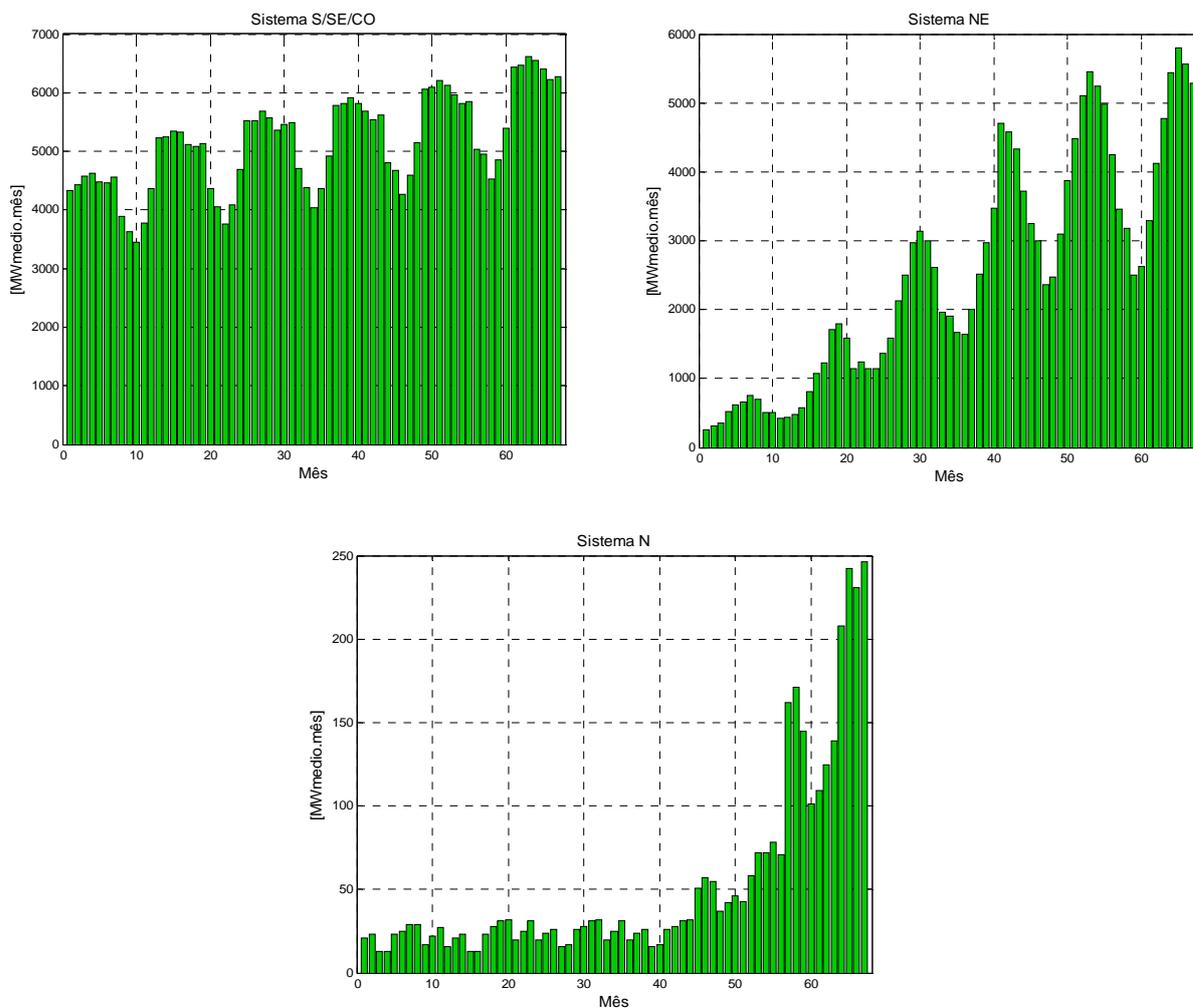
Figura 21 – Mercado por subsistema



9.1.3 Pequenas Gerações

Para os casos simulados as pequenas gerações, por subsistema, são apresentadas na Figura 22.

Figura 22 – Pequenas Gerações por subsistema



9.2 Resultados

A simulação foi realizada começando no mês de Maio e com o término no mês de Novembro, ou seja, do final do período úmido ao final do período seco.

Conforme testes realizados, o método de P.I. primal-dual preditor corretor com o critério de passo distinto foi o que apresentou melhor desempenho com relação ao número de iteração e ao tempo de solução para o modelo. Como critério de parada, foi adotado um limite de tolerância primal, dual e resíduo de complementaridade de 0,1.

9.2.1 Hidrologia 1990-1995

Para essa hidrologia, tida como favorável em volume de água, serão apresentados os comportamentos dos subsistemas S/SE/CO, NE e N para a otimização linear (coluna da esquerda - a) e não linear (coluna da direita - b) nas Figuras 23, 24, 25, 26, e 27.

