

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO PARA DETECÇÃO DE  
BARRAS QUEBRADAS NOS ENROLAMENTOS  
AMORTECEDORES DE MÁQUINAS SÍNCRONAS**

por

**JOÃO MARCUS PEREIRA LIMA E SILVA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para a obtenção do grau de  
Mestre em Engenharia Elétrica.

**ORIENTADOR: LUIZ ANTONIO MAGNATA DE FONTE, D.S.c**

Recife, Julho de 2013.

© João Marcus Pereira Lima e Silva, 2013

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S586m Silva, João Marcus Pereira Lima e.  
Modelagem e simulação para detecção de barras quebradas nos enrolamentos amortecedores de máquinas síncronas / João Marcus Pereira Lima e Silva. - Recife: O Autor, 2013.  
xiv, 102 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. DSc. Luiz Antonio Magnata de Fonte.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2013.  
Inclui Referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Modelagem de máquinas síncronas. 3. Simulação. 4. Efeitos em enrolamentos amortecedores. 5. Máquinas síncronas. 6. Velocidade de rotor. 7. Escorregamento. 8. Análise no domínio da frequência. 9. Sinais de corrente. I. Fonte, Luiz Antonio Magnata de. (Orientador). II. Título.

UFPE

621.3 CDD (22. ed.)

BCTG/2013-233



# Universidade Federal de Pernambuco

## *Pós-Graduação em Engenharia Elétrica*

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE  
DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

# JOÃO MARCUS PEREIRA LIMA E SILVA

TÍTULO

**“MODELAGEM E SIMULAÇÃO PARA DETECÇÃO DE BARRAS QUEBRADAS  
NOS ENROLAMENTOS AMORTECEDORES DE MÁQUINAS SÍNCRONAS”**

A comissão examinadora composta pelos professores: LUIZ ANTÔNIO MAGNATA DA FONTE, DEE/UFPE, FRANCISCO DE ASSIS DOS SANTOS NEVES, DEE/UFPE e HÉLIO MAGALHÃES DE OLIVEIRA, DES/UFPE, sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **JOÃO MARCUS PEREIRA LIMA E SILVA APROVADO.**

Recife, 31 de julho de 2013.

---

**CECÍLIO JOSÉ LINS PIMENTEL**  
Coordenador do PPGEE

---

**LUIZ ANTÔNIO MAGNATA DA FONTE**  
Orientador e Membro Titular Externo

---

**HÉLIO MAGALHÃES DE OLIVEIRA**  
Membro Titular Externo

---

**FRANCISCO DE ASSIS DOS SANTOS NEVES**  
Membro Titular Interno

*Dedico este trabalho a meu pai,  
Professor Elry Luiz da Silva. O maior  
mestre que Deus colocou em meu  
caminho.*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por todas as oportunidades e conquistas até o presente e que ainda estão por vir.

A meus pais a quem devo tudo em minha vida. Por toda dedicação e todos os esforços para que mais este objetivo se tornasse realidade.

Ao Professor Luiz Antônio Magnata da Fonte pela orientação, pelo cuidado e pela confiança em meu trabalho.

Ao professor Alexandre Jorge Tavares de Souza pela amizade e por ter possibilitado o primeiro contato com o Professor Magnata. Esta ajuda não tem preço!

Aos Professores Geraldo Leite Torres e José Maurício de Barros Bezerra pela assistência.

A Andrea Tenório, por sempre resolver os problemas de todos nós Alunos do PPGEE.

A Pedro Rodrigues e Antônio Carlos Brito, pela amizade, pela força, pela Montilla, Whisky, aguardente, etc...

E, finalmente, aos amigos do GPTD Alexandro Aleixo e Suelen Holder, por todos os conselhos e pela ajuda sempre que necessário. Vocês fizeram parte de todo esse trabalho!

Muito Obrigado!

Resumo da Dissertação apresentada à UFPE como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **MODELAGEM E SIMULAÇÃO PARA DETECÇÃO DE BARRAS QUEBRADAS NOS ENROLAMENTOS AMORTECEDORES DE MÁQUINAS SÍNCRONAS**

**João Marcus Pereira Lima e Silva**

Julho/2013

Orientador: Luiz Antonio Magnata da Fonte, D.S.c

Área de Concentração: Processamento de Energia.

Palavras-chave: Modelagem de máquinas síncronas, Simulação, efeitos em enrolamentos amortecedores, Máquinas Síncronas, Velocidade de rotor, Escorregamento, Análise no domínio da frequência, Sinais de Corrente.

Número de Páginas: XIV+77.

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de modelagem abordando os circuitos internos de rotor destinada, à determinação das correntes presentes nestes. As simulações foram realizadas em MATLAB/SIMULINK<sup>®</sup> usando equações de fluxo. Também é mostrado o comportamento das correntes com a variação da velocidade da máquina a partir da resolução do sistema de equações resultante do modelo a parâmetros de circuito, parâmetros esses que são obtidos a partir dos dimensionais da máquina e dos materiais dos quais ela é constituída. Também são mostradas equações para obtenção das frequências de banda da fundamental, que são as indicadores da existência de circuitos interrompidos. Estão inclusos também resultados da aplicação em um caso real para uma máquina de 150 MVA, contemplando variações de valores mecânicos da máquina, a exemplo da medida do encaixe entre a barra e o anel de curto-circuito (end ring) ou o valor da medida da parte inclinada das bobinas estatóricas e as distribuições de corrente nas barras por polo. Também são mostradas as formas de se calcular os parâmetros que alimentarão tanto as simulações, quanto o sistema de equações destinado à determinação das correntes, bem como o comportamento de cada corrente em cada barra com a variação do escorregamento. As dinâmicas de torque, ângulo de carga, correntes de armadura e velocidades do eixo da máquina são expostas para o caso de uma máquina sadia, ou seja isenta de defeitos, e de uma máquina defeituosa apresentando um circuito interrompido.

Abstract of Dissertation presented to UFPE as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

# **MODELAGEM E SIMULAÇÃO PARA DETECÇÃO DE BARRAS QUEBRADAS NOS ENROLAMENTOS AMORTECEDORES DE MÁQUINAS SÍNCRONAS**

**João Marcus Pereira Lima e Silva**

July /2013

Supervisor: Luiz Antonio Magnata da Fonte, DSc

Concentration Area: Energy Processing.

Keywords: Modeling, Simulation, damper windings, synchronous machines, Speed, Slip, Frequency of signal, Armature Current.

Number of Pp: XIV+77

**ABSTRACT:** The aim of this paper is to present a modeling for addressing the internal circuitry designed to determine rotor currents present in these. The simulations were accomplished with MATLAB / SIMULINK using flow equations. The behavior of the currents is also investigate by varying the speed of the machine by solving of the resulting system of equations of the model circuit parameters, those parameters that are obtained from dimensional machine and materials of which it is made. The equations to derive the fundamental frequency bands are also shown, wich are indicative of the existence of the interrupted circuit. Results are included for a real machine for a 150 MVA contemplating variations of mechanical values of the machine, such as the extent of the fit between the bar and the short-circuit ring (ring end) or the value of the measurement of the inclined stator coils and current distributions in bars per pole. The forms of calculating the parameters fed into the simulation model, the system of equations for determining the current as well as the behavior of each current in each bar with the variation of slipping are also shown. The dynamics of torque, the load angle, armature currents and speeds of the machine axis are set for the case of an engine sound, that is non-defective, and a defective machine showing a circuit interrupted.

## Sumário

Lista de Figuras .....	IX
Lista de Tabelas .....	X
Simbologia.....	XI
1 Introdução .....	16
1.1 motivação.....	16
1.2 Estrutura do texto.....	16
2 DA ESCOLHA DE UM MODELO.....	18
2.1 Introdução .....	18
2.2 DETERMINAÇÃO DAS IMPEDÂNCIAS DOS CIRCUITOS.....	24
2.2.1 Reatância Síncrona de estator.....	25
2.2.2 Reatância do enrolamento de campo $X_{ffd}$ .....	26
2.2.3 Reatância mútua entre estator e enrolamento de campo $X_{afd}$ .....	29
2.2.4 Reatância própria do n-ésimo circuito adicional de rotor $X_{nnd}$ .....	30
2.2.5 Reatância Mútua entre estator e n-ésimo circuito adicional de rotor $X_{and}$ .....	31
2.2.6 Reatância mútua entre circuitos adicionais de Rotor $X_{nkd}$ onde $k > n$ .....	33
2.3 Resistências.....	34
2.3.1 Resistência de estator.....	34
2.3.2 Resistência do circuito de campo $R_{ffd}$ .....	34
2.3.3 Resistência do n-ésimo circuito adicional de rotor $R_{nnd}$ .....	35
2.4 Fatores de forma .....	36
2.4.1 O fator $Fd1$ .....	42
2.5 As equações operacionais da máquina.....	43
2.6 A Equação matricial.....	48
2.7 DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES INTERNAS .....	50
2.8 CONCLUSÃO .....	59
3 Das simulações e dos resultados numéricos.....	60
3.1 Introdução .....	60
3.2 Da simulação dinâmica.....	60
3.3 AS EQUAÇÕES MECÂNICAS DA MÁQUINA SÍNCRONA.....	66
3.3.1 O torque Eletromagnético.....	66
3.3.2 Equações de movimento do rotor .....	67
3.4 Resultados das simulações.....	69
.....	70
3.5 A técnica de detecção de barras defeituosas .....	70
3.6 Conclusão.....	75
4 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	76
4.1 INTRODUÇÃO .....	76
4.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	78
4.2.1 Detecção de excentricidades.....	78
4.3 O uso da transformada discreta Wavelet .....	79
5 ANEXO A.....	85
5.1 Influência dos parâmetros nos resultados numéricos .....	85
5.1.1 O parâmetro $de$ .....	85
5.1.2 O parâmetro $cbn$ .....	86
5.1.3 Parâmetro $le2$ .....	87
5.1.4 Mudanças no $le2$ .....	98
Referências Bibliográficas.....	101

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1</b> - Máquina síncrona simplificada, evidencia-se a existência de apenas um circuito adicional de rotor. ....	19
<b>Figura 2.2</b> - Circuito equivalente completo de eixo direto para máquina com seis barras por polo.[8].....	22
<b>Figura 2.3</b> – Ranhura estatórica e seus dimensionais. ....	26
<b>Figura 2.4</b> – Densidade de fluxo sobre um polo com máquina em vazio excitada pelo circuito de campo. [11].....	26
<b>Figura 2.5</b> - dimensionais presentes nas equações (2.25) e (2.26).[7] .....	28
<b>Figura 2.6</b> – Ranhuras de rotor. ....	30
<b>Figura 2.7</b> – Numeração dos circuitos do polo. ....	32
<b>Figura 2.8</b> – Curvas para obtenção de $D_{dln}$ . [11] .....	38
<b>Figura 2.9</b> – Fatores para obtenção do valor de pico da terceira harmônica.[11].....	39
<b>Figura 2.10</b> – Distanciamentos $y_{nd}$ e $y_{nq}$ . [8] .....	40
<b>Figura 2.11</b> – Bordas de saída e ataque .....	49
<b>Figura 2.12</b> – Distribuição das correntes nas barras do enrolamento amortecedor por polo. ....	55
<b>Figura 2.13</b> – Correntes barras 1 e 14 .....	56
<b>Figura 2.14</b> – Correntes Barras 2 e 13.....	56
<b>Figura 2.15</b> – Correntes nas barras 3 e 12.....	57
<b>Figura 2.16</b> – Correntes Barras 4 e 11 .....	57
<b>Figura 2.17</b> – Correntes Barras 5 e 10.....	58
<b>Figura 2.18</b> – Correntes Barras 6 e 9.....	58
<b>Figura 2.19</b> – Correntes Barras 7 e 8.....	58
<b>Figura 3.1</b> - Corrente de eixo $q$ da máquina simulada (compensador síncrono de 150 MVA). ....	69
<b>Figura 3.2</b> - Corrente de eixo $q$ da máquina simulada (Máquina com defeito). ....	69
<b>Figura 3.3</b> - Corrente de eixo $d$ da máquina simulada (compensador síncrono de 150 MVA) sem defeitos. ....	69
<b>Figura 3.4</b> - Corrente de eixo $d$ da máquina simulada com defeito. ....	70
<b>Figura 3.5</b> – Velocidade angular da máquina em pu.(máquina sem defeito).....	70
<b>Figura 3.6</b> –Velocidade angular da máquina em pu.(máquina sem defeito). Detalhe do tempo de aceleração.....	70
<b>Figura 3.7</b> – Espectro de frequências do sinal da corrente de armadura da máquina de 150 MVA sem barras quebradas. ....	71
<b>Figura 3.8</b> – Espectro da máquina com barras quebradas. ....	72
<b>Figura 3.9</b> – Detalhe da frequência de banda inferior. Observa-se a súbita elevação de 2.5% para 14% quando da ocorrência do defeito. ....	72
<b>Figura 3.10</b> - Detalhe do tempo de aceleração para máquina com uma barra quebrada.....	74
<b>Figura 4.1</b> – Descrição de como a transformada de Fourier atua.....	80
<b>Figura 4.2</b> – Descritivo das Wavelets .....	80
<b>Figura 4.3</b> – Alguns tipos de Wavelets.....	82
<b>Figura 4.4</b> – Característica do padrão das Wavelets quando da partida de uma máquina com barras quebradas.....	84

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2.1</b> - <i>Parâmetros para cálculo dos parâmetros para preenchimento das equações matriciais.</i> .....	51
<b>Tabela 2.2</b> – <i>Comparativo entre os fatores de forma de Rankin e Jovanovski.</i> .....	55
<b>Tabela 5.1</b> - <i>Varição da secção do anel com o comprimento de.</i> .....	86
<b>Tabela 5.2</b> - <i>Intensidade das correntes e erro</i> .....	86
<b>Tabela 5.3</b> - <i>Evolução do erro médio com variação do <math>cbn</math></i> .....	87
<b>Tabela 5.4</b> - <i>Distribuições de corrente em ralação ao <math>cbn</math></i> .....	87
<b>Tabela 5.5</b> - <i>Variações das reatâncias de armadura com o parâmetro <math>le_2</math></i> .....	87
<b>Tabela 5.6</b> - <i>Variações das correntes nas barras do amortecedor armadura com o parâmetro <math>le_2</math></i> .....	88

## Simbologia

<i>Ad1</i>	Fator a partir do qual se obtém o valor de pico da componente fundamental da densidade de fluxo de entreferro proveniente da energização da armadura
<i>Ddl<sub>n</sub></i>	Fator a partir do qual se pode multiplicar o valor de pico da densidade de fluxo no entreferro (sendo a máquina excitada pelo n-ésimo circuito adicional de rotor) para se obter o pico da componente fundamental de densidade de fluxo.
<i>Ddon</i>	Fator para se obter, a partir da máxima densidade de fluxo de entreferro, o valor eficaz da densidade de fluxo interno ao n-ésimo circuito em relação ao eixo direto.
<i>Efd</i>	Tensão de campo em pu.
<i>Fdo</i>	<i>Ddon</i> para $y_d = 1$ .
<i>Fd1</i>	Fornece o pico da fundamental da densidade de fluxo se a máquina é excitada apenas pelo campo.
<i>fl</i>	Frequência de bandas laterais à fundamental em Hz.
<i>fr</i>	Frequência de rede em Hz.
<i>gd</i>	Valor de medida de entreferro para o Cálculo dos fatores de forma polar. Em pu.
<i>gq</i>	Valor de medida de entreferro para o Cálculo dos fatores de forma polar. Em pu.
<i>gy</i>	Medida de entreferro usada nas integrais dos fatores de forma. Pode ser <i>gd</i> ou <i>gq</i> dependendo da região do polo.
<i>iao</i>	Corrente de base de armadura, em Amperes.
<i>id</i>	Corrente de Armadura em pu. Referida ao eixo direto.
<i>Ifd</i>	Corrente de campo em pu.
<i>Ifdo</i>	Corrente de base do campo em Amperes
<i>Ind</i>	Corrente de Circuito adicional de rotor de eixo d em pu.
<i>Ixdo</i>	Corrente de Base do n-ésimo circuito adicional de rotor.

$K_d$	Fator de distribuição dos enrolamentos de armadura
$K_{enr}$	Fator de enrolamento, produto dos fatores de passo e distribuição
$K_p$	Fator de Passo dos enrolamentos de armadura
$K_\phi$	Fator para obtenção do fluxo total por polo a partir do valor eficaz da densidade de fluxo de entreferro.
$L$	Comprimento longitudinal da máquina
$L_{afd}$	Indutância mútua entre campo e armadura em pu.
$L_{ao}$	Indutância Base de armadura em Henrys.
$L_b$	Largura de Ranhura estatórica
$L_{bnnd}$	Indutância da n-ésima barra de rotor em relação ao eixo direto em pu.
$L_{ennd}$	Indutância da n-ésima parte do Anel de curto-circuito (End Ring) em relação ao eixo direto em pu.
$L_{ffd}$	Indutância própria do enrolamento de Campo em pu.
$L_{gnnd}$	Indutância de entreferro correspondente ao n-ésimo circuito de eixo direto rotórico em pu.
$L_{nfd}$	Indutância mútua entre o campo e o n-ésimo circuito adicional de rotor de eixo direto.
$L_t$	Largura do “dente” da ranhura estatórica.
$N$	Número de espiras da bobina estatórica
$N_{fd}$	Número de espiras das bobinas de campo
$P$	Número de polos da máquina
$p$	Operador derivativo ( $p = \frac{d}{dt}$ )
$p_{enr}$	Passo de enrolamento de armadura. Dado em ranhuras por polo.
$P_p$	Passo Polar
$P_{in}$	Potência de entrada da máquina (em Watts).
$P_{em}$	Potência Eletromagnética desenvolvida pela máquina em pu.

$R$	Raio (interno) da secção transversal da máquina em mm.
$R_s$	Resistência de Armadura em pu.
$R_{bnnd}$	Resistência da n-ésima barra em relação ao eixo direto em pu.
$R_{ennnd}$	Resistência da n-ésima parte do anel de curto-circuito em relação ao eixo direto em pu.
$R_{fd}$	Resistência do Enrolamento de Campo.
$R_{nknd}$	Resistência “mútua” entre circuitos n e k ( $k > n$ ) adicionais de rotor de eixo direto.
$R_{nnd}$	Resistência do n-ésimo circuito adicional de rotor de eixo direto.
$S$	Escorregamento em percentual
$T_{em}$	Torque eletromagnético desenvolvido pela máquina síncrona em Nm.
$T_B$	Torque de base.
$V_d$	Tensão de Armadura referida ao eixo direto em pu.
$V_o$	Tensão de sequência zero estatórica em pu.
$V_q$	Tensão de Armadura referida ao eixo em quadratura em pu.
$x_{afd}$	Reatância mútua entre campo e armadura em pu.
$x_{and}$	Reatância mútua entre Armadura e circuito n (adicional de rotor) de eixo direto em pu.
$x_{ao}$	Reatância base de Armadura em Henrys
$X_{bnnd}$	Reatância de barra do n-ésimo circuito adicional de rotor de eixo direto em pu.
$X_{ennnd}$	Reatância da n-ésima parte do anel de curto-circuito em relação ao eixo direto em pu.
$X_{ffd}$	Reatância do circuito de campo em pu.
$X_{fnd}$	Reatância mútua entre Campo e circuito n (adicional de rotor) de eixo direto em pu.
$X_{gnnd}$	Reatância de entreferro correspondente ao n-ésimo circuito de eixo direto rotórico em pu de entreferro correspondente ao n-ésimo circuito de eixo direto rotórico em pu.

$Xl$	Reatância de dispersão de armadura em pu.
$xMD$	Reatância equivalente de eixo direto em pu.
$xMQ$	Reatância equivalente de eixo em quadratura em pu.
$Xnfd$	Reatância mútua entre o campo e n-ésimo circuito adicional de rotor em pu.
$Xnk d$	Reatância mútua entre os circuitos adicionais de rotor em pu. Onde $k > n$ .
$Xnnd$	Reatância própria de circuito adicional de rotor em pu.
$Yd$	Distância em pu das barras ao eixo direto.
$\alpha$	Razão entre o arco polar e o passo polar
$\alpha_\eta$	Deslocamento ao longo da linha entre o eixo d ( $y_d = 0$ ) até o eixo q ( $y_d = 1$ ) em pu.
$\rho$	Fator de proporcionalidade entre o entreferro mínimo ( $g$ ), medido da geometria da máquina e o entreferro calculado ( $g_\eta$ ).
$\theta_r$	Ângulo de rotor
$\lambda_d$	Fluxo de eixo direto em referencial rotórico em Webers.
$\lambda_q$	Fluxo de eixo em quadratura em referencial rotórico em Webers.
$\Psi f$	Fluxo concatenado de campo referido ao estator em pu.
$\psi fd$	Fluxo concatenado de campo em pu.
$\psi nd$	Fluxo concatenado de circuito n de eixo direto adicional de rotor em pu.
$\psi nq$	Fluxo concatenado de circuito n de eixo em quadratura adicional de rotor em pu.
$\psi md$	Fluxo mútuo de eixo direto em pu.
$\psi mq$	Fluxo mútuo de eixo em quadratura em pu.
$\Psi d$	Fluxo de eixo direto de armadura em referencial girante d (pu).
$\Psi o$	Fluxo de eixo direto de armadura em referencial girante o (pu).

$\Psi_q$	Fluxo de eixo direto de armadura em referencial girante q (pu).
$\varphi$	Fluxo fundamental por polo.
$\omega_{rm}$	Velocidade angular de rotor em rad/s.
$\omega_B$	Velocidade angular base de rotor em rad/s.

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O presente trabalho aborda uma metodologia para determinação das correntes nos circuitos adicionais de rotor (enrolamento amortecedor) de uma máquina síncrona. Tem por objetivo, com isso, dar a possibilidade de realizar o diagnóstico da interrupção destes circuitos, ou seja, ruptura das barras formadoras deste enrolamento. Os dados de base foram retirados de um caso real: compensador síncrono de 150 MVA de fabricação Siemens, ainda em operação na subestação de Recife II em Jaboatão do Guararapes.

É de interesse, no que diz respeito à manutenção, este tipo de estudo. A simulação da dinâmica da máquina com defeito permite, a quem estiver interessado, ver o comportamento desta durante o defeito a partir de grandezas mensuráveis externamente como a velocidade de rotor e os sinais das correntes da armadura, o que constitui uma vantagem do ponto de vista operacional – uma vez que estas grandezas podem ser monitoradas em tempo real - e de manutenção pois esta observação também constitui uma manutenção preditiva. O uso da Transformada Rápida de Fourier para a análise dos padrões de sinais de corrente também pode ser vista como uma ferramenta de manutenção preventiva (uma vez que o diagnóstico de barras quebradas precoce permite que se evite a ocorrência de outros problemas em decorrência deste).

## 1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

O texto se dá em quatro Capítulos, o Capítulo 2 fala da modelagem e do cálculo de todos os parâmetros necessários para preenchimento do modelo especificado também no Capítulo 2. Ainda neste, mostra-se a construção da equação matricial que formará o sistema de equações.

Este, por sua vez, fornece as correntes em todos os circuitos de rotor presentes em cada polo da máquina.

No Capítulo 3 são mostradas as equações (que também são alimentadas pelos parâmetros mostrados no Capítulo 2) de fluxo que constituem a simulação do funcionamento da máquina. Neste momento também é simulado o defeito interno (rompimento de barra) e são mostrados os comportamentos das grandezas mais importantes observadas durante a análise da máquina. Ainda é apresentada neste Capítulo a técnica para diagnóstico do defeito, suas vantagens e desvantagens. Também são mostrados graficamente os resultados da aplicação da mesma.

O Capítulo 4 fornece, além das considerações finais a respeito do tema, sugestões para futuros trabalhos na área de diagnóstico, não se restringindo apenas às máquinas síncronas, nem apenas a problemas nos enrolamentos amortecedores, mas mostrando que podem ser realizados diagnósticos de outros defeitos (excentricidades no eixo da máquina, por exemplo) para máquinas rotativas como um todo.

O Capítulo 5 constitui um anexo no qual se mostram os resultados numéricos da aplicação da equação matricial exibida no Capítulo 2 na prática para o compensador síncrono em questão. São mostradas também as variações de correntes conforme se mudam parâmetros da máquina.