Figura 23 – Geração Hidráulica por subsistema: (a) Linear; (b) Não linear

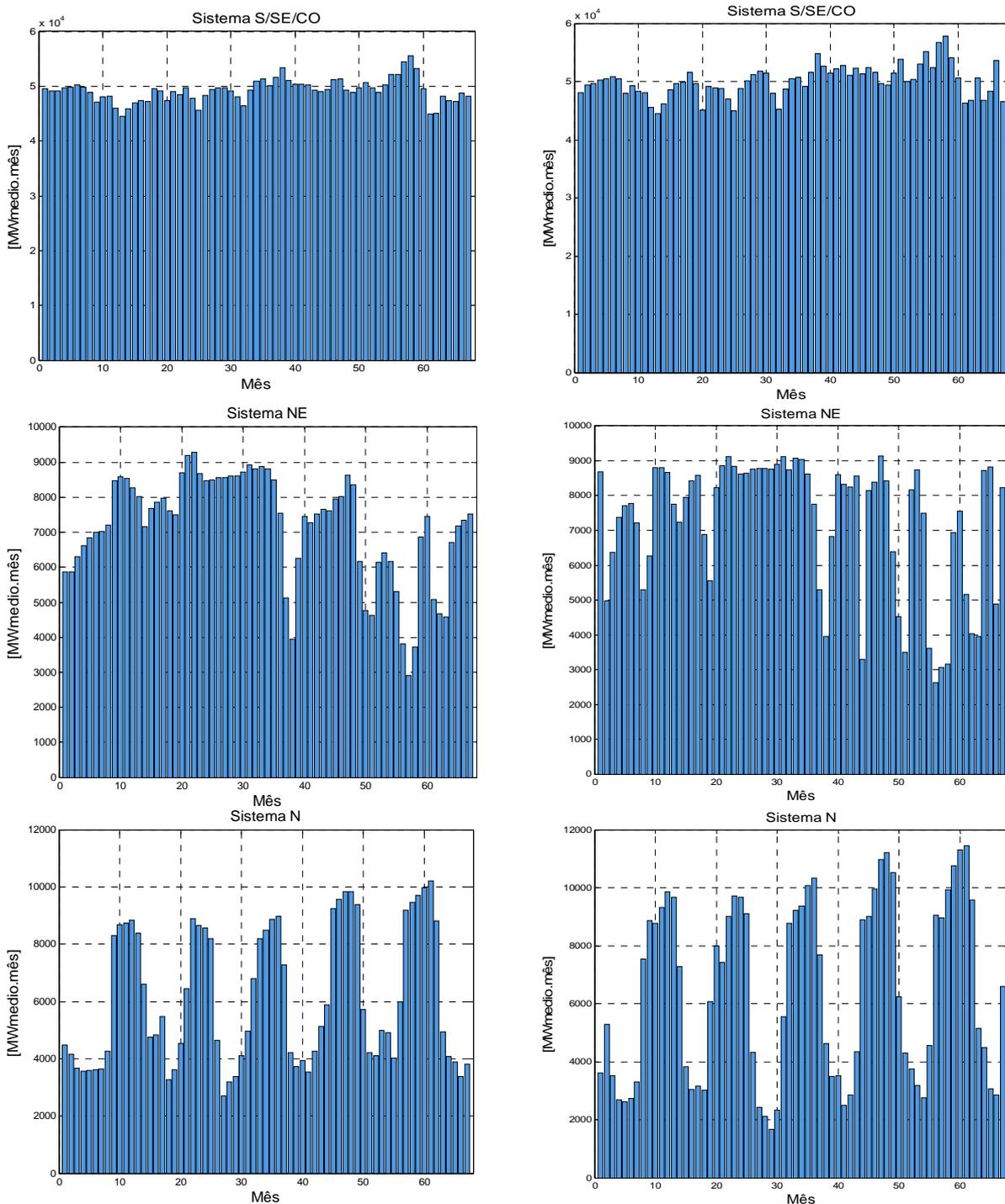


Figura 24 – Geração Térmica por subsistema:(a) Linear; (b) Não linear

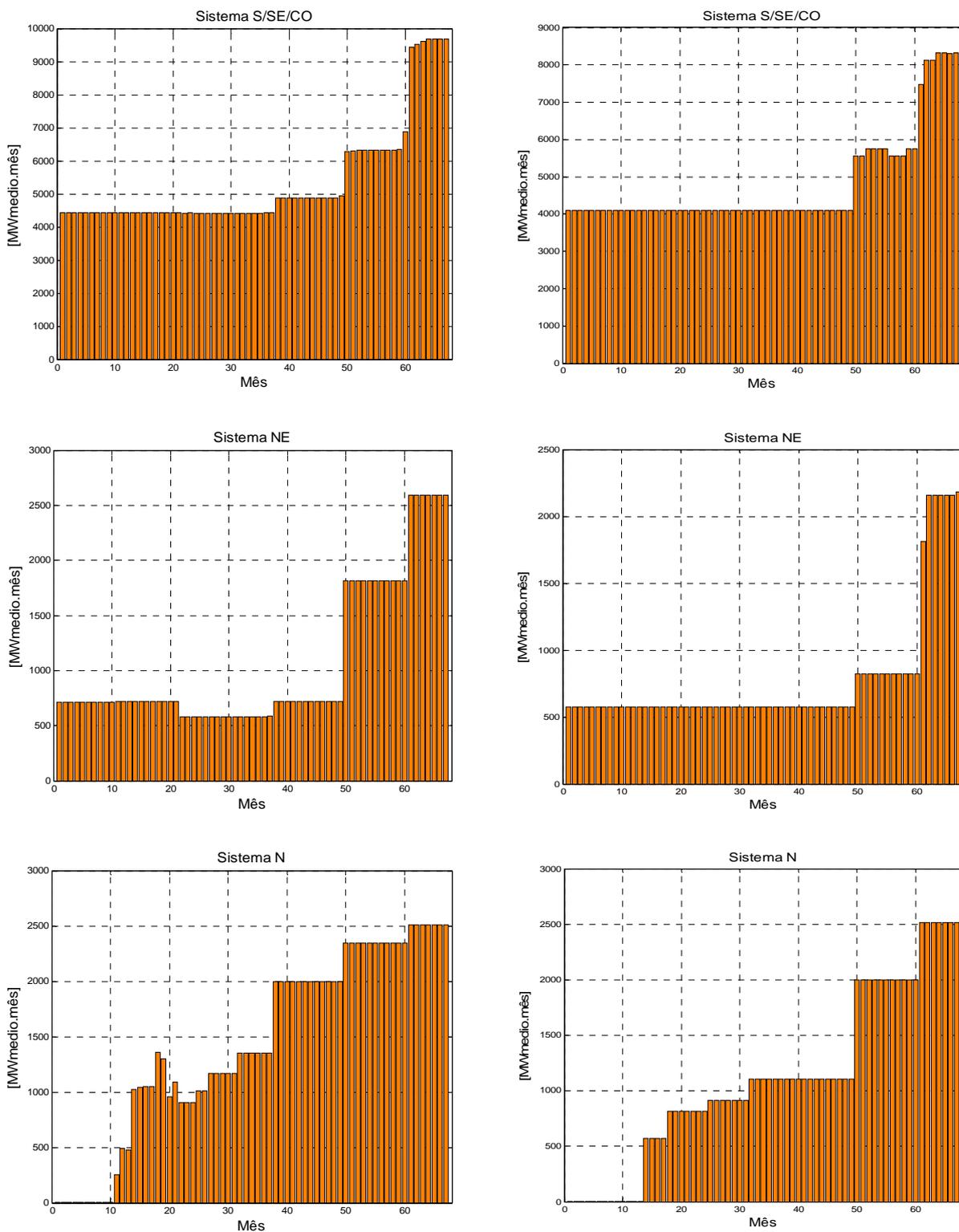
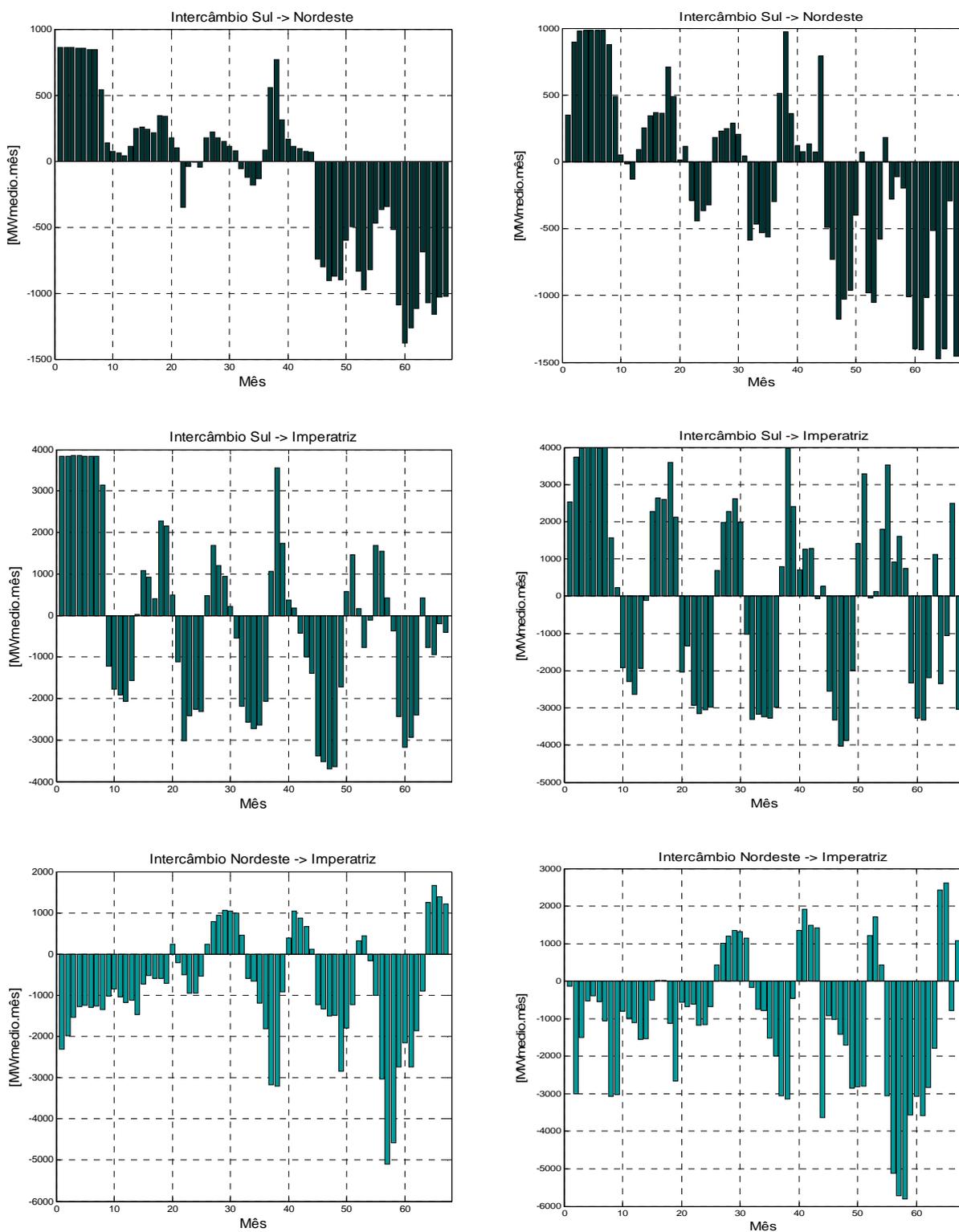


Figura 25 - Intercâmbio por subsistema:(a) linear; (b) não linear



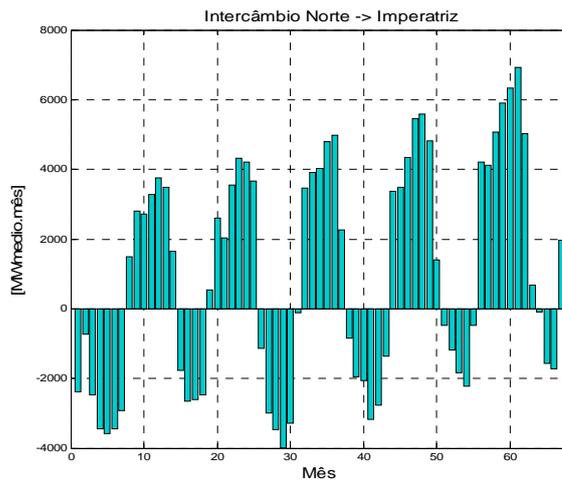
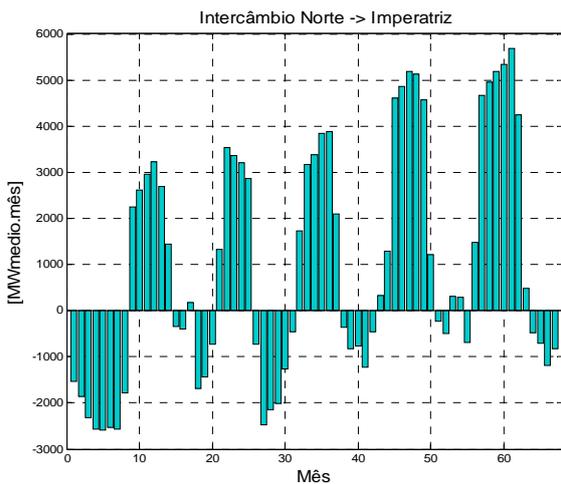
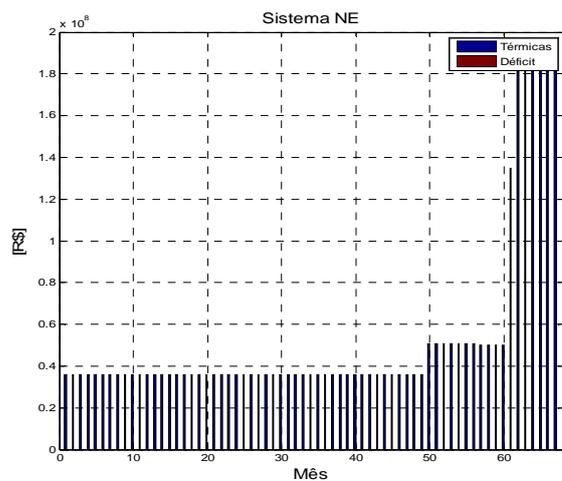
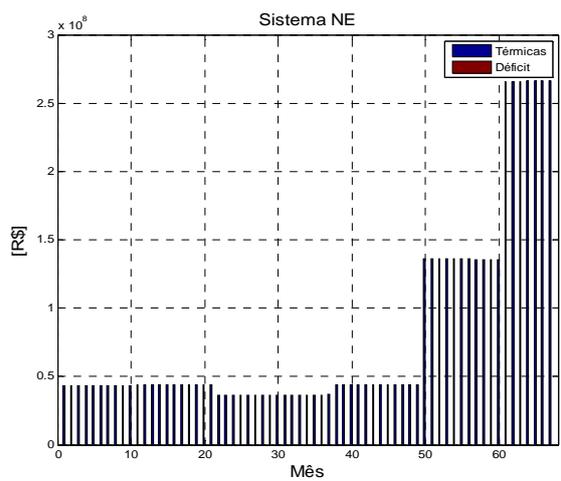
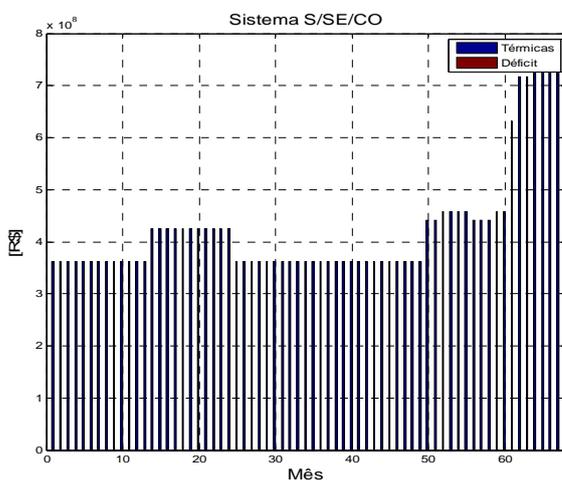
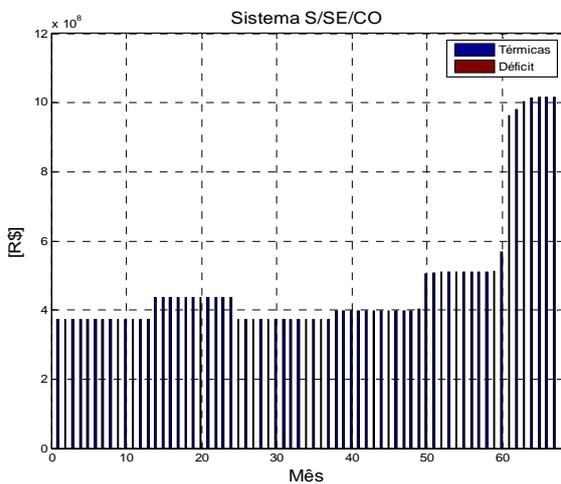