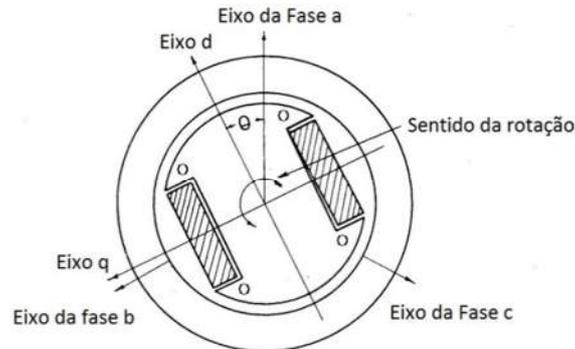
# 2 DA ESCOLHA DE UM MODELO

## 2.1 INTRODUÇÃO

No estudo das máquinas síncronas, a aplicação de um modelo adequado é imprescindível, de maneira que a escolha deste se torna a primeira grande dificuldade ao se tratar de modelagem da máquina. Em uma de suas publicações, Rankin [4] afirma que a análise de máquinas síncronas depende de um completo conhecimento das impedâncias da máquina, porém pode-se afirmar que conhecer por completo as impedâncias da máquina é o passo seguinte à escolha de um modelo que seja fisicamente consistente e dimensionalmente correto – ou seja, um modelo que além de aplicável tenha sentido físico no que se refere a todas as grandezas físicas que são inerentes à máquina interna e externamente – em virtude da existência de um grande número de circuitos adicionais de rotor. Rankin [5] afirma que para análise de máquinas com apenas um circuito de rotor por eixo, o sistema de equações proposto por Park [1] é o mais vantajoso. Isso é tão verdadeiro que o mesmo atualmente ainda é fundamentação usada em toda literatura destinada ao ensino de máquinas síncronas, devido à sua extrema simplicidade, haja visto que ele admite que os fluxos concatenados de estator, do enrolamento de campo, valores de corrente e de tensão de campo são todos unitários (1 pu) quando a máquina está em vazio.

Porém, se novos circuitos forem adicionados ao rotor, o sistema de Park se torna bastante complexo e difícil de lidar. O modelo com o qual será tratada a máquina neste trabalho é o tipo de modelo chamado recíproco. Esta denominação advém do fato de indutâncias – e também impedâncias – mútuas existentes internamente à máquina serem iguais, ou seja para uma dada indutância referente ao fluxo concatenado entre estator e o circuito de campo, por exemplo,  $x_{afd}$  existirá um outro coeficiente  $x_{fad}$  de mesmo valor). Este modelo é consequência das modificações realizadas por Crary e Waring [6] nas equações

de Park. Estas modificações levam a um sistema de equações relacionando estator e rotor a partir da relação de espiras entre um e outro, mais compreensível e com mais sentido físico.



**Figura 2.1** - Máquina síncrona simplificada, evidencia-se a existência de apenas um circuito adicional de rotor.

Para uma máquina com a configuração da Figura 2.1 apresentando um circuito de campo e um circuito adicional (anel curto-circuitado) no eixo direto, as equações de Park se apresentam da seguinte forma proposta pela equação (2.1) onde é expressa a tensão de excitação de campo  $E_{fd}$ . Nesta mesma equação é exibido o operador derivativo ( $p = \frac{d}{dt}$ ).

$$E_{fd} - I_{fd}R_{fd} = p \psi_{fd}, \quad (2.1)$$

Em que

$$\psi_{fd} = X_{ffd}I_{fd} + X_{f1d}I_{1d} - x_{afd}\dot{i}_d. \quad (2.2)$$

Para o anel de curto-circuito:

$$-I_{1d}R_{1d} = p\psi_{1d}, \quad (2.3)$$

Onde:

$$\psi_{1d} = X_{1fd}I_{fd} + X_{11d}I_{1d} - x_{a1d}\dot{i}_d. \quad (2.4)$$

A resolução das equações (2.1) e (2.4) resulta na obtenção de  $I_{1d}$  e  $I_{fd}$ .

$$I_{fd} = \frac{(pX_{11d} + R_{1d})E_{fd} + [p^2(X_{11d}x_{afd} - X_{f1d}x_{a1d}) + px_{afd}R_{1d}]i_d}{p^2(X_{11d}X_{ffd} - X_{1fd}^2) + p(X_{11d}R_{fd} + X_{ffd}R_{1d}) + R_{1d}R_{fd}}, \quad (2.5)$$

$$I_{1d} = \frac{-pX_{1fd}E_{fd} + [p^2(X_{ffd}x_{a1d} - X_{f1d}x_{afd}) + px_{a1d}R_{fd}]i_d}{p^2(X_{11d}X_{ffd} - X_{1fd}^2) + p(X_{11d}R_{fd} + X_{ffd}R_{1d}) + R_{1d}R_{fd}}. \quad (2.6)$$

Admitindo a existência de um fluxo concatenado entre a armadura e o enrolamento de campo, e que possa ser relacionado com a corrente presente neste enrolamento a partir da reatância mútua  $x_{afd}$ , o conceito de reatância mútua nesta forma e com estas unidades foi proposto pela primeira vez por Linville [7] e as expressões para tal estão em seu apêndice C.

Aplicando a mesma lógica ao circuito adicional (doravante chamado de circuito 1) existirá um  $x_{a1d}$  para o fluxo entre a armadura e o circuito 1. Sendo assim Crary [6] expressa o fluxo concatenado de eixo direto a partir na forma descrita em (2.7):

$$\psi_d = x_{afd}I_{fd} + x_{a1d}I_{1d} - x_d i_d, \quad (2.7)$$

Fazendo-se a substituição de (2.5) e (2.6) em (2.7) obtém-se:

$$\psi_d = \frac{p(X_{11d}x_{afd} - X_{f1d}x_{a1d}) + x_{afd}R_{1d}}{A(p)} E_{fd} - \left[ x_d - \frac{p^2(X_{11d}x_{afd}^2 - 2X_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + X_{ffd}x_{a1d}^2) + p(x_{afd}^2R_{1d} + x_{a1d}R_{fd})}{A(p)} \right] i_d, \quad (2.8)$$

Em que:

$$A(p) = p^2(X_{11d}X_{ffd} - X_{1fd}^2) + p(X_{11d}R_{fd} + X_{ffd}R_{1d}) + R_{1d}R_{fd}$$

Park expressa (2.8) da seguinte forma:

$$\psi_d = G(p)E_{fd} - x_d(p)i_d \quad (2.9)$$

Nesta notação  $G(p)$  e  $x_d(p)$  são, respectivamente, o operador para relacionar tensões de campo com fluxos concatenados no eixo direto e a impedância operacional de eixo direto. Da comparação entre (2.8) e (2.9) resulta:

$$G(p) = \frac{p(X_{11d}x_{afd} - X_{f1d}x_{a1d}) + x_{afd}R_{1d}}{A(p)}, \quad (2.10)$$

$$x_d(p) = \left[ x_d - \frac{p^2(X_{11d}x_{afd}^2 - 2X_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + X_{ffd}x_{a1d}^2) + p(x_{afd}^2R_{1d} + x_{a1d}^2R_{fd})}{A(p)} \right]. \quad (2.11)$$

Pode-se notar a complexidade dos termos acima. Deve-se ressaltar que estes são para apenas um circuito adicional de rotor e ficam cada vez mais complexas e difíceis de lidar à medida que se aumenta o número de circuitos de rotor.

O uso de circuitos equivalentes para analisar o funcionamento de máquinas é uma ferramenta indispensável, além de competência inquestionável. Isso advém do fato de tornar possível a resolução de problemas envolvendo sistemas com múltiplas equações. Os circuitos equivalentes de máquinas síncronas, em particular, (modelos completos que contemplem circuitos adicionais de rotor) são utilizados quando um nível de detalhamento maior é necessário. Uma importante aplicação específica destes modelos é o estudo da operação assíncrona da máquina.

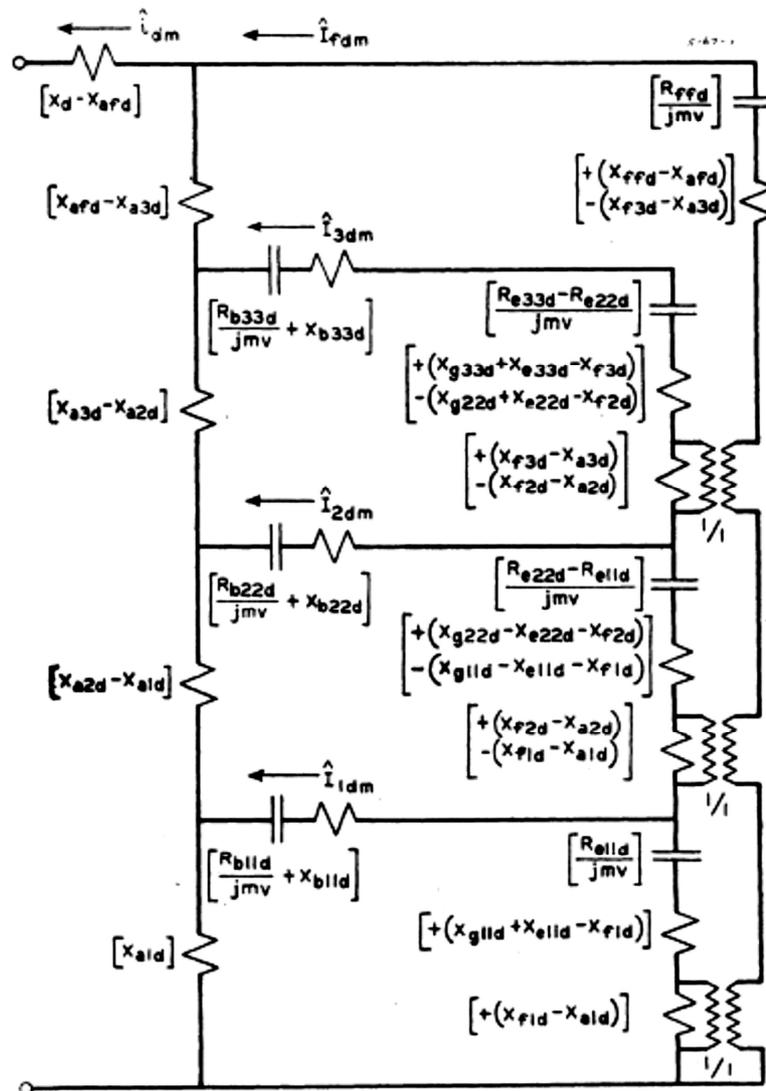
O modelo escolhido para a análise do funcionamento assíncrono de máquinas síncronas neste trabalho foi o modelo proposto por Rankin [8]. Este modelo é uma variante do modelo proposto por Linville [7], que foi um dos primeiros modelos completos de máquinas síncronas com bom desempenho, apesar das limitações decorrentes de sua complexidade. Linville desenvolve, ainda, expressões para todas as impedâncias da máquina.

O modelo de Linville foi simplificado com resultados satisfatórios por Liwschitz [9]. Porém, em estudos de caso onde o conhecimento completo de enrolamentos amortecedores é necessário, o modelo a ser usado ainda deve ser o modelo completo.

A seguir serão apresentados o modelo escolhido, as fórmulas para todas as impedâncias necessárias ao preenchimento do modelo e para sua aplicação computacional, as

bases usadas para a determinação em pu das impedâncias. Estas estão em um formato direto e sistematizado de maneira a simplificar a determinação destes valores em pu mantendo sempre o sentido físico.

O circuito da Figura 2.2 foi desenvolvido diretamente das equações operacionais da máquina contemplando as diversas relações físicas existentes entre as impedâncias formadoras deste.



**Figura 2.2** - Circuito equivalente completo de eixo direto para máquina com seis barras por polo.[8]

O modelo mostrado na **Figura 2.2** é um aprimoramento do modelo proposto por Linville [7], partindo das seguintes premissas:

- a) As impedâncias são dadas na sua forma mais geral e estão todas presentes no modelo, embora algumas possam ser eliminadas (por exemplo os trafos de acoplamento que com o circuito de anel curto circuitante podem ser negligenciados se as impedâncias do mesmo forem consideradas muito pequenas).
- b) As impedâncias do anel de curto circuito são acopladas aos circuitos de campo através de uma relação de 1/1 nos transformadores de acoplamento.

Percorrendo as malhas do circuito da Figura 2.2 (para o caso genérico com  $n$  malhas internas), é possível chegar às equações:

$$0 = \left( X_{ffd} + \frac{R_{ffd}}{jmv} \right) I_{fd} + \left( X_{f1d} + \frac{R_{f1d}}{jmv} \right) I_{1d} + \left( X_{f2d} + \frac{R_{f2d}}{jmv} \right) I_{2d} + \dots \left( X_{fnd} + \frac{R_{fnd}}{jmv} \right) I_{nd} \dots X_{fad} i_d, \quad (2.12)$$

$$0 = \left( X_{1fd} + \frac{R_{1fd}}{jmv} \right) I_{fd} + \left( X_{11d} + \frac{R_{11d}}{jmv} \right) I_{1d} + \left( X_{12d} + \frac{R_{12d}}{jmv} \right) I_{2d} + \dots \left( X_{1nd} + \frac{R_{1nd}}{jmv} \right) I_{nd} \dots X_{1ad} i_d, \quad (2.13)$$

$$0 = \left( X_{2fd} + \frac{R_{2fd}}{jmv} \right) I_{fd} + \left( X_{21d} + \frac{R_{21d}}{jmv} \right) I_{1d} + \left( X_{22d} + \frac{R_{22d}}{jmv} \right) I_{2d} \dots \left( X_{2nd} + \frac{R_{2nd}}{jmv} \right) I_{nd} \dots X_{2ad} i_d, \quad (2.14)$$

$$0 = \left( X_{nfd} + \frac{R_{nfd}}{jmv} \right) I_{fd} + \left( X_{n1d} + \frac{R_{n1d}}{jmv} \right) I_{1d} + \left( X_{n2d} + \frac{R_{n2d}}{jmv} \right) I_{2d} \dots \left( X_{nnd} + \frac{R_{nnd}}{jmv} \right) I_{nd} \dots X_{nad} i_d, \quad (2.15)$$

que são ditas as equações operacionais da máquina. Todos os termos integrantes deste modelo (suas reatâncias e resistências) e toda evolução passo-a-passo para obtenção destas equações serão descritos nas próximas seções.

## 2.2 DETERMINAÇÃO DAS IMPEDÂNCIAS DOS CIRCUITOS

O modelo, conforme apresentado na Figura 2.2, é uma representação da máquina síncrona a parâmetros de circuito. É necessário, para aplicação deste, a determinação das impedâncias formadoras do mesmo, porém é importante primeiro determinar a relação entre as correntes de estator e rotor para que, assim como nas relações em transformadores, todas as impedâncias estejam referidas a um mesmo lado. Esta por sua vez é expressa na equação (2.16).

$$\frac{I_{fdo}}{(3/2)i_{ao}} = \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{F_{d1}} \frac{N}{K_p K_d P} \frac{1}{N_{fd}}. \quad (2.16)$$

A equação (2.16) faz a relação entre a corrente de campo e o valor de pico da corrente nominal de armadura.  $A_{d1}$  e  $F_{d1}$  são fatores pelos quais se multiplica o valor eficaz da densidade de entreferro com o objetivo de obter-se o valor de pico da sua componente fundamental quando a máquina for excitada apenas pela armadura e pelo campo respectivamente. Os fatores  $K_d$  e  $K_p$  são os fatores de distribuição e de passo existentes devido ao fato de os enrolamentos de armadura serem distribuídos ( $K_d$ ) e do encurtamento das bobinas ( $K_p$ ).

A corrente de base assumida  $I_{fdo}$  será aquela que produz tensão de estator por fase igual a  $x_{ad}i_{ao}$ , sendo  $x_{ad}$  é a reatância referente à reação de armadura e  $i_{ao}$  é o valor de pico da corrente de linha nominal da máquina. Aplicando a mesma lógica para a relação de corrente entre cada circuito adicional de rotor e o estator surgirá uma nova grandeza:  $I_{xdo}$ , esta é a corrente que, ao circular por um circuito adicional de rotor (onde as barras de enrolamento amortecedor formadoras deste estejam distanciadas entre si de 100% de passo polar), produza no estator o mesmo efeito que  $I_{fdo}$ . Sendo a relação expressa pela equação (2.17).

$$\frac{I_{xdo}}{(3/2)i_{ao}} = \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{dlx}} \frac{N}{K_p K_d P}. \quad (2.17)$$

A indutância base do estator na tensão nominal será necessária para o desenvolvimento das expressões das reatâncias em pu.

$$\frac{1}{L_{ao}} = \frac{10^8}{19,14} \frac{A}{F_g F_{d1}} \frac{g}{Rl} \left( \frac{K_p K_d P}{N} \right)^2, \quad (2.18)$$

Em que 19,14 é obtido do produto :  $1,5 \times 4 \times 0,4\pi \times 2,54$  . É relacionado com a geometria da máquina, a transformação de polegadas para metros e a permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$  Henrys por metro).  $R$  é o raio da circunferência interna,  $A = \frac{1,5 i_{ao} N}{K_p K_d P}$  e  $l$  é o comprimento longitudinal da máquina.

### 2.2.1 Reatância Síncrona de estator

Assumindo que os enrolamentos de armadura estão distribuídos senoidalmente ao longo do estator com correntes nominais  $I_{ao}$ , pode-se determinar a reatância de estator ( $x_d$ ) através de duas componentes, a saber, a reação de armadura  $x_{ad}$  e a componente de dispersão  $x_l$ . A expressão de  $x_{ad}$  é dada pela equação (2.19) tirada do artigo de Rankin [8].

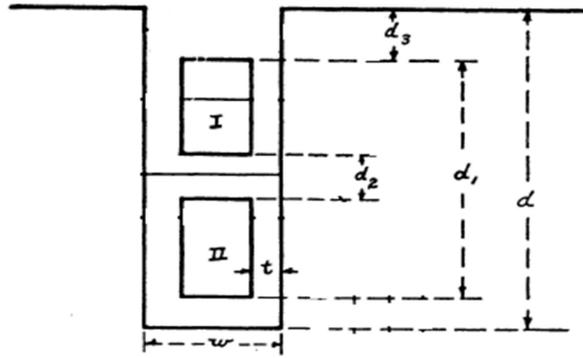
$$x_{ad} = \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{F_{d1}} \frac{A}{F_g} = k_{ad} \frac{A}{F_g}. \quad (2.19)$$

Em que  $F_g$  é a maior medida de entreferro.

A expressão para  $x_l$  foi obtida a partir da equação 37 de Alger [30].

$$x_l = \frac{20 A}{k_p^2 k_d^2 \varphi} \left[ \frac{P l}{S} \left( \frac{3p_{enr} + 1}{4} \right) \left( \frac{d_3}{w} + \frac{d_1}{3w} \right) + \frac{0.3 (3p_{enr} - 1) D}{P} \right]. \quad (2.20)$$

Onde os dimensionais de ranhura de estator  $d_1$ ,  $d_3$  e  $w$  estão indicados na Figura 2.3,  $\varphi$  é o fluxo de apenas um polo. O passo de enrolamento de armadura ( $p_{enr}$ ), ou apenas passo de enrolamento, é a relação entre o número de ranhuras do estator e o número de polos da máquina.  $S$  é o número de ranhuras do estator.



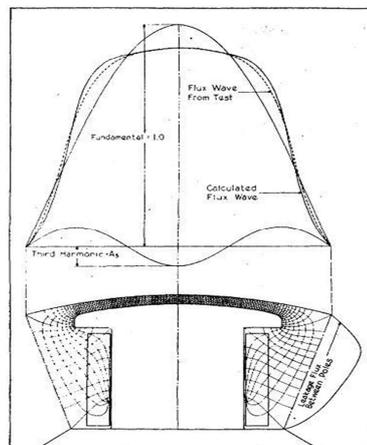
**Figura 2.3** – Ranhura estatórica e seus dimensionais.

A reatância de armadura será resultado da soma de ambas.

### 2.2.2 Reatância do enrolamento de campo $X_{ffd}$

Para obtenção da expressão de  $X_{ffd}$ , primeiro é necessário obter uma expressão para as indutâncias de campo. Com uma corrente de um Ampère fluindo através do circuito de campo, a densidade de fluxo irá se distribuir conforme evidenciado na Figura 2.4. Segundo Rankin [8], o fluxo por polo será:

$$fluxo = 3,19 \left( \frac{2}{\pi} \right) \left( \frac{2\pi Rl}{P} \right) F_{do} \frac{N_{fd}}{g}. \quad (2.21)$$



**Figura 2.4** – Densidade de fluxo sobre um polo com máquina em vazio excitada pelo circuito de campo. [11]

A primeira parcela formadora da indutância total de campo será então devida a este fluxo e será dada por:

$$L_{ffd1} = 12,76 \cdot 10^{-8} \frac{Rl}{g} N_{fd}^2 F_{d0}, \quad (2.22)$$

Em que  $F_{d0}$  é um fator de forma polar que fornece o valor eficaz da densidade de fluxo de entreferro quando a máquina é excitada apenas pelo campo.

A segunda indutância ( $L_{ffd2}$ ) é proveniente do fluxo que atravessa o “corpo” do polo e na sapata polar.

$$L_{ffd2} = 3,19 \cdot 10^{-8} N_{fd}^2 l P (\Psi_b + \Psi_t), \quad (2.23)$$

Onde  $\Psi_b$  e  $\Psi_t$  são, respectivamente as permeâncias efetivas do corpo e da sapata. Os seus valores são difíceis de determinar e dependem muito do tipo de máquina a ser estudada, porém elas são determinadas de maneira satisfatória a partir das expressões obtidas da publicação de Linville [7].

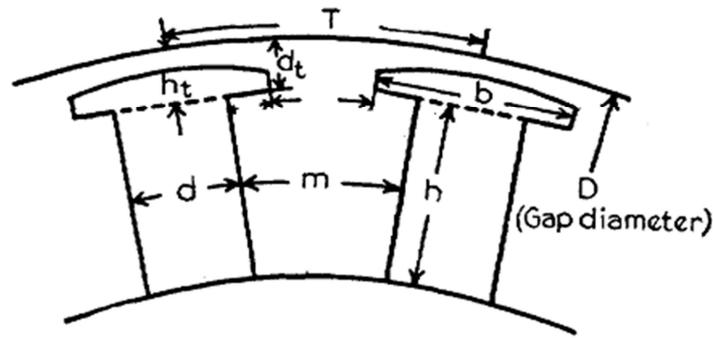
$$3,19 (\Psi_b + \Psi_t) = L_b + L_t, \quad (2.24)$$

Onde:

$$L_b = \frac{3,6 h}{m} + \frac{1,4 d}{l}, \quad (2.25)$$

$$L_t = 14 \left( \frac{d_t}{c} - 0,25 \right) + 5,5 \left( \frac{a}{c} + 0,2 \right) - 4 \left( \frac{a}{c} - 0,5 \right)^2. \quad (2.26)$$

As variáveis estão todas evidenciadas na Figura 2.5.



**Figura 2.5** - dimensionais presentes nas equações (2.25) e (2.26).[7]

A indutância total será então expressa pela soma das duas parcelas  $L_{ffd1}$  e  $L_{ffd2}$ :

$$L_{ffd} = (3,19 \cdot 10^{-8}) [N_{fd}^2 \cdot P \cdot l] \left( \frac{4RF_{do}}{Pg} + (\Psi_b + \Psi_t) \right), \quad (2.27)$$

Rankin [4] expressa a reatância  $X_{ffd}$  da seguinte maneira:

$$X_{ffd} = \frac{3}{2} \frac{L_{ffd}}{L_{ao}} \left( \frac{I_{fdo}}{3/2 i_{ao}} \right)^2, \quad (2.28)$$

Realizando as devidas substituições na equação (2.28) obtém-se a expressão final para  $X_{ffd}$ .

$$X_{ffd} = K_{ad} K_{\phi} x_{ad} + 3,19 K_{ad}^2 \frac{A l}{\varphi} (\Psi_b + \Psi_t), \quad (2.29)$$

Onde :  $A = \frac{1,5 i_{ao} N}{K_p K_d P}$  e  $K_{\phi}$  é o fator pelo qual se multiplica o valor eficaz da densidade de fluxo de entreferro afim de se obter o fluxo total por polo.

Obs: Nas equações apresentadas até o momento, certos fatores como  $A_{d1}$ ,  $F_{d1}$  são dos fatores de formas de polo (*pole shapes*). Suas expressões e seus valores serão mostrados numa seção posterior.

### 2.2.3 Reatância mútua entre estator e enrolamento de campo $X_{afd}$

O fluxo fundamental por polo por ampere da corrente de campo para a dedução está expresso a seguir:

$$\text{Fluxo fundamental} = (3,19) \frac{N_{fd}}{g} \left(\frac{2}{\pi}\right) F_{d1} \left(\frac{2\pi Rl}{P}\right). \quad (2.30)$$

Admitindo uma distribuição senoidal do enrolamento de armadura a indutância será dada então por:

$$L_{afd} = (3,19 \cdot 10^{-8}) \left(\frac{N_{fd}}{g}\right) F_{d1} \left(\frac{4Rl}{P}\right) \frac{N}{K_p K_d}, \quad (2.31)$$

Sendo da definição dada por Rankin [4]:

$$X_{afd} = X_{fad} = \frac{3}{2} \frac{L_{afd}}{L_{ao}} \left(\frac{I_{fdo}}{3/2 i_{ao}}\right). \quad (2.32)$$

Realizando as substituições de (2.16), (2.18) e (2.31) em (2.32) resulta:

$$X_{afd} = \left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{A}{F_g}\right) \frac{A_{d1}}{F_{d1}}, \quad (2.33)$$

onde se pode observar que  $X_{afd} = x_{ad}$ . Mostrando a vantagem deste sistema por-unidade, as impedâncias mútuas entre estator e circuito de campo e reatância síncrona de estator são numericamente iguais.