Figura 26 - Custo por subsistema:(a) linear; (b) não linear



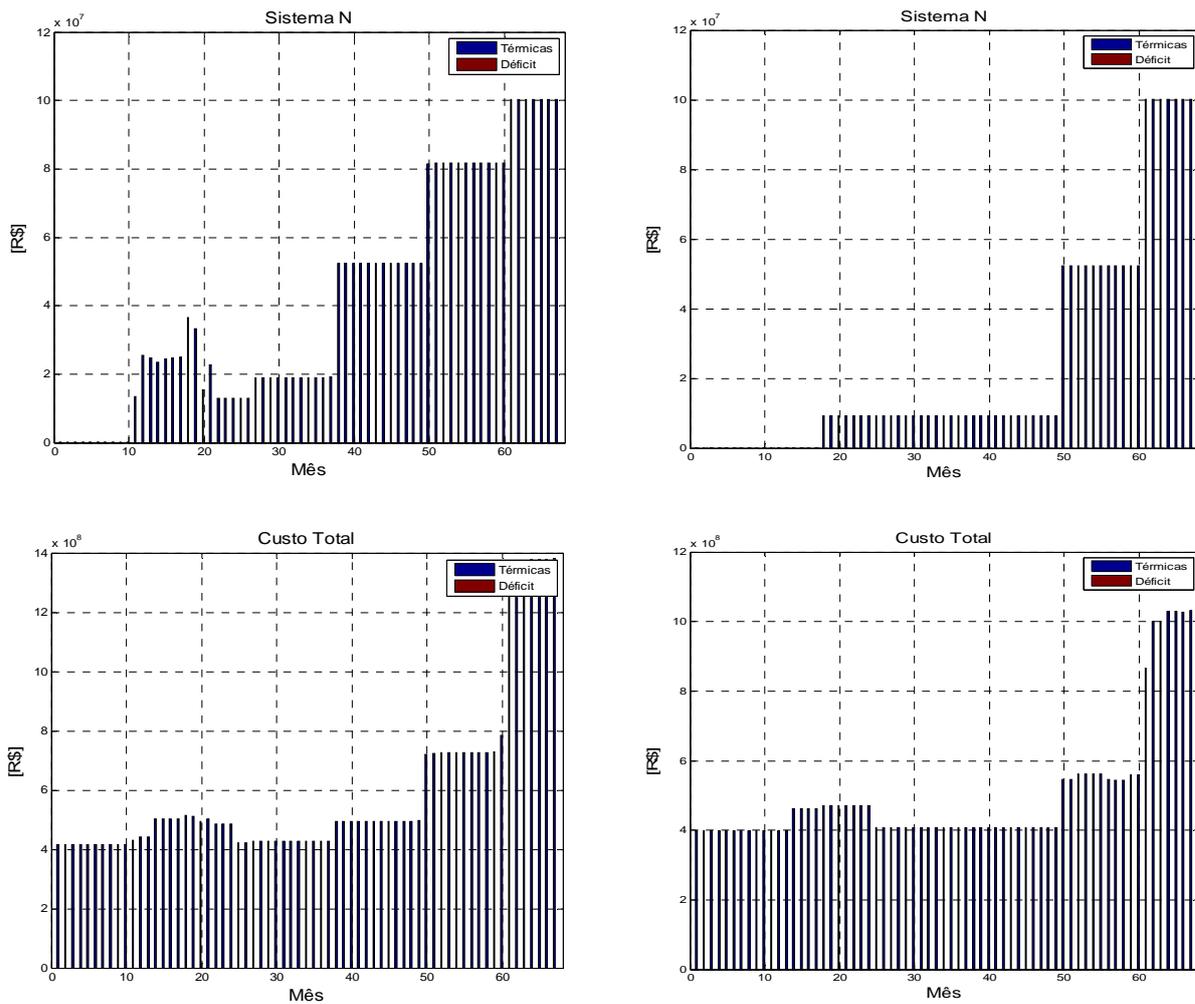
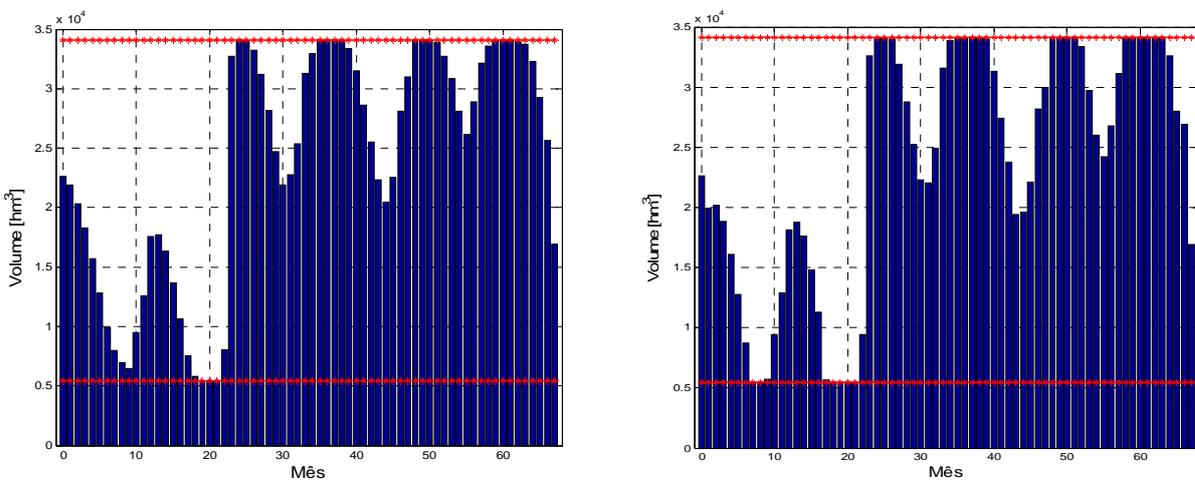
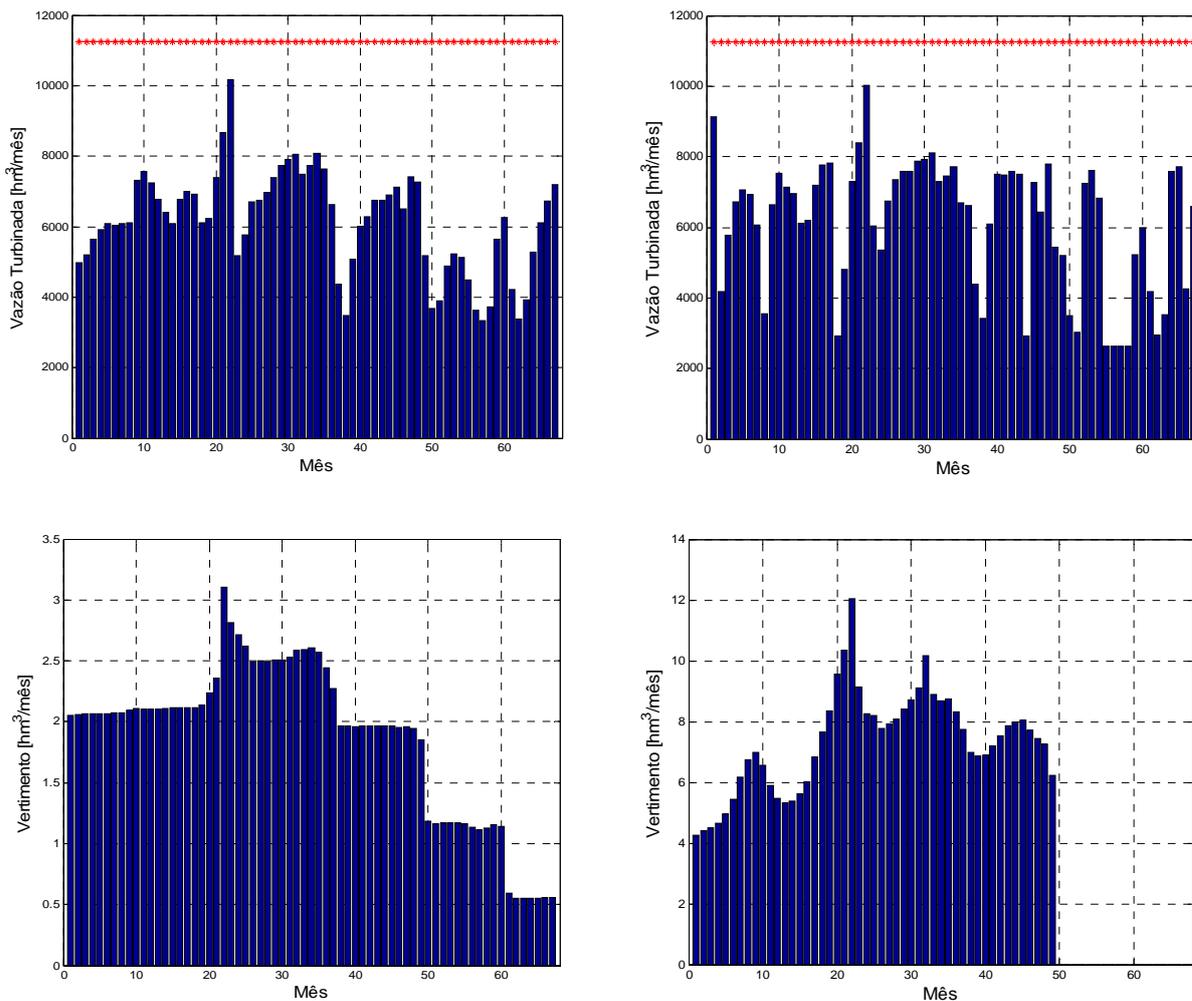


Figura 27 - Operação de Sobradinho:(a) linear; (b) não linear





A hidrologia utilizada para essa comparação é considerada favorável em termo hídrico, implicando a ausência de déficit.