### 2.2.4 Reatância própria do n-ésimo circuito adicional de rotor $X_{nnd}$

Considerando a existência de um circuito adicional de rotor, a reatância própria deste circuito adicional será composta por uma parcela proveniente do fluxo de entreferro ( $X_{gnnd}$ ) concatenado no interior das barras que formam o circuito, uma parcela representando a dispersão nas ranhuras onde as barras estão ( $X_{bnnd}$ ) e uma parcela vinda do fluxo de dispersão do anel curto-circuitante ( $X_{ennnd}$ ).

$$X_{nnd} = X_{gnnd} + X_{bnnd} + X_{ennnd}. \quad (2.34)$$

Matematicamente, as indutâncias que resultam nestas impedâncias são definidas por Rankin [8]:

$$L_{gnnd} = (12,76 \cdot 10^{-8}) \left( \frac{Rl}{g} \right) D_{don} Y_{dn}, \quad (2.35)$$

$$L_{bnnd} = (6,38 \cdot 10^{-8}) P_1 l \left[ \frac{d_r}{w_r} + 0,625 \right], \quad (2.36)$$

$$L_{ennnd} = (0,508 \cdot 10^{-8}) P_1 l_{end} \left( 9,2 \log_{10} \frac{D_e}{r_e} + 1 \right). \quad (2.37)$$

A indutância devida à dispersão nos anéis de curto-circuito  $L_{ennnd}$  é deduzida admitindo que estes são dois condutores de secção circular de uma linha de transmissão monofásica, de maneira que o raio deste condutor equivalente seja justamente  $r_e$  e que estes estejam distantes entre si de uma medida  $D_e$ , onde na realidade, esta é a distância entre os centros geométricos dos anéis menos a altura do polo. Os comprimentos  $d_r$  e  $w_r$  estão mostrados na Figura 2.6.

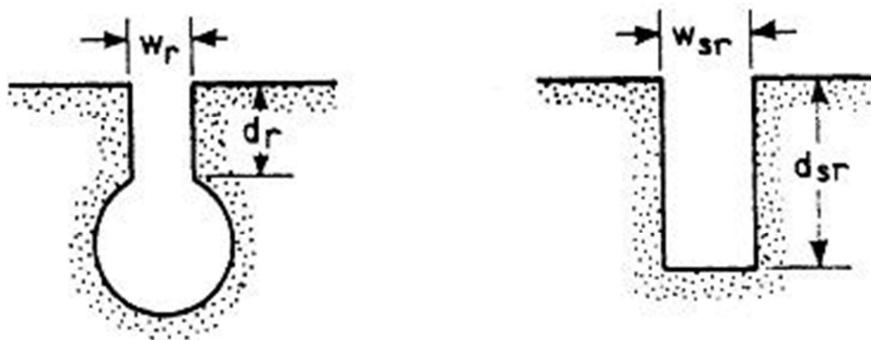


Figura 2.6 – Ranhuras de rotor.

O valor da densidade de fluxo magnético eficaz para uma corrente de 1 Ampère no n-ésimo circuito adicional é dado por:

$$\beta_{avg} = \frac{3,19}{g} \left( \frac{2}{\pi} \right) D_{don}, \quad (2.38)$$

Os valores em pu das impedâncias serão dados então por:

$$X_{nnd} = \frac{3}{2} \frac{L_{nnd}}{L_{ao}} \left( \frac{I_{xdo}}{3/2 i_{ao}} \right)^2, \quad (2.39)$$

Realizando as devidas substituições de (2.17); (2.18) e (2.35) em (2.39):

$$X_{gnnd} = \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{d1x}} \right)^2 \frac{A}{F_g} \frac{D_{don}}{F_{d1}} Y_{dn}, \quad (2.40)$$

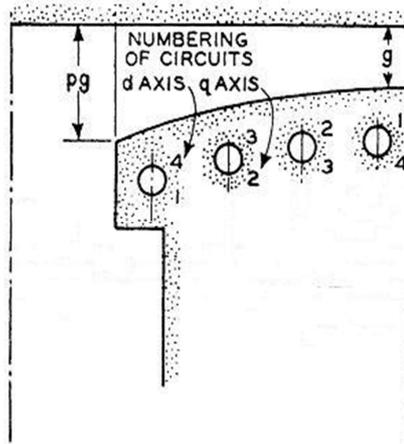
Analogamente para (2.36) e (2.37)

$$X_{bnnd} = 0,5 \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{d1x}} \right)^2 \frac{A}{F_g} \frac{P_1 g}{F_{d1} R} \left( \frac{d_r}{w_r} + 0,625 \right), \quad (2.41)$$

$$X_{ennnd} = 0,04 \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{d1x}} \right)^2 \frac{A}{F_g} \frac{P_1 g}{F_{d1} R} \frac{l_{end}}{l} \left( 9,2 \log_{10} \frac{D_e}{r_e} + 1 \right). \quad (2.42)$$

### 2.2.5 Reatância Mútua entre estator e n-ésimo circuito adicional de rotor $X_{and}$ .

Seja um circuito qualquer de número  $n$  em relação ao eixo direto adicional de rotor (vide Figura 2.7).



**Figura 2.7** – Numeração dos circuitos do polo.

Com uma corrente de 1 Ampere fluindo através dele, a componente fundamental da sua densidade de fluxo é dada por:

$$\beta_{fund} = \frac{3,19}{g} D_{d1n}, \quad (2.43)$$

A indutância mútua entre eles será:

$$L_{and} = 12,76 \cdot 10^{-8} \frac{R l}{P g} \frac{N}{k_p k_d} D_{d1n}, \quad (2.44)$$

Segundo Rankin [4]

$$X_{and} = X_{nad} = \frac{3}{2} \frac{L_{and}}{L_{ao}} \left( \frac{I_{xdo}}{3/2 i_{ao}} \right), \quad (2.45)$$

Realizando a Substituição de (2.44) em (2.45).

$$X_{and} = \left( \frac{4}{\pi} \right) \frac{A_{d1}}{D_{d1x}} \frac{A}{F_g} \frac{D_{d1n}}{F_{d1}} = \left( \frac{D_{d1n}}{D_{d1x}} \right) x_{ad}. \quad (2.46)$$

### 2.2.6 Reatância mútua entre circuitos adicionais de Rotor $X_{nkd}$ onde $k > n$

É composta pela soma da componente de resultante do fluxo de entreferro ( $X_{gnnd}$ ) e a componente do fluxo de anel curto circuitante ( $X_{ennnd}$ ) já explicitadas anteriormente. Não há participação da dispersão nas ranhuras de barra. Sendo um circuito mais interno ( $k < n$ ) a reatância mútua pode ser aceita como numericamente igual à reatância própria do circuito mais interno.

Reatâncias mútuas entre enrolamento de campo e circuitos adicionais de rotor dependem apenas do fluxo de entreferro, uma vez que os fluxos de ranhuras de barras e do anel de curto-circuito não são mútuos ao fluxo de campo.

Matematicamente a indutância é expressa por:

$$L_{nfd} = N_{fd} L_{gnnd} = 12,76 \cdot 10^{-8} \frac{R l}{g} D_{don} Y_{dn} N_{fd}, \quad (2.47)$$

Em que  $12,76 \cdot 10^{-8} = 0,4\pi \cdot 10^{-8} \times 2,54 \times 4$ .

Sendo

$$X_{nfd} = X_{fnd} = \frac{3}{2} \frac{L_{nfd}}{L_{ao}} \left( \frac{I_{fdo} I_{xdo}}{9/4 i_{ao}^2} \right), \quad (2.48)$$

a expressão da reatância em pu é:

$$X_{nfd} = \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{F_{d1}} \right) \frac{D_{don}}{D_{d1x}} Y_{dn} x_{ad}. \quad (2.49)$$

## 2.3 RESISTÊNCIAS

### 2.3.1 Resistência de estator

Uma impedância mensurável a partir dos terminais de estator é convertida em pu a partir da divisão desta impedância por um valor de base ( $x_{ao}$ ). Em geral se usa como valor base a tensão de fase dividida pela corrente de fase nominais.

Os valores em pu dos circuitos de rotor também serão obtidos referindo as impedâncias ao estator através da relação de espiras estator – rotor e depois também dividindo pelo  $x_{ao}$ .

A resistência de estator é determinada de maneira simples apenas pela expressão:

$$r_a = \frac{r_a}{x_{ao}}, \quad (2.50)$$

em que  $r_a$  é a resistência de armadura retirada dos dados de placa.

Obs: Neste texto, assim como em suas referências, adotou-se

$$x_{ao} = \omega L_{ao}.$$

### 2.3.2 Resistência do circuito de campo $R_{ffd}$

É obtida também dos dados de placa sendo em seguida referida ao estator.

$$R_{ffd} = \frac{3}{2} \frac{R_{ffd}}{x_{ao}} \left( \frac{I_{fdo}}{3/2 I_{ao}} \right)^2. \quad (2.51)$$

### 2.3.3 Resistência do n-ésimo circuito adicional de rotor $R_{nnd}$

Estas resistências serão a soma de duas parcelas, a saber, a resistência de barra e a do anel de curto-circuito.

$$R_{bnnd} = 1,67 \cdot 10^{-8} \left( \frac{l_{bn}}{a_{bn}} \right) P, \quad (2.52)$$

Em que  $l_{bn}$  é o comprimento da barra e  $a_{bn}$  é a medida da secção transversa da mesma.

$$R_{ennnd} = 3,33 \cdot 10^{-8} \left( \frac{l_{end}}{a_{end}} \right) P, \quad (2.53)$$

Sendo  $l_{end}$  o comprimento do arco compreendido entre o eixo direto e o centro da barra.

A resistência  $R_{nnd}$  é, em ohms, igual a soma das duas parcelas apresentadas anteriormente. Seu valor em pu será então:

$$R_{nnd} = \frac{3}{2} \frac{R_{nnd}}{x_{ao}} \left( \frac{I_{fdo}}{3/2 I_{ao}} \right)^2, \quad (2.54)$$

Tendo por expressão final

$$R_{nnd} = \frac{10^8}{\omega P} \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{d1x}} \right)^2 \frac{A}{\varphi} R_{nnd}. \quad (2.55)$$

Existem ainda aquelas que recebem o nome de Resistências Mútuas entre os circuitos  $k$  e  $n$ , sendo dois circuitos  $n$  e  $k$  onde  $k > n$ , ou seja, o circuito  $k$  é mais externo ao circuito  $n$ . A resistência mútua entre estes dois será apenas a resistência do arco entre o centro do mais interno e o eixo direto.

$$R_{knd} = R_{nkd} = R_{ennnd} \cdot \quad (2.56)$$

O seu valor em pu é dado de maneira análoga a  $R_{nnd}$ , bastando apenas substituir  $R_{nnd}$  por  $R_{nkd}$  em (2.55).

## 2.4 FATORES DE FORMA

Em várias das expressões apresentadas anteriormente apareceram os coeficientes ditos “fatores de forma”. São valores que permitem calcular o valor de pico da componente fundamental da densidade de fluxo de entreferro quando a máquina está excitada por apenas um circuito adicional de rotor; permitem também o cálculo do valor eficaz da densidade de fluxo magnético quando a máquina for excitada apenas pelo campo ou apenas pela armadura. De fato, estes fatores são elementos essenciais no cálculo das reatâncias que formam as equações paramétricas da máquina.

Rankin [4], admite o valor da medida de entreferro dada por:

$$g_y = g_d \text{ para } 0 < y_d < \alpha_\eta. \quad (2.57)$$

Onde  $y_d$  é a distância (em valores por unidade) do centro da barra ao eixo direto.

$$g_y = g_q \text{ para } \alpha_\eta < y_d < 1. \quad (2.58)$$

O valor de  $\alpha_\eta$  é dado pela expressão:

$$\alpha_\eta = \alpha - 3,5 \rho \frac{g}{P_p}, \quad (2.59)$$

onde  $\alpha$  é a razão entre o arco polar e o passo polar e  $P_p$  é o passo polar ( $\frac{\pi D}{P_1}$ ) e  $\rho$  é a relação entre a maior medida de entreferro ( $F_g$ ) e a menor ( $g$ ).

$$g_d = 1 + (\rho - 1) \left( \frac{y_d}{\alpha} \right)^2, \quad (2.60)$$

$$g_q = g_\eta + \beta g_\eta \operatorname{sen}^2 \left[ \left( \frac{y_d - \alpha_\eta}{1 - \alpha_\eta} \right) \frac{\pi}{2} \right], \quad (2.61)$$

$$g_\eta = 1 + (\rho - 1) \left( \frac{\alpha_\eta}{\alpha} \right)^2, \quad (2.62)$$

$$\beta = -1 + \sqrt{1 + 1/4 \left[ \left( \frac{1 - \alpha}{g g_\eta} \right) P_p \right]^2}. \quad (2.63)$$

O fator  $D_{don}$  é utilizado para se obter, a partir da máxima densidade de fluxo de entreferro, o valor eficaz da densidade de fluxo interno ao n-ésimo circuito em relação ao eixo direto.