Pode-se notar, até certo ponto, um comportamento semelhante das operações para as diferentes otimizações. Tomando como base o comportamento da geração de energia pelo meio hídrico, Figura 23, entende-se que por ter uma produtividade variável em função do armazenamento de água no reservatório, a geração inicial para a otimização não linear é maior, pois adotou-se a consideração de volume inicial de 60% do volume útil de cada reservatório.

Continuando a análise temporal da Figura 23, nota-se que para otimização linear, por possuir produtividade constante, a geração de energia acontece conforme maior afluência, não importando o volume armazenado. Já a operação não linear, funciona basicamente alternando em picos de alta e baixa geração, produzindo mais energia com exatamente a mesma “água” turbinada na otimização linear.

A partir disso, e sabendo que a geração hidráulica e térmica se complementam, vê-se pela Figura 24 que a produção de energia por meio térmico é menor para o caso não linear, tornando os custos da coluna (b) da Figura 26 menor. Com relação aos intercâmbios, Figura 25, os comportamentos se assemelham muito justamente por haver uma abundância de água no sistema.

No intuito de mostrar com maior clareza a real operação dos reservatórios, selecionou-se a hidrelétrica de Sobradinho, Figura 27, para análise. Nota-se, pela coluna (a), que o aproveitamento da água não é o ideal para a otimização linear, existindo maior vertimento no final do período.

Abaixo, a tabela de tempo e custos para a simulação:

Tabela 2 – Dados de Otimização para Hidrologia 1990-1995

Método	Número de Iteração	Tempo de Otimização (s)	Custo da Alternativa(R\$)
Linear	37	1,5014	$3,64549 \times 10^{10}$
Não Linear	117	1908,4	$3,06517 \times 10^{10}$

9.2.2 Hidrologia 1952-1957

Para essa hidrologia, tida como favorável em volume de água, serão apresentados os comportamentos dos subsistemas S/SE/CO, NE e N para a otimização linear (coluna da esquerda - a) e não linear (coluna da direita - b) nas Figuras 28, 29, 30, 31, 32 e 33.

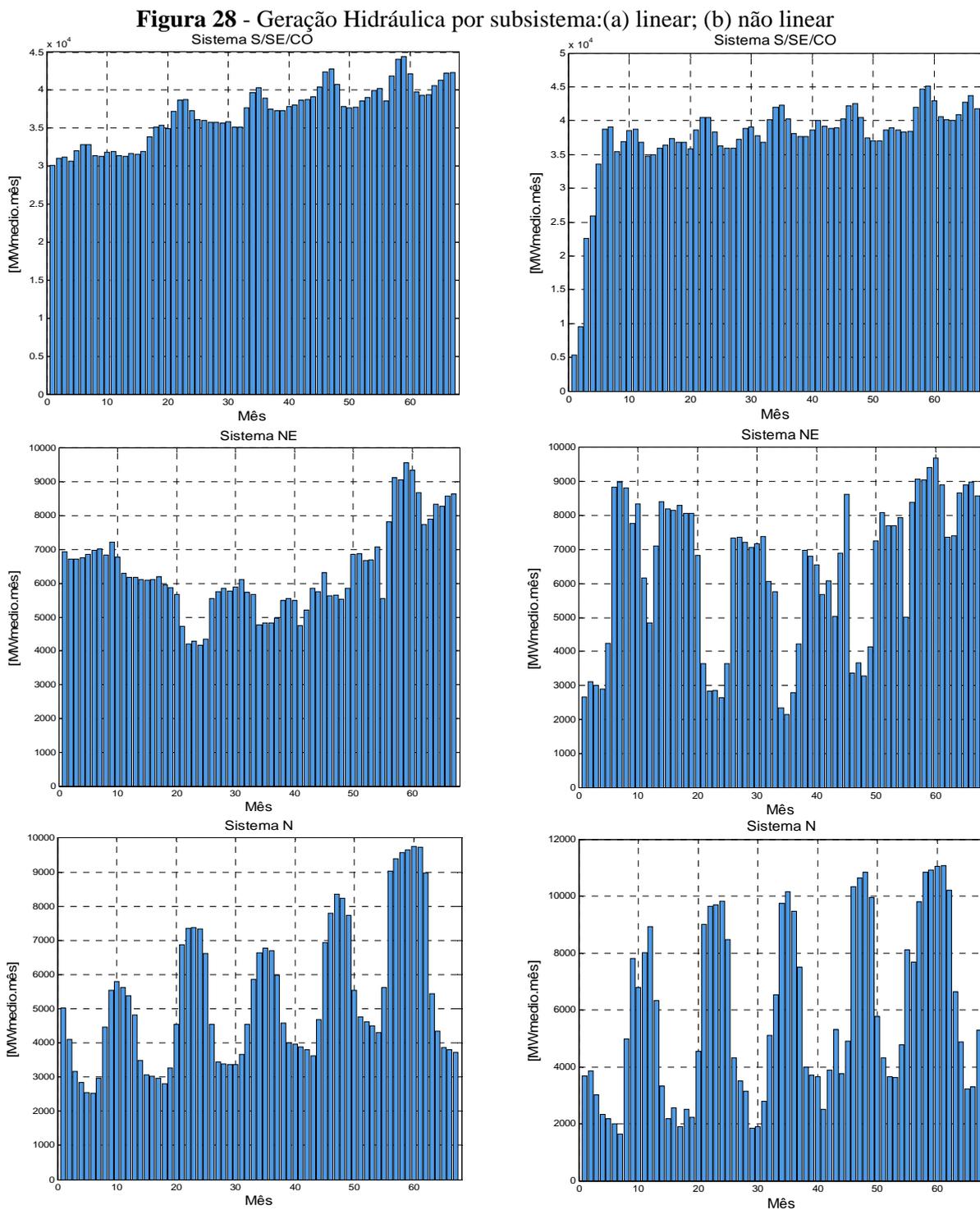


Figura 29 - Geração Térmica por subsistema:(a) linear; (b) não linear

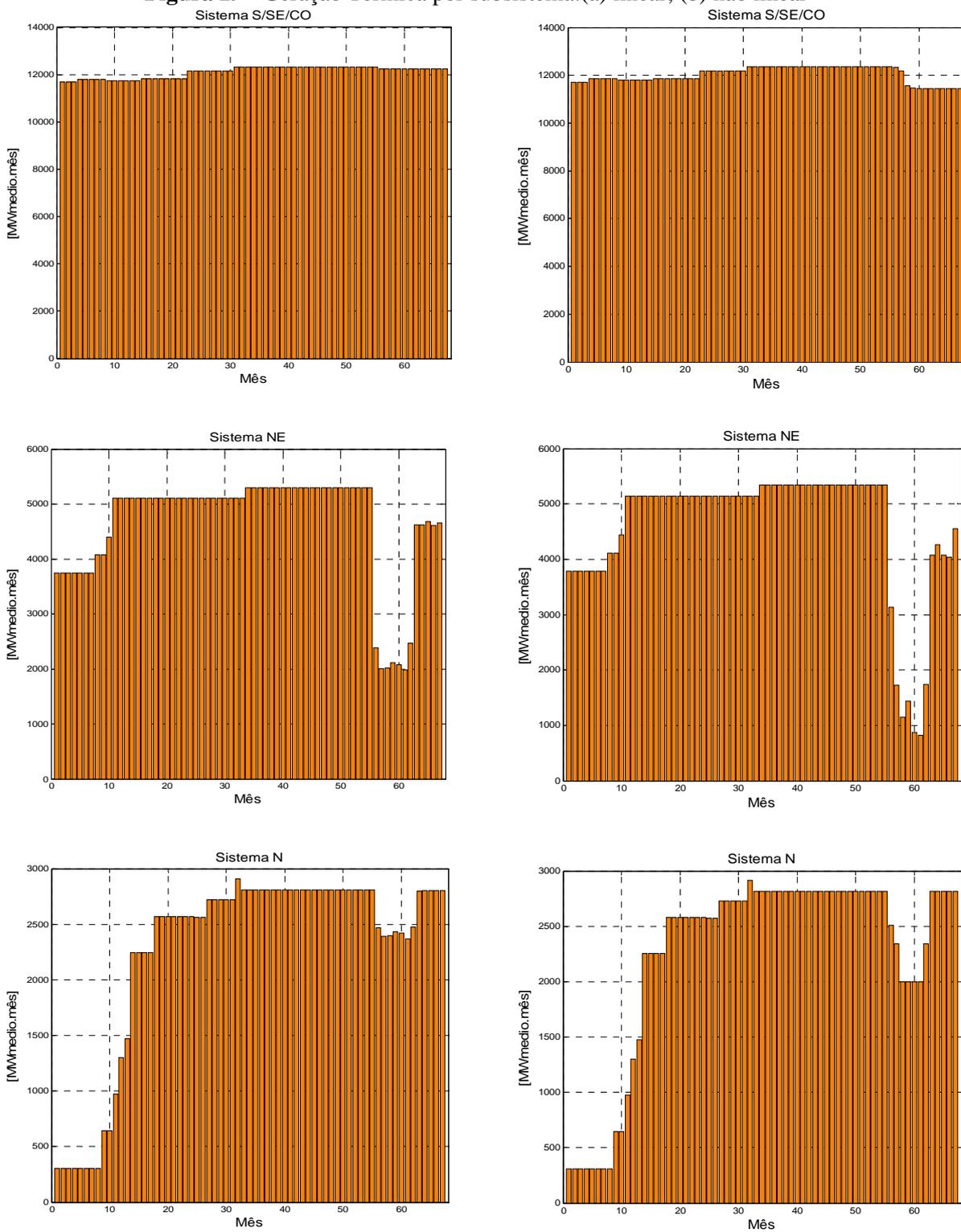


Figura 30 - Déficit por subsistema:(a) linear; (b) não linear

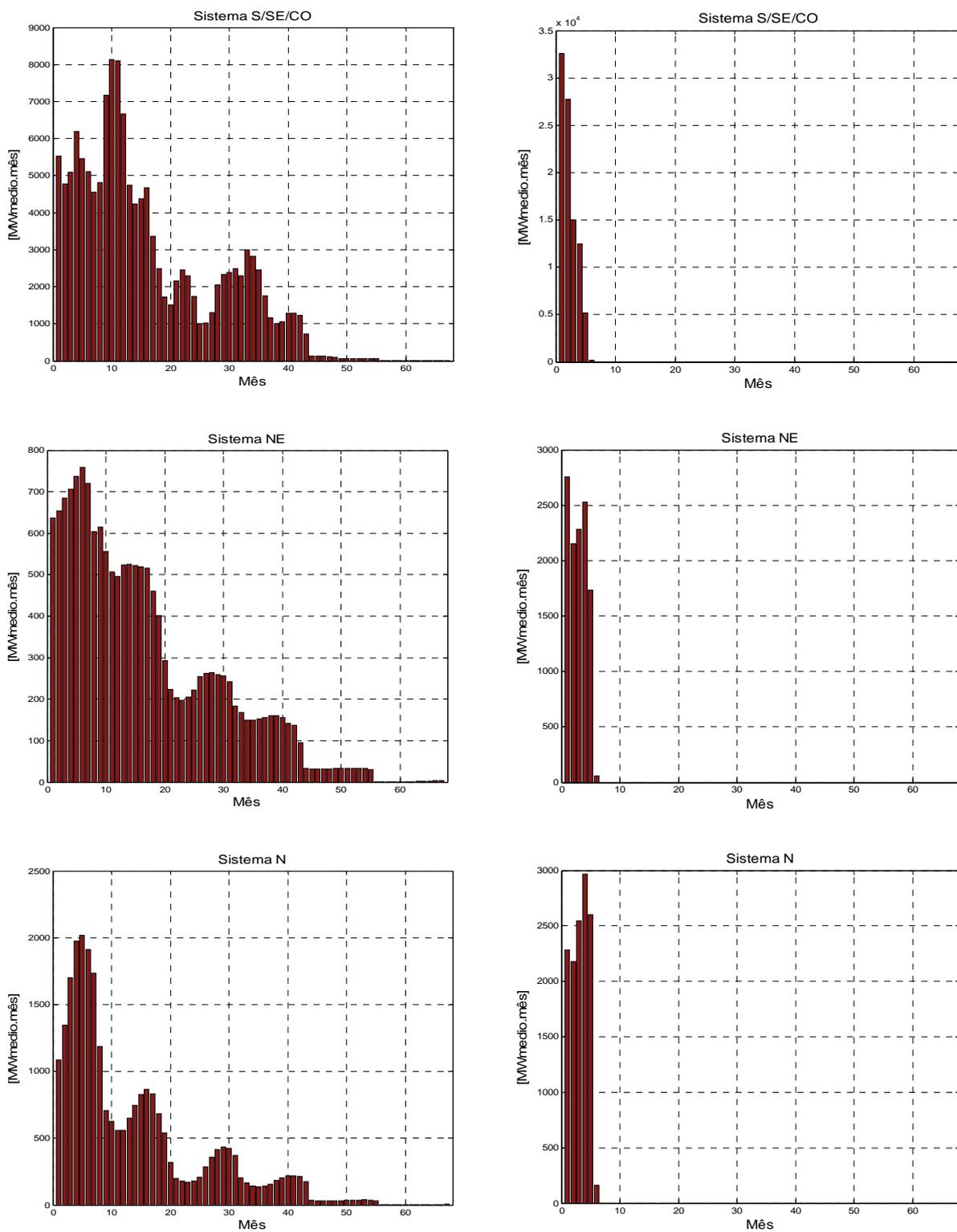
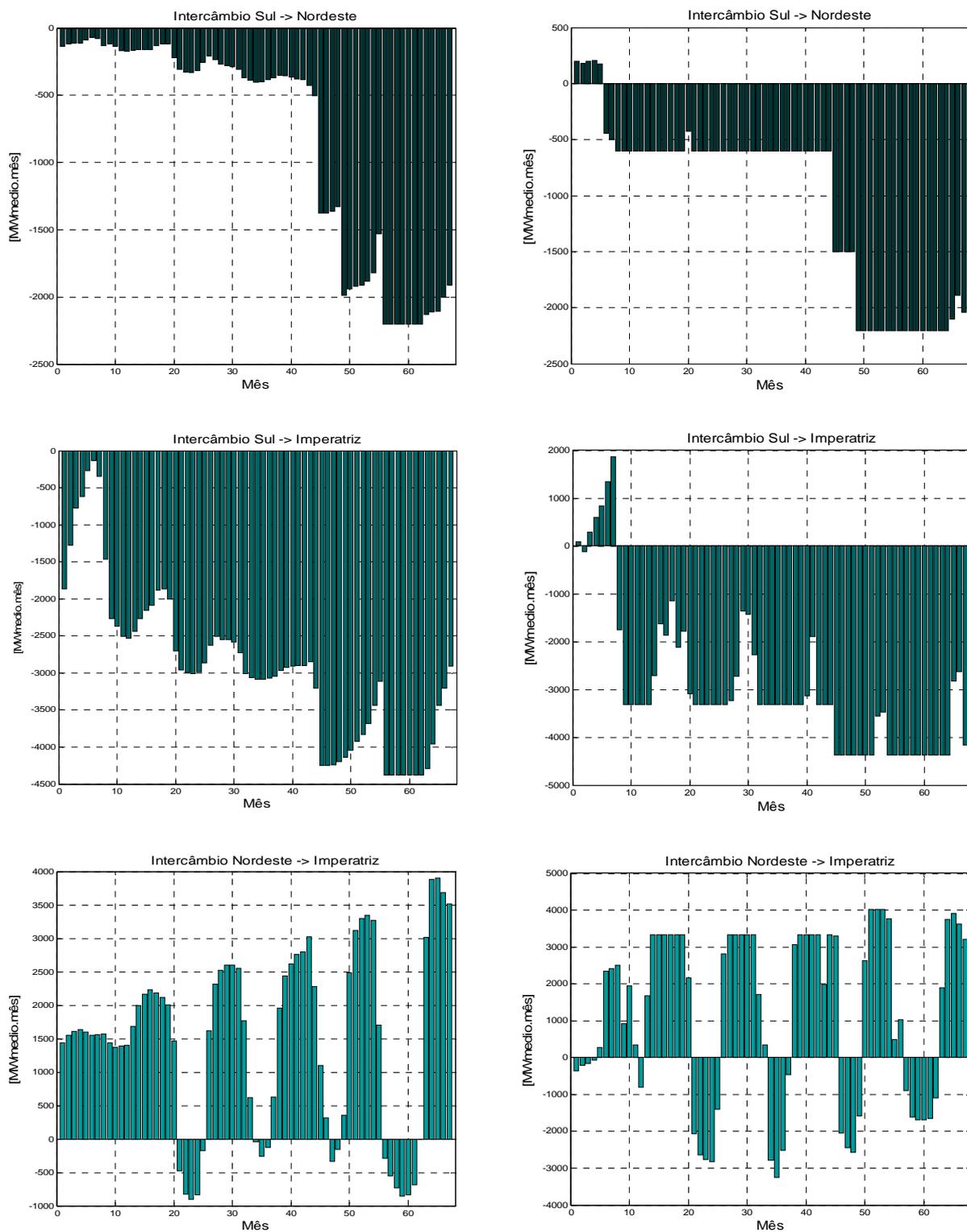