Quando a máquina é excitada apenas por este circuito.

$$\phi = 2 \int_0^{y_{nd}} \frac{3,19}{g g_y} d(y_d) = 2 \left( \frac{3,19}{g} \right) \frac{2}{\pi} D_{don} y_{nd}, \quad (2.64)$$

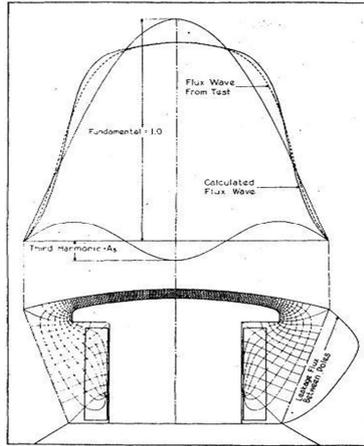
$$D_{don} y_{nd} = \frac{\pi}{2} \int_0^{y_{nd}} \frac{1}{g_y} dy_d. \quad (2.65)$$

O fator  $D_{qon}$  é análogo ao  $D_{don}$ , porém no eixo de quadratura. Seu formato integral é:

$$D_{qon} y_{nq} = \frac{\pi}{2} \int_0^{y_{nq}} \frac{1}{g_y} dy_q = \frac{\pi}{2} \int_{1-y_{nd}}^1 \frac{1}{g_y} dy_d, \quad (2.66)$$

$D_{dtn}$  é o fator a partir do qual se pode multiplicar o valor de pico da densidade de fluxo no entreferro (sendo a máquina excitada pelo n-ésimo circuito adicional de rotor) de maneira a se obter o pico da componente fundamental de densidade de fluxo. Na condição em vazio, pode-se observar o formato das ondas de densidade de fluxo no entreferro. A Figura 2.4 mostra a distribuição da densidade de fluxo sobre um polo quando a máquina opera em vazio sendo excitada pelo circuito de campo. As formas de onda são semelhantes às formas de onda para os circuitos adicionais de rotor, variando em amplitude.

A Figura 2.4 (por conveniência repetida nesta parte do texto) mostra as curvas para os resultados de teste e calculados por Wieseman [11].



A componente fundamental da densidade também está evidenciada. O conhecimento dos fatores de forma pode facilitar a visualização desta componente. A forma de obtenção destes tais fatores pode ser gráfica.

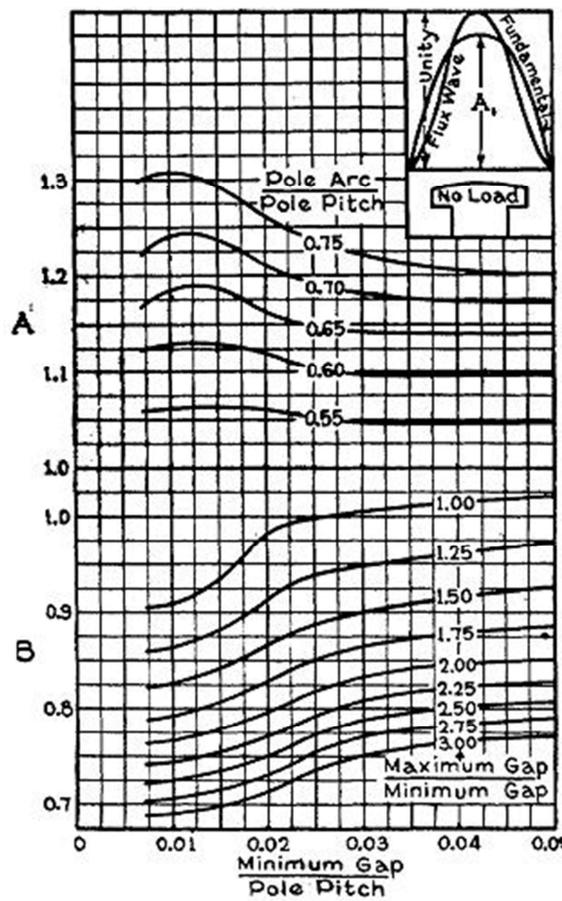
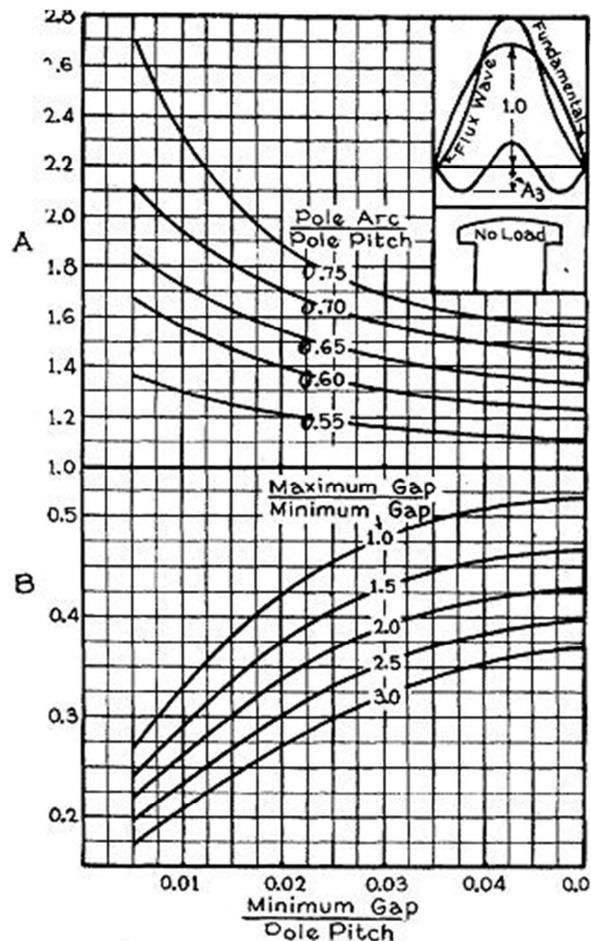


Figura 2.8 – Curvas para obtenção de  $D_{atn}$ . [11]

A Figura 2.8 mostra as curvas de onde se pode tirar  $D_{dln}$  desde que se conheça as relações de menor medida do entreferro e passo polar ( $\frac{g}{P_p}$ ), arco polar e passo polar ( $\alpha$ ) de máximo e mínimo comprimento de entreferro ( $\frac{P_g}{g}$ ). O produto dos dois fatores obtidos pelas curvas da figura A e B, fornece  $D_{dln}$ . Da mesma forma se pode obter o fator que fornece o valor de pico da terceira harmônica, desde que se use as mesmas relações sobre as curvas da Figura 2.9.



**Figura 2.9** – Fatores para obtenção do valor de pico da terceira harmônica.[11]

Na utilização das curvas da Figura 2.9 usa-se  $(A \times B - 0,6)$  para se ter o fator desejado, o conhecimento da amplitude da componente de terceiro harmônico é importante na fase de projeto da máquina. A maneira mais usual de obtenção destes fatores, porém, é o uso das expressões (2.67) a (2.70).

Sendo a máquina excitada apenas por algum dos circuitos de rotor e em vazio, a densidade de fluxo resultante desta excitação é dada por (2.67); neste caso o valor de pico da

componente fundamental é dado por (2.68). Note-se que  $g_y$  é função de  $y_d$ , logo ela deve fazer parte da integral.

Um reagrupamento nos termos fornece a equação (2.69). A expressão final é dada por (2.70).

$$B_y = \frac{3,19}{g g_y}, \quad (2.67)$$

$$B_{y_{fund}} = 2 \int_0^{y_{nd}} \frac{3,19}{g g_y} \cos\left(\frac{\pi}{2} y_d\right) d(y_d), \quad (2.68)$$

$$B_{y_{fund}} = \frac{3,19}{g} D_{dln}, \quad (2.69)$$

$$D_{dln} = 2 \int_0^{y_{nd}} \frac{1}{g_y} \cos\left(\frac{\pi}{2} y_d\right) d(y_d). \quad (2.70)$$

Da mesma forma que  $D_{qon}$  é análogo a  $D_{don}$ , o fator  $D_{qln}$  é do fator  $D_{dln}$ .  $D_{qln}$  tem como limites de integração as distâncias em eixo q (vide Figura 2.10).

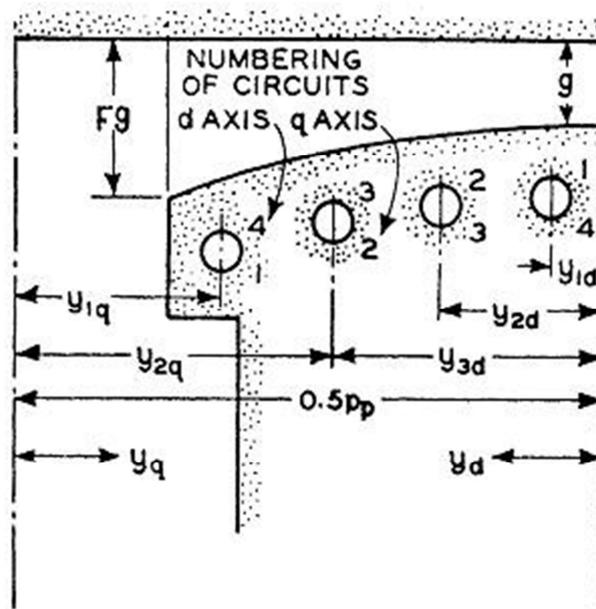


Figura 2.10 – Distânciamentos  $y_{nd}$  e  $y_{nq}$ . [8]

$$D_{q1n} = 2 \int_0^{y_{nq}} \frac{1}{g_y} \cos\left(\frac{\pi}{2} y_q\right) dy_q. \quad (2.71)$$

$A_{d1}$  é definido como o fator a partir do qual se obtém o valor de pico da componente fundamental da densidade de fluxo de entreferro quando da existência de uma força magnetomotriz proveniente da energização da armadura, sendo esta senoidalmente distribuída. Admitindo a máquina excitada por uma força magnetomotriz de 1 Ampere-espira de pico, a densidade de fluxo magnético é dada por:

$$B_y = \frac{3,19}{g g_y} \cos\left(\frac{\pi}{2} y_d\right), \quad (2.72)$$

e o valor de pico da fundamental neste caso será:

$$B_{y_{fund}} = 2 \int_0^1 \frac{3,19}{g g_y} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} y_d\right) dy_d, \quad (2.73)$$

$$B_{y_{fund}} = \frac{3,19}{g} A_{d1}, \quad (2.74)$$

$$A_{d1} = 2 \int_0^1 \frac{1}{g_y} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} y_d\right) dy_d, \quad (2.75)$$

$A_{q1}$  sendo desenvolvido de maneira análoga a  $A_{d1}$ .

$$A_{q1} = 2 \int_0^1 \frac{1}{g_y} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} y_q\right) dy_q, \quad (2.76)$$

Tendo como forma alternativa:

$$A_{q1} = 2 \int_0^1 \frac{1}{g_y} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} y_d\right) dy_d. \quad (2.77)$$

As integrais mostradas anteriormente para os fatores de forma são todas dependentes do  $g_y$ , que também é variante com  $y_d$  ou  $y_d$ . O que pode tornar a resolução literal destas muito custosa. Se a equação (2.75) for tomada como exemplo, o desenvolvimento literal da expressão para  $A_{d1}$  será:

$$A_{d1} = 2 \int_0^1 \frac{1}{g_y} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} y_d \right) dy_d,$$

$$A_{d1} = 2 \int_0^{\alpha_\eta} \frac{1}{g_d} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} y_d \right) dy_d + 2 \int_{\alpha_\eta}^1 \frac{1}{g_q} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} y_d \right) dy_d, \quad (2.78)$$

$$A_{d1} = 2 \int_0^{\alpha_\eta} \frac{\cos^2 \left( \frac{\pi}{2} y_d \right)}{1 + (\rho - 1) \left( \frac{y_d}{\alpha} \right)} dy_d + 2 \int_{\alpha_\eta}^1 \frac{\cos^2 \left( \frac{\pi}{2} y_d \right)}{g_\eta + \beta g_\eta \operatorname{sen}^2 \left[ \left( \frac{y_d - \alpha_\eta}{1 - \alpha_\eta} \right) \frac{\pi}{2} \right]} dy_d. \quad (2.79)$$

Que são integrais mais interessantes de serem resolvidas numericamente.