Figura 31 - Intercâmbio por subsistema:(a) linear; (b) não linear



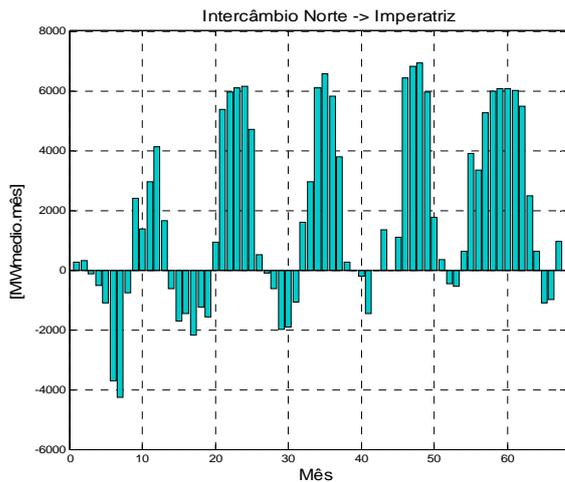
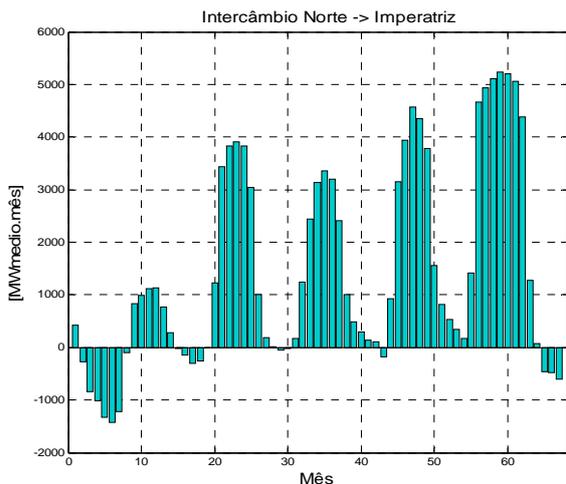
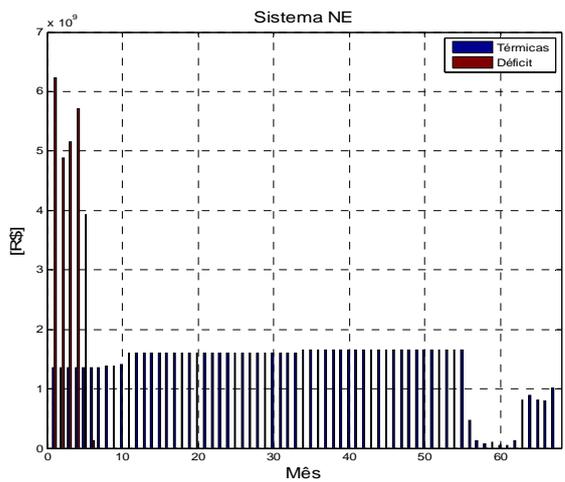
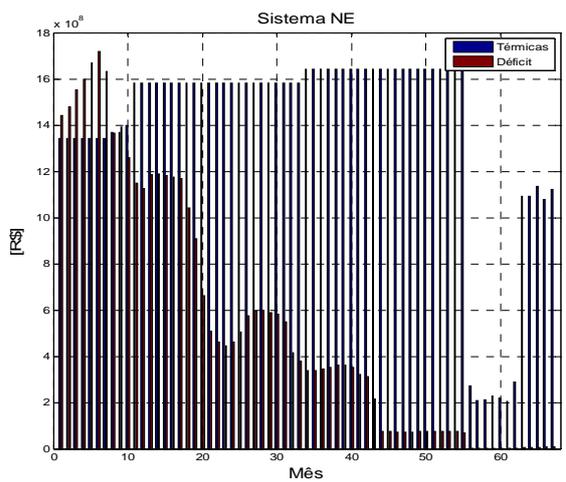
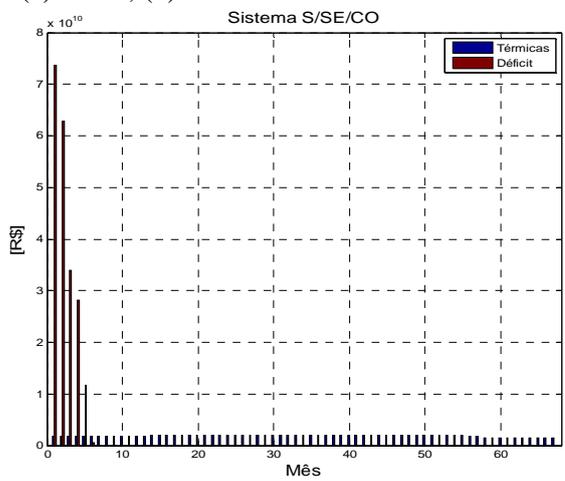
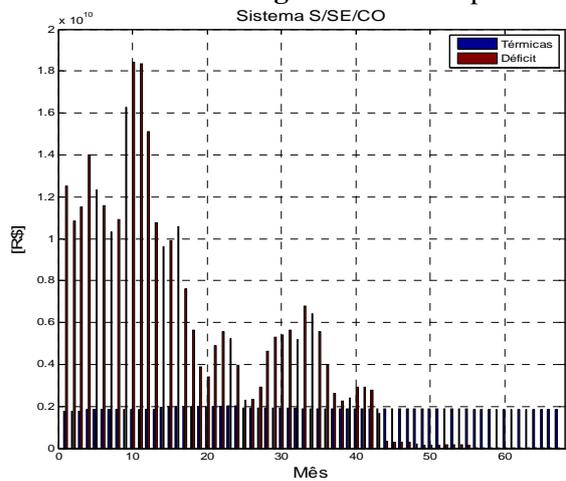


Figura 32 - Custo por subsistema:(a) linear; (b) não linear



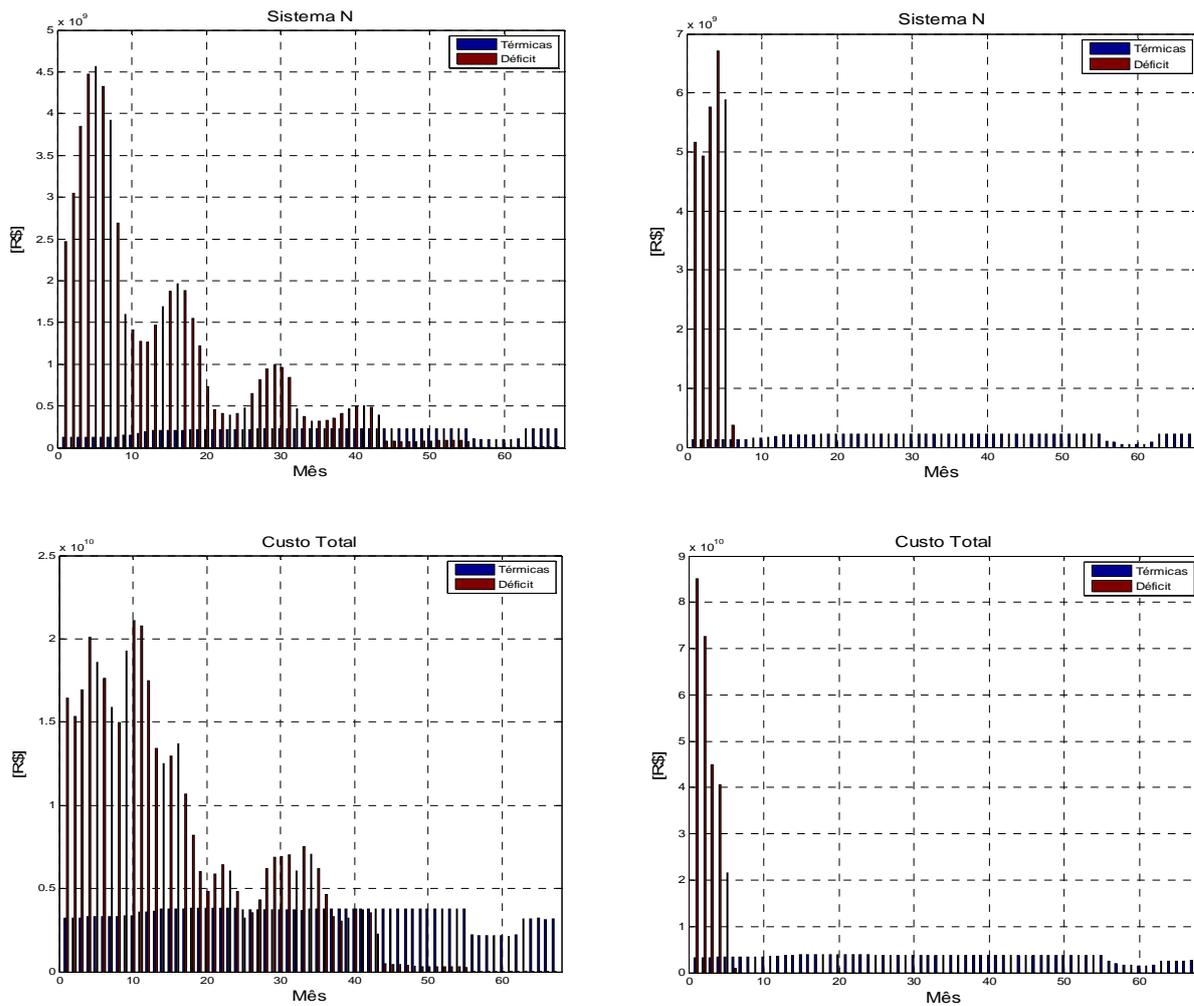
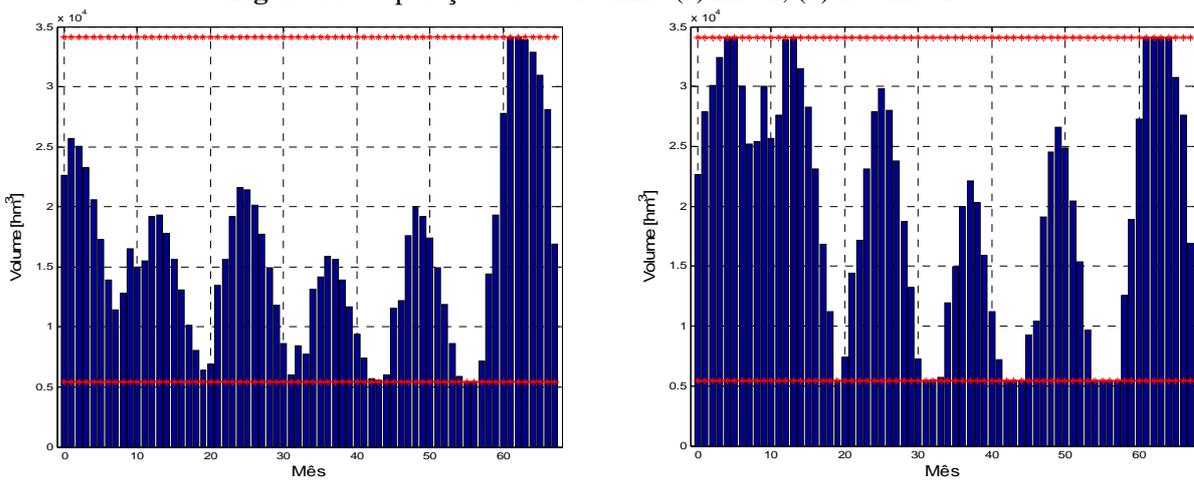
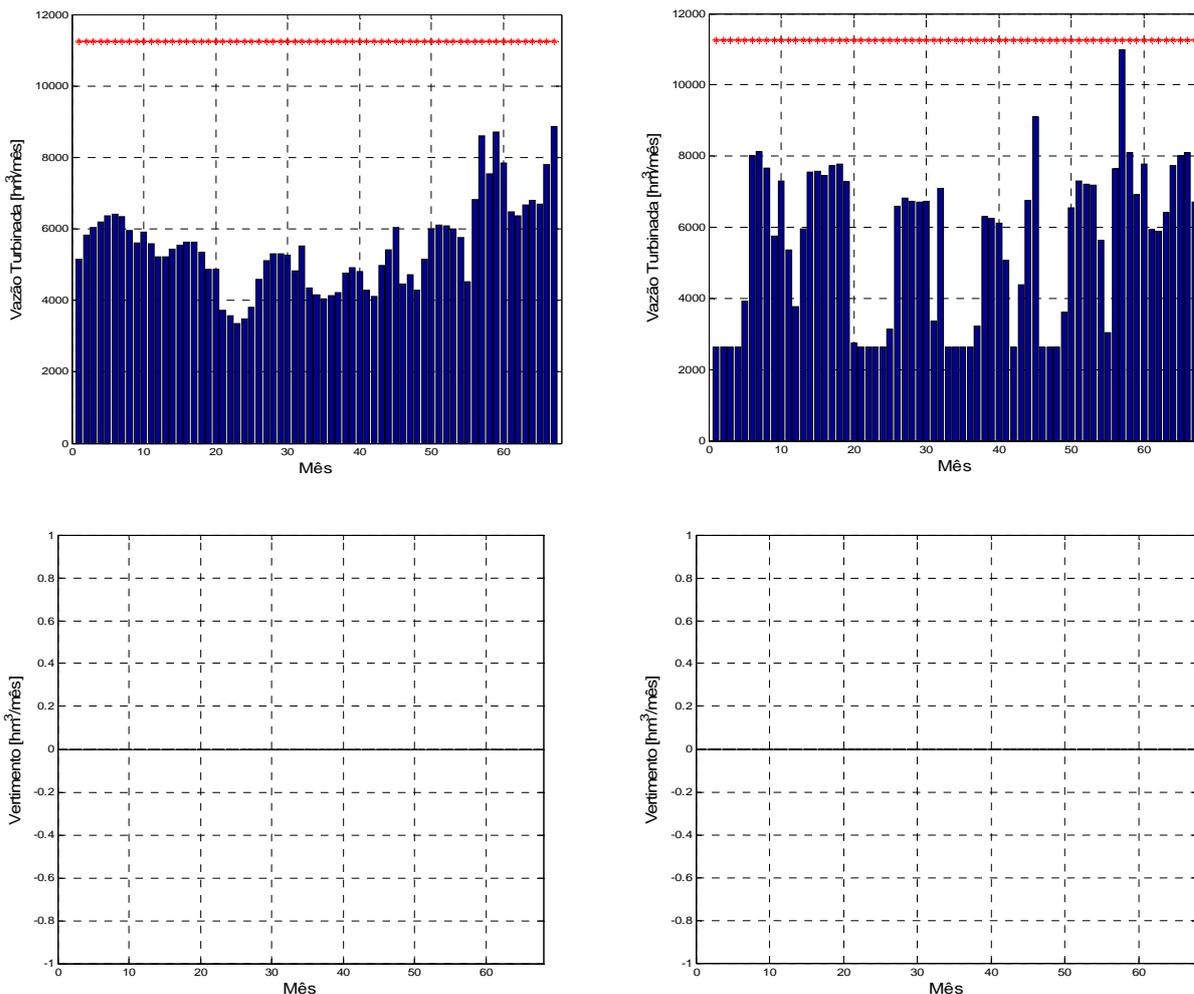


Figura 33 - Operação de Sobradinho: (a) linear; (b) não linear





Quando tomou-se como referência uma hidrologia com pouca incidência de chuva, notou-se com maior facilidade as diferentes tomadas de decisões para a operação.

Ao observar a Figura 30, viu-se que existe uma priorização do déficit no primeiro período seco da simulação, coluna (b), mas gerando com regularidade para o restante da simulação, o que implica uma maior eficiência. Como para a otimização linear o volume armazenado nos reservatórios não importa, o déficit é distribuído ao longo do período, como pode-se ver na coluna (a) da mesma figura. O regime de geração hidráulica oscila mais para a otimização não linear, justamente por haver períodos em que há a necessidade de armazenar água, melhorando assim a produtividade

Analisando as Figuras 28 e 29, tem-se que a geração térmica no início do período é a mesma para as colunas (a) e (b) por influência do cronograma de obras do programa. Mas, devido ao acúmulo de água e à priorização do déficit no início, essa geração torna-se menor ao final da simulação.

Observa-se que na Figura 28, para os primeiros meses na otimização não linear, há uma geração mínima. Esse comportamento é visto como um período de regularização do reservatório, em que é priorizado operar com os reservatórios cheios.

Há também uma tendência de intercâmbios para a região S/SE/CO, Figura 31, preservando a utilização da água para geração e assim, aumentando a produtividade dos maiores reservatórios do Brasil. Observa-se que o custo na Figura 32, com exceção dos primeiros meses de produção energética, é menor na coluna (b) em relação à (a), principalmente no NE, onde se tem um maior acúmulo de térmicas.

No intuito de mostrar com maior clareza a real operação dos reservatórios, selecionou-se novamente a hidrelétrica de Sobradinho, Figura 33, para análise. Nota-se, assim como um comportamento geral do sistema, o reservatório tende a acumular e operar com mais água para os períodos secos, com a exceção do primeiro, no qual há a regularização do reservatório. O aproveitamento da água não é o ideal para a otimização linear apresentada, ocorrendo vertimento mesmo o sistema apresentando déficit.

Abaixo, a tabela de tempo e custos para a simulação:

Tabela 3 - Dados de Otimização para Hidrologia 1952-1957

Método	Número de Iteração	Tempo de Otimização (s)	Custo da Alternativa(R\$)
Linear	37	1,5577	$6,24098 \times 10^{11}$
Não Linear	117	1435,7	$4,82598 \times 10^{11}$

10 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

10.1 Conclusões

O presente trabalho concentrou-se no comportamento da operação dos reservatórios do SIN. Embora desenvolvidos os algoritmos para a otimização de Pontos Interiores Primal-Dual e Primal-Dual Preditor-Corretor, ambos com passos distintos e iguais, utilizou-se somente o método que apresentou melhores resultados em termos de otimização.

Utilizando o programa de despacho hidrotérmico ótimo, DHO, adaptado para realizar otimização não linear, foi possível analisar as tomadas de decisão do “operador” a fim de obter um menor custo da geração de energia. A base de dados utilizada foi do Plano Decenal de Expansão de Energia 2022, com o mercado iniciando em 2015.

Durante a implementação do método não houve simplificação matemática da Hessiana, envolvendo um maior esforço computacional. Mesmo implementada a programação paralela, o que permitiria simular séries hidrológicas com uma maior rapidez e calcular risco de déficit, média dos custos de operação, dos custos marginais, etc., não se utilizou essa ferramenta devido à limitação computacional.

Pode-se obter resultados para otimização linear de forma rápida, mas com comportamentos fictícios, já que não importa o volume armazenado, a afluência disponível ou a ocorrência de déficit, pois sempre a produtividade será constante. O comportamento não linear aparentemente no início apresenta desempenho pior, mas se sobressai ao final do período.

Nas Figuras 34 e 35 observa-se a característica geral do sistema com relação ao armazenamento. Conclui-se que, além da otimização não linear apresentar um menor custo da alternativa, ela propicia uma operação do sistema sempre com um maior volume de água armazenado, diminuindo assim o risco de déficit para o planejamento.

Figura 34 – Volume Armazenado total do sistema – hidrologia 1990-1995

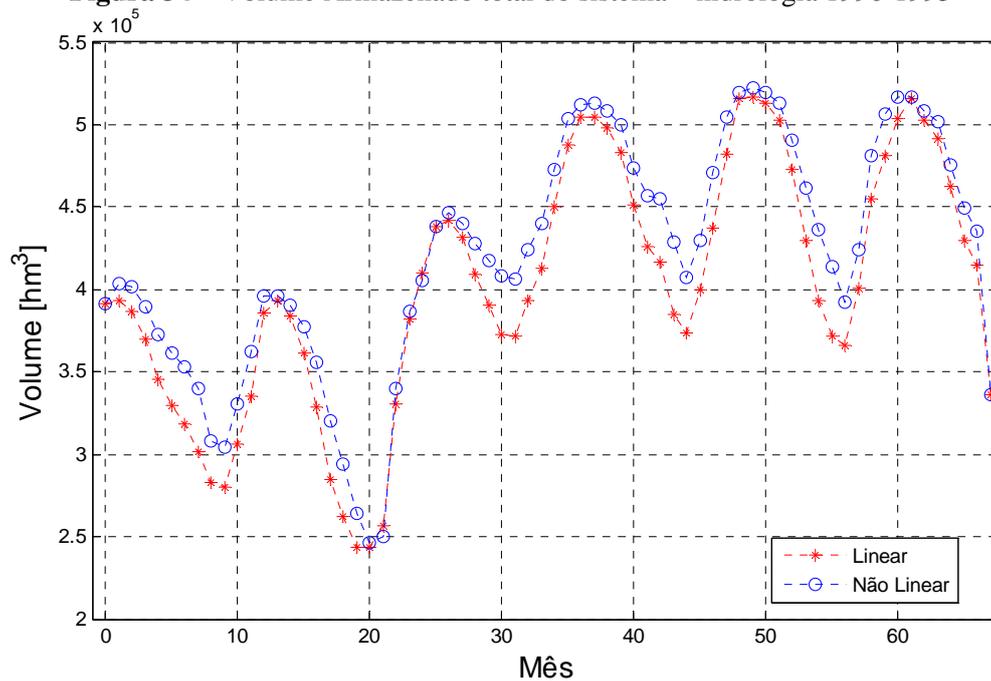
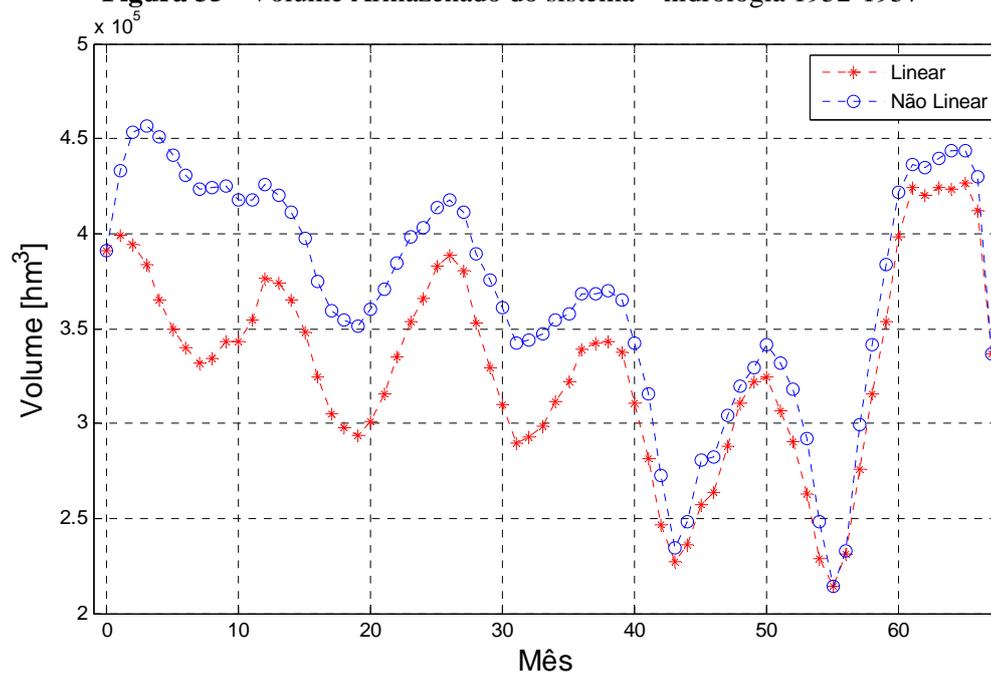


Figura 35 - Volume Armazenado do sistema – hidrologia 1952-1957



10.2 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, podem ser enumerados:

1. Buscar melhores parâmetros de calibração do DHO para a programação não linear, a fim de reduzir tempo de simulação;
2. Implementar a otimização em paralelo em servidor;
3. Realizar testes considerando a hessiana simplificada;
4. Fazer a comparação com o NEWAVE

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL – *Atlas de Energia Hidráulica*.