### 2.4.1 O fator $F_{d1}$

Sendo a máquina excitada apenas pelo enrolamento de campo, o fator  $F_{d1}$  fornece o pico da fundamental da densidade de fluxo.

O erro relativo cometido quando afirma-se que  $F_{d1}$  é dado pela expressão de  $D_{d1n}$  para  $y_d$  igual a 1 é muito pequeno. Isso deve-se ao fato de o enrolamento de campo concatenar apenas o fluxo que “entra” no polo e neste caso seu passo efetivo é menor que 100%, porém ao sair do polo seu espaçamento efetivo é maior que a medida do arco, pois neste fluxo participam as linhas que entram nas bordas das sapatas polares. Consequentemente, o espaçamento efetivo do fluxo é muito estreitamente próximo de 100% do passo polar o que torna aceitável admitir  $F_{d1} = D_{d1n}$  para  $y_{nd} = 1$ .

Ainda com a máquina excitada apenas pelo campo, o fator  $k_\phi$  fornece, quando multiplicado pelo fluxo fundamental por polo, o fluxo total por polo.

Admitindo que o circuito de campo possa ser considerado um enrolamento (circuito adicional de rotor) com  $y_{nd}$  igual a 1, o  $k_\phi$  pode ser definido formalmente a partir das expressões de  $D_{don}$  e  $D_{dln}$ .

Sendo  $y_{nd}$  igual a 1 as expressões ficarão da seguinte forma:

$$Fluxo = \frac{3,19 \pi}{g} \frac{D_{don}}{2}, \quad (2.80)$$

$$Fundamental = \frac{3,19 \pi}{g} \frac{D_{dln}}{2}. \quad (2.81)$$

$k_\phi$  será a razão entre  $D_{don}$  e  $D_{dln}$

$$k_\phi = \frac{D_{don}}{D_{dln}} \text{ para } y_{nd} = 1. \quad (2.82)$$

## 2.5 AS EQUAÇÕES OPERACIONAIS DA MÁQUINA

O modelo para o circuito de eixo direto de uma máquina síncrona está descrito na Figura 2.2, nesta figura o circuito trata de uma máquina com seis barras por polo (ou seja três circuitos adicionais de rotor). O acréscimo no número de barras (aos pares) resulta no aumento do número de circuitos adicionais de rotor. O modelo para o eixo de quadratura é análogo.

Estes modelos são obtidos a partir das equações operacionais da máquina síncrona. Para que as equações sejam melhor compreendidas é importante explicar o referencial de numeração das barras (já mostrado na Figura 2.7).

Obs: Na ocorrência de um número ímpar de barras, e conseqüentemente a existência de uma barra central, esta será dividida em duas partes e será tomada como barra 1.

As equações que fornecem o modelo da Figura 2.2 são resultantes do manejo das equações de fluxo

$$\Psi_d = X_{afd} I_{fd} + X_{a1d} I_{1d} + X_{a2d} I_{2d} \dots X_d i_d, \quad (2.83)$$

$$\Psi_{fd} = X_{ffd} I_{fd} + X_{f1d} I_{1d} + X_{f2d} I_{2d} \dots X_{fad} i_d, \quad (2.84)$$

$$\Psi_{1d} = X_{1fd} I_{fd} + X_{11d} I_{1d} + X_{12d} I_{2d} \dots X_{1ad} i_d, \quad (2.85)$$

$$\Psi_{2d} = X_{2fd}I_{fd} + X_{21d}I_{1d} + X_{22d}I_{2d} \dots X_{2ad}i_d, \quad (2.86)$$

$$\Psi_{nd} = X_{nfd}I_{fd} + X_{n1d}I_{1d} + X_{n2d}I_{2d} + X_{nnd}I_{nd} \dots X_{nad}i_d. \quad (2.87)$$

Onde o fluxo  $\psi_d$  é o fluxo de eixo direto de estator.

De forma análoga, seguem as equações para o modelo em eixo de quadratura.

$$\psi_q = X_{a1q}I_{1q} + X_{a2q}I_{2q} \dots X_q i_q, \quad (2.88)$$

$$\Psi_{1q} = X_{11q}I_{1q} + X_{12q}I_{2q} \dots X_{1aq}i_q, \quad (2.89)$$

$$\Psi_{2q} = X_{21q}I_{1q} + X_{22q}I_{2q} \dots X_{2aq}i_q, \quad (2.90)$$

$$\Psi_{nq} = X_{n1q}I_{1q} + X_{n2q}I_{2q} + X_{nnq}I_{nq} \dots X_{naq}i_q. \quad (2.91)$$

Percebe-se nas equações anteriores a ausência dos termos referentes ao circuito de campo (tanto reatâncias próprias quanto mutuas).

Levando em consideração o operador derivativo  $p$ , ( $p = \frac{d}{dt}$ ), pode-se chegar às seguintes equações de tensão:

$$E_{fd} = p(\Psi_{fd}) + R_{ffd}I_{fd} + R_{f1d}I_{1d} + R_{f2d}I_{2d} \dots \quad (2.92)$$

$$E_{1d} = p(\Psi_{1d}) + R_{1fd}I_{fd} + R_{11d}I_{1d} + R_{12d}I_{2d} \dots \quad (2.93)$$

$$E_{2d} = p(\Psi_{2d}) + R_{2fd}I_{fd} + R_{21d}I_{1d} + R_{22d}I_{2d} \dots \quad (2.94)$$

$$E_{nd} = p(\Psi_{nd}) + R_{nfd}I_{fd} + R_{n1d}I_{1d} + R_{n2d}I_{2d} + R_{nnd}I_{nd} \quad (2.95)$$

Os circuitos adicionais de rotor têm todos tensão nula, logo  $E_{1d}, E_{2d}, \dots E_{nd}$  são iguais a zero.

As equações para os circuitos de eixo  $q$  serão:

$$E_{1q} = p(\Psi_{1q}) + R_{11q}I_{1q} + R_{12q}I_{2q} \dots \quad (2.96)$$

$$E_{2q} = p(\Psi_{2q}) + R_{21q}I_{1q} + R_{22q}I_{2q} \dots \quad (2.97)$$

$$E_{nq} = p(\Psi_{nq}) + R_{n1q}I_{1q} + R_{n2q}I_{2q} + R_{nnq}I_{nq} \quad (2.98)$$

Realizando as devidas substituições das equações e dividindo-as por  $p$  resultam as expressões:

$$0 = \left(X_{ffd} + \frac{R_{ffd}}{p}\right) I_{fd} + \left(X_{f1d} + \frac{R_{f1d}}{p}\right) I_{1d} + \left(X_{f2d} + \frac{R_{f2d}}{p}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{fnd} + \frac{R_{fnd}}{p}\right) I_{nd} \dots X_{fad} i_d \quad (2.99)$$

$$0 = \left(X_{1fd} + \frac{R_{1fd}}{p}\right) I_{fd} + \left(X_{11d} + \frac{R_{11d}}{p}\right) I_{1d} + \left(X_{12d} + \frac{R_{12d}}{p}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{1nd} + \frac{R_{1nd}}{p}\right) I_{nd} \dots X_{1ad} i_d \quad (2.100)$$

$$0 = \left(X_{2fd} + \frac{R_{2fd}}{p}\right) I_{fd} + \left(X_{21d} + \frac{R_{21d}}{p}\right) I_{1d} + \left(X_{22d} + \frac{R_{22d}}{p}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{2nd} + \frac{R_{2nd}}{p}\right) I_{nd} \dots X_{2ad} i_d \quad (2.101)$$

$$0 = \left(X_{nfd} + \frac{R_{nfd}}{p}\right) I_{fd} + \left(X_{n1d} + \frac{R_{n1d}}{p}\right) I_{1d} + \left(X_{n2d} + \frac{R_{n2d}}{p}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{nnd} + \frac{R_{nnd}}{p}\right) I_{nd} \dots X_{nad} i_d \quad (2.102)$$

As expressões para o eixo  $q$  serão:

$$0 = \left(X_{11q} + \frac{R_{11q}}{p}\right) I_{1q} + \left(X_{12q} + \frac{R_{12q}}{p}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{1nq} + \frac{R_{1nq}}{p}\right) I_{nq} \dots X_{1aq} i_q \quad (2.103)$$

$$0 = \left(X_{21q} + \frac{R_{21q}}{p}\right) I_{1q} + \left(X_{22q} + \frac{R_{22q}}{p}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{2nq} + \frac{R_{2nq}}{p}\right) I_{nq} \dots X_{2aq} i_q \quad (2.104)$$

$$0 = \left(X_{n1q} + \frac{R_{n1q}}{p}\right) I_{1q} + \left(X_{n2q} + \frac{R_{n2q}}{p}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{nnd} + \frac{R_{nnd}}{p}\right) I_{nq} \dots X_{naq} i_q \quad (2.105)$$

Nota-se um sistema de equações lineares onde todas as correntes terão a mesma forma matemática das correntes  $i_d$  e  $i_q$ . Se for admitido que  $i_d$  e  $i_q$  tem a forma fasorial, ou seja:

$$i_d = \widehat{i}_{dm} e^{jmvt} \quad (2.106)$$

Pode-se concluir que  $\psi_d$ , assim como todas as outras correntes de rotor terão o seguinte formato:

$$\psi_d = \widehat{\Psi}_{dm} e^{jmvt} \quad (2.107)$$

$$I_{fd} = \widehat{I}_{fdm} e^{jmvt} \quad (2.108)$$

$$I_{nd} = \widehat{I}_{ndm} e^{jmvt} \quad (2.109)$$

A notação  $mv$  das equações anteriores tem significado:  $m$  é a ordem da componente harmônica da corrente quando esta se fizer presente e  $v$  é a velocidade de rotor. Durante a operação assíncrona a máquina só opera com escorregamento  $s$  constante e só correntes fundamentais fluindo nos enrolamentos, ou seja  $v = s$  e  $m = 1$ . Em casos específicos (operação assíncrona monofásica, por exemplo) o valor de  $m$  é relevante, pois existem componentes harmônicas nesta situação.

Sendo (2.107):

$$\begin{aligned} \psi_d &= \widehat{\Psi}_{dm} e^{jmvt} \\ p(\psi_d) &= jmv \overbrace{(\widehat{\Psi}_{dm} e^{jmvt})}^{\psi_d} \end{aligned} \quad (2.110)$$

Do observado em (2.110), conclui-se que  $p = jmv$ .

Substituindo (2.107), (2.108), (2.109) em (2.83) e nas demais equações de fluxo obtém-se:

$$\widehat{\Psi}_{dm} e^{jmvt} = X_{afd} \widehat{I}_{fdm} e^{jmvt} + X_{a1d} \widehat{I}_{1dm} e^{jmvt} + X_{a2d} \widehat{I}_{2dm} e^{jmvt} \dots X_d \widehat{I}_{dm} e^{jmvt} \quad (2.111)$$

Para o eixo em quadratura:

$$\widehat{\Psi}_{qm} e^{jmvt} = X_{a1q} \widehat{I}_{1qm} e^{jmvt} + X_{a2q} \widehat{I}_{2qm} e^{jmvt} \dots X_q \widehat{I}_{qm} e^{jmvt} \quad (2.112)$$

O termo exponencial pode ser cancelado em ambos os lados da igualdade, resultando na equação (2.113).

$$\widehat{\Psi}_{dm} = X_{afd} \widehat{I}_{fdm} + X_{a1d} \widehat{I}_{1dm} + X_{a2d} \widehat{I}_{2dm} \dots X_d \widehat{I}_{dm} \quad (2.113)$$

As expressões para os demais fluxos são análogas.

Substituindo (2.107), (2.108), (2.109) nas equações de tensão em (2.99), (2.100), (2.101), e (2.102) serão obtidas as equações de tensão ditas equações operacionais da máquina que resultam no modelo da Figura 2.2. As equações são as mesmas apresentadas anteriormente.

$$0 = \left(X_{ffd} + \frac{R_{ffd}}{jmv}\right) I_{fd} + \left(X_{f1d} + \frac{R_{f1d}}{jmv}\right) I_{1d} + \left(X_{f2d} + \frac{R_{f2d}}{jmv}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{fnd} + \frac{R_{fnd}}{jmv}\right) I_{nd} \dots X_{fad} i_d, \quad (2.114)$$

$$0 = \left(X_{1fd} + \frac{R_{1fd}}{jmv}\right) I_{fd} + \left(X_{11d} + \frac{R_{11d}}{jmv}\right) I_{1d} + \left(X_{12d} + \frac{R_{12d}}{jmv}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{1nd} + \frac{R_{1nd}}{jmv}\right) I_{nd} \dots X_{1ad} i_d, \quad (2.115)$$

$$0 = \left(X_{2fd} + \frac{R_{2fd}}{jmv}\right) I_{fd} + \left(X_{21d} + \frac{R_{21d}}{jmv}\right) I_{1d} + \left(X_{22d} + \frac{R_{22d}}{jmv}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{2nd} + \frac{R_{2nd}}{jmv}\right) I_{nd} \dots X_{2ad} i_d, \quad (2.116)$$

$$0 = \left(X_{nfd} + \frac{R_{nfd}}{jmv}\right) I_{fd} + \left(X_{n1d} + \frac{R_{n1d}}{jmv}\right) I_{1d} + \left(X_{n2d} + \frac{R_{n2d}}{jmv}\right) I_{2d} + \dots \left(X_{nnd} + \frac{R_{nnd}}{jmv}\right) I_{nd} \dots X_{nad} i_d, \quad (2.117)$$

Analogamente, para o eixo em quadratura, as equações terão a seguinte forma:

$$0 = \left(X_{11q} + \frac{R_{11q}}{jmv}\right) I_{1q} + \left(X_{12q} + \frac{R_{12q}}{jmv}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{1nq} + \frac{R_{1nq}}{jmv}\right) I_{nq} \dots X_{1aq} i_q, \quad (2.118)$$

$$0 = \left(X_{21q} + \frac{R_{21q}}{jmv}\right) I_{1q} + \left(X_{22q} + \frac{R_{22q}}{jmv}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{2nq} + \frac{R_{2nq}}{jmv}\right) I_{nq} \dots X_{2aq} i_q, \quad (2.119)$$

$$0 = \left(X_{n1q} + \frac{R_{n1q}}{jmv}\right) I_{1q} + \left(X_{n2q} + \frac{R_{n2q}}{jmv}\right) I_{2q} + \dots \left(X_{nnd} + \frac{R_{nnd}}{jmv}\right) I_{nd} \dots X_{naq} i_q. \quad (2.120)$$

## 2.6 A EQUAÇÃO MATRICIAL

É possível expressar as características do funcionamento assíncrono da máquina a partir da resolução das equações (2.12) a (2.15), que são equações para o eixo direto. Porém as equações para o eixo de quadratura são similares.

Reordenando os termos das equações escritas anteriormente, elas podem ser dispostas na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & X_{afd} & X_{a1d} & X_{a2d} & \dots & X_{and} \\ X_{fad} & \left(\frac{R_{ffd}}{s} + jX_{ffd}\right) & X_{f1d} & X_{f2d} & \dots & X_{fnd} \\ X_{1ad} & X_{1fd} & \left(\frac{R_{11d}}{s} + jX_{11d}\right) & \left(\frac{R_{12d}}{s} + jX_{12d}\right) & \dots & \left(\frac{R_{1nd}}{s} + jX_{1nd}\right) \\ X_{2ad} & X_{2fd} & \left(\frac{R_{21d}}{s} + jX_{21d}\right) & \left(\frac{R_{22d}}{s} + jX_{22d}\right) & \dots & \left(\frac{R_{2nd}}{s} + jX_{2nd}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{nad} & X_{nfd} & \left(\frac{R_{n1d}}{s} + jX_{n1d}\right) & \left(\frac{R_{n2d}}{s} + jX_{n2d}\right) & \left(\frac{R_{n3d}}{s} + jX_{n3d}\right) & \left(\frac{R_{nnd}}{s} + jX_{nnd}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_{1d} \\ I_{2d} \\ \vdots \\ I_{nd} \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

No formato apresentado na equação (2.121) a resolução computacional das equações fica inviável. Para contornar esta situação Jovanovski [10] cria um arranjo dos termos de maneira a se obter uma matriz formada apenas por termos reais totalmente particionada. O vetor-solução do sistema de equações é formado pelas partes reais e imaginárias das correntes nas barras do amortecedor. Forma complexa das correntes é obtida posteriormente à resolução da equação matricial.

A Matriz proposta por Jovanovski [10] é apresentada em (2.122).

$$\begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_d & -x_{afd} & -x_{a1d} & \dots & -x_{and} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -x_{fad} & -x_{ffd} & -x_{f1d} & \dots & -x_{fnd} & 0 & \frac{R_{ffd}}{s} & 0 & \dots & 0 \\ -x_{1ad} & -x_{1fd} & -x_{11d} & \dots & -x_{1nd} & 0 & 0 & \frac{R_{11d}}{s} & \dots & \frac{R_{1nd}}{s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{nad} & -x_{nfd} & -x_{n1d} & \dots & -x_{nnd} & 0 & 0 & \frac{R_{n1d}}{s} & \dots & \frac{R_{nnd}}{s} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x_d & x_{afd} & x_{a1d} & \dots & x_{and} \\ 0 & \frac{R_{ffd}}{s} & 0 & \dots & 0 & x_{fad} & x_{ffd} & x_{f1d} & \dots & x_{fnd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{R_{n1d}}{s} & \dots & \frac{R_{nnd}}{s} & x_{nad} & x_{nfd} & x_{n1d} & \dots & x_{nnd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ I_{fdr} \\ I_{1dr} \\ \vdots \\ I_{ndr} \\ i_{di} \\ I_{fdi} \\ I_{1di} \\ \vdots \\ I_{ndi} \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

A matriz para os circuitos de quadratura seria similar.

$$\begin{bmatrix} v_q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_q & -x_{a1q} & \dots & -x_{anq} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -x_{1aq} & -x_{11q} & \dots & -x_{1nq} & 0 & \frac{R_{11q}}{s} & \dots & \frac{R_{1nq}}{s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{naq} & -x_{n1q} & \dots & -x_{nnq} & 0 & \frac{R_{n1q}}{s} & \dots & \frac{R_{nnq}}{s} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & x_q & x_{a1q} & \dots & x_{naq} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{R_{n1q}}{s} & \dots & \frac{R_{nnq}}{s} & x_{naq} & x_{n1q} & \dots & x_{nnq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ I_{1dr} \\ \vdots \\ I_{ndr} \\ i_{di} \\ I_{1di} \\ \vdots \\ I_{ndi} \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

Os valores das correntes complexas são expressos em (2.124), (2.125) e (2.126).

$$I_{nd} = I_{ndr} + jI_{ndi} \quad (2.124)$$

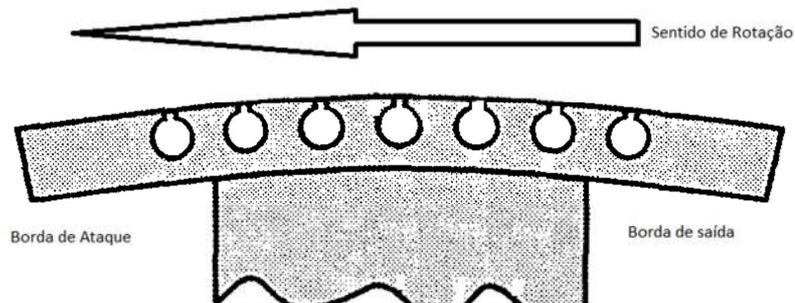
$$I_{fd} = I_{fdr} + jI_{fdi} \quad (2.125)$$

$$i_d = i_{dr} + j i_{di} \quad (2.126)$$

Para a matriz do eixo de quadratura a forma será a mesma tendo simplesmente a substituição do índice  $d$  por  $q$  (o mesmo é válido para as expressões das correntes). A corrente total em cada barra será então expressa por um número complexo formado pela parcela de eixo direto  $I_{nd}$  e de eixo em quadratura  $I_{nq}$ .

Se as barras estão localizadas na borda de ataque do polo (vide Figura 2.11)

$$I_{nb} = I_{nd} - jI_{nq} \quad (2.127)$$



**Figura 2.11** – Bordas de saída e ataque

Sendo a barra localizada na borda de saída a sua corrente será, então:

$$I_{nb} = -I_{nd} - jI_{nq} \quad (2.128)$$

Existindo uma quantidade ímpar de barras por polo, ou seja, existindo uma barra central a corrente nesta será dada por:

$$I_{nb} = -2jI_{nq} \quad (2.129)$$

Tendo conhecimento do  $I_{xdo}$  mostrado na equação (2.17), pode-se determinar o valor em Amperes das correntes dos circuitos adicionais de rotor. Deve-se observar a numeração das barras; tendo em vista que, em relação ao eixo direto, a mesma barra terá numeração diferente se ela for referenciada ao eixo de quadratura. A fim de evitar este problema, usa-se a notação para a equação (2.130), válida também para (2.128) e (2.129).

$$I_{n(d)b} = I_{n(d)d} - jI_{n(q)q} \quad (2.130)$$

Onde  $n_{(d)}$  é o número da barra em relação ao eixo direto e  $n_{(q)}$  é o número da mesma barra em relação ao eixo de quadratura.

## 2.7 DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES INTERNAS

O objetivo deste Capítulo foi mostrar como as impedâncias (reatâncias e resistências) que irão preencher as simulações são obtidas. As equações matriciais aqui apresentadas servem para mostrar o padrão de distribuição de correntes nas barras do enrolamento amortecedor para qualquer valor de escorregamento. O conhecimento destas distribuições fornece uma perspectiva de como as correntes se comportam quando a máquina está “sadia”. No Capítulo 3 serão mostradas as curvas dinâmicas da máquina para uma simulação alimentada com as impedâncias calculadas neste Capítulo.

As equações relacionando tensão e corrente apresentadas nas seções anteriores e colocadas na forma matricial conforme (2.122) e (2.123), podem ser construídas por um programa computacional em qualquer linguagem. Especificamente neste trabalho, os programas de cálculo dos fatores de forma, reatâncias e resistências, construção e resolução da matriz foram todos escritos em MATLAB<sup>®</sup>.

A Tabela 2.1 apresenta todos os dados de entrada para alimentar os programas que fazem os cálculos de parâmetros e resolvem as equações apresentadas neste capítulo.

**Tabela 2.1** - *Parâmetros para cálculo dos parâmetros para preenchimento das equações matriciais.*

Dado	Valor	Descrição
kVA	150.000,00	Potência do compensador em kVA
kV	13.800,00	Tensão nominal de armadura do compensador em kV
N <sub>p</sub>	6	Número de pólos
<i>f</i>	60	Frequência em Hz
L	3.462	Comprimento longitudinal em mm do compensador em mm.
Rest	1.020	Raio interno do estator em mm.
J	39.900	Momento de Inércia do compensador em kg m <sup>2</sup> .
V <sub>part</sub>	3.154	Tensão de Partida em Volts.
N <sub>ran</sub>	126	Número de ranhuras estáticas.
N <sub>fase</sub>	3	Número de fases dos enrolamentos de armadura.
N <sub>ramo</sub>	2	Número de ramos em que se divide cada enrolamento de armadura.

le2	514,161	Medida em mm da parte inclinada da bobina de armadura.
le1	147,850	Medida em mm da parte não inclinada da bobina que ultrapassa o comprimento longitudinal da máquina.
h1	124,5	Profundidade da ranhura estatórica em mm.
h2	17,00	Medida do “calço de ranhura” em mm.
Bs	18,50	Medida em mm da largura de ranhura.
Bt	32,359	Medida em mm da largura do “dente”.
Passo	18	Numero de ranhuras por polo por fase.
Hp	175,00	Altura do polo em mm.
Hh	63,00	Altura da sapta polar.
hf1	146,70	Altura do enrolamento de campo em mm.
hf2	5,00	Espessura do isolante entre o enrolamento de campo e o ferro do polo.
Bh	852,314	Medida do arco polar em mm.
Bp	568,50	Valor médio da base do polo.
Nf	31	Número de espiras de uma das bobinas de campo.
If	745,00	Corrente de campo em Ampères.
Rff	0,4475	Resistência de campo em ohms.

nbap	14	Número de barras de enrolamento amortecedor por polo.
yd(1)	21,485	Distância da barra ao eixo direto (linha central do polo) em mm.
yd(2)	64,395	
yd(3)	107,16	
yd(4)	149,675	
yd(5)	191,845	
yd(6)	233,575	
yd(7)	274,765	
Dr	3,00	Largura em mm da abertura de ranhura rotórica.
Wr	3,00	Profundidade em mm da abertura de ranhura rotórica.
Wb	32,2	Profundidade da ranhura em mm.
lb	19,8	Largura da barra.
Lr	20,2	Largura da ranhura em mm.
Ab	31,75	Altura da barra de enrolamento amortecedor em mm.
Abn	544,5175	Área da secção transversa da barra de enrolamento amortecedor em mm <sup>2</sup> .
g	30,00	Menor medida de entreferro em mm.
gmax	35,4	Maior medida de entreferro em mm.
Ymax	397,5	Maior distância entre a borda de polo e o eixo direto.

As reatâncias mútuas entre armadura e rotor e as próprias de cada um dos circuitos adicionais de rotor são totalmente dependentes