Disponível: <http://www2.aneel.gov.br/arquivos/pdf/atlas_par2_cap3.pdf>. Acesso em 25 mar 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL - *Banco de Informações de Geração – BIG*.

Disponível: <<http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>>. Acesso em 30 mar. 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL - *Cadernos Temáticos – Compensação Financeira pela Utilização de Recursos Hídricos para Geração de Energia Elétrica. Brasil, 2005*.

Disponível: <www.aneel.gov.br>. Acesso em 30 mar. 2016.

AKROTIRIANAKIS, I.; RUSTEM, B. A.; 1997. Globally convergent interior point algorithm for general non-linear programming problems. *Journal of Optimization Theory and Applications* Technical report 97/14, Dept. of Computing, Imperial College.

AQUINO, R. R. B.; 2001. *Redes Neurais Artificiais Recorrentes: Uma aplicação à Otimização da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração*. Doutorado, Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – COPELE, Universidade Federal da Paraíba – UFPB.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J.;1970a. Optimal operation of multireservoir systems using a composite representation. *Power Apparatus and Systems – IEEE, PAS-89(2)*, p. 327–335.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J.;1970b. Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system. *Power Apparatus and Systems - IEEE, PAS-89(2)*, 319 –326.

BAHRAMI, K. A.; CALDWELL R.W.; 1979. Electric utility systems application of dispersed storage and generation. *IEEE Power-Engineering Society Summer Meeting*, 1.5 -. A79 494-6.

BARBOZA, L., V.; 2006. Método não-linear de pontos interiores aplicado à minimização de perdas em sistemas de potência. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional (TEMA)*, v. 7, p. 189–200.

BENDERS, J., F.; 1962. Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems. *Numerische Mathematik*, v. 4, p. 238 – 252.

BERTSEKAS, D. P., 1976. *Dynamic Programming and Stochastic Control*, Academic Press, New York.

BOCANEGRA, S.; 2005. *Algoritmos de Newton-Krylov pré-condicionados para métodos de pontos interiores*. Belo Horizonte, Doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG.

Centro de Pesquisa de Energia Elétrica - CEPEL; 1977. *Modelo de Programação Dinâmica Estocástico para a Operação de Sistemas Hidrotérmicos*. Relatório Técnico CEPEL no. 144/77.

CONN, A. R.; GOULD, N. I. M.; TOINT, P. L.; 2000. Trust Region Methods. *Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM*, Philadelphia.

CRUZ Jr., G. d.; 1998. *Modelo equivalente não linear para o planejamento da operação a longo prazo de sistemas de energia elétrica*. Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, Brasil.

DIAS, B. H.; 2010. *Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*. Doutorado – PUC-Rio, Rio de Janeiro.

DIKIN, I. I.; 1967 Iterative solution of problems of linear and quadratic programming. *Doklady Akademii Nauk SSSR* 174, p. 747-748. Translated into English in *Soviet Mathematics Doklady* 8:674-675, 1967.

DINIZ, A. L.; SANTOS, T. N.; MACEIRA, M. E. P. (2006). Short term security constrained hydrothermal scheduling considering transmission losses. *IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America*, Caracas, Venezuela, pp. 1–6.

EL-BAKRY, A. S. et al.;1996. On the formulation and theory of the newton interior-point method for nonlinear programming. *Journal of Optimization Theory and Application*, v. 89, p. 309–332.

Empresa de Pesquisa Energética - EPE; 2016.

Disponível: <http://www.epe.gov.br/Paginas/default.aspx>. Acesso em 2016.

FIACCO, A. V.; MCCORMICK, G. P.;1968 *Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques*. New York: John Wiley & Sons.

FLETCHER, R.; 1987 *Practical methods of optimization*, New York: John Wiley & Sons.

FRIEDLANDER, A.;1994 *Elementos de programação não-linear*. Campinas: Editora da Unicamp.

FRISCH, K. R.; 1955 *The logarithmic potential method of convex programming*. Oslo: Unpublished manuscript.

GORENSTIN, B.; CAMPODONICO, N.; COSTA, J.; PEREIRA, M. ;1992. Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS - 7(2), 791–797.

GRANVILLE, S.; 1994. Optimal reactive dispatch through interior-point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 136–146.

KADOWAKI, M.; 2012. *Modelo de Programação da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Curto-Prazo*. Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, Brasil.

KARMAKAR, N.; 1984. A New Polynomial - Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica* 4, no. 4, p. 373 – 395.

KLIGERMAN, A. S.; 1992. *Operação ótima de subsistemas hidrotermicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual*. Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

LUENBERGER, D. G.; 2005 *Linear and nonlinear programming*. New York: Springer.

MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A.; COSTA, F. S.; DAMÁZIO, J. M.; MELO, A. C. G.; 2002. Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system. *14th Power Systems Computation Conference (PSCC)*. Sevilla - Spain: [s.n.].

MACEIRA, M., MERCIO, C., GORENSTIN, B., CUNHA, S., SUANNO, C., SACRAMENTO, M. & KLIGERMAN, A.; 1998. Energy evaluation of the north/northeastern and south/southeastern interconnection with newave model. *VI SEPOPE –Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, Brasil.

MACGILL, I. F.; KAYE, R. J.;1999. Decentralised coordination of power system operation using dual evolutionary programming. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, p. 112-119.

MARIANO, C. R.; 2006. *Estudo e análise do desempenho do método barreira modificada*. Doutorado - Universidade de São Paulo.

MARQUES, T. C.; CICOGNA, M. A.; SOARES, S.; 2006. Benefits of Coordination in the Operation of Cascaded Hydroelectric Power Systems. *IEEE Power-Engineering Society General Meeting*.

MARTÍNEZ, J. M.; SANTOS, S. A.; 1995 *Métodos computacionais de otimização*. Campinas: Editora da Unicamp.

MARTÍNEZ, L.; 2001. *Políticas de Controle Malha Fechada e Malha Aberta no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos*. Doutorado - FEEC- Unicamp, Campinas.

MEGIDDO, N.; 1989. *Pathways to the optimal set in linear programming*, in Progress in Mathematical Programming. New York: Springer-Verlag, Inc., 1989, p. 131 – 158.

MEHROTRA, S.; 1992. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method. *SIAM Journal on Optimization*, vol. 2 (Nov.), no. 4, pp. 575 – 601.

MELLO, F. M.; PIASENTIN, C.; COMITÊ BRASILEIRO DE BARRAGENS; 2011 *A História das Barragens no Brasil Séculos XIX, XX e XXI*. Rio de Janeiro: CBDB.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J.; 2006 *Numerical optimization*. New York: Springer.

OLIVEIRA, M. L.; 2008. *Método de pontos interiores com técnicas de região de garantia para resolver o problema de fluxo de potência ótimo reativo*. Relatório técnico.

Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS; 2016. *O que é o SIN – Sistema Interligado Nacional*.

Disponível em: http://www.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx. Acesso em 30 mar. 2016.

PEREIRA, M. V.; PINTO, L. M. V. G., 1985. Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach, *Water Resources Research*, v.23, p. 779-792.

PEREIRA, M. V.; PINTO, L. M. V. G., 1989. Optimal Stochastic Operation Scheduling of large hydroelectric Systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v. 11, no. 3, p. 161 - 169.

QUINTANA, V., H.; TORRES, G., L.; 1997. Introduction to Interior-Point Methods. *IEEE PES Task Force on Interior-Point Methods Applications to Power Systems*.

RODRIGUES, M., MACEIRA, M., ROSS, R., KOPILER, A., TITO, F., HENRIQUES, L., CASTRO, A., ARAÚJO, A., ZARUR, P., MELLO, J. & ANDRADES, D.; 2001. *Sistema de encadeamento de modelos energéticos*. Anais do XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, v. 1, Campinas, Brasil.

RISSI, G. F.; 2009. Modelo de otimização de despacho hidrotérmico com risco de déficit controlado; Trabalho de conclusão do curso de Engenharia Elétrica, Escola de engenharia de São Carlos.

SOARES F., S.; 1987. *Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos*, Revista SBA – Controle e Automação, vol. 1, no. 2, p. 122 – 131.

THEIS, I. M.; 1990 *Crescimento Econômico e demanda de energia no Brasil*. Blumenau: FURB.

TORRES, G., L.; QUINTANA, V., H.; 1998a An Interior-Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Rectangular Coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 13, No. 4, p. 1211-1218.

TORRES, G., L.; 1998b. *Nonlinear optimal power flow by interior and non-interior point methods*. Canadá. Doutorado – University of Waterloo.

TORRES, G. L.; 2001. Caderno da disciplina Programação Matemática.

VANDERBEI, R. J.; SHANNO, D. F.; 1999. An interior-point algorithm for nonconvex nonlinear programming. *Computational Optimization and Applications*, v. 13, p. 231–252.

WRIGHT, S. J.; 1997. Primal - Dual Interior-Point Methods, *Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM*, Philadelphia.

WU, Y. C.; DERBS, A. S.; MARSTEN, R. E.; 1994. A direct nonlinear predictor corrector primal dual interior point algorithm for optimal power flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 876–883.

XAVIER, L., DINIZ, A., COSTA, F. & MACEIRA, M.; 2005. Aprimoramento da modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas no modelo decomp: Metodologia e resultados. *XVIII SNPTEEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Curitiba, Brasil.

Ye, Y.;1997 *Interior point algorithms: theory and analysis*. JohnWiley & Sons.

ZHANG, Y.; 1996. Solving Large-Scale Linear Programs by Interior-Point Methods Under MATLAB environment. *Optimization Methods and Software*, Technical Report TR96-01 (Feb), University of Maryland, Baltimore.

ZHANG, Y.; 1999. User's Guide to LIPSOL - Linear Programming Interior Point Solvers v0.4. *Optimization Methods and Software*, vol. 11&12, p. 385 – 396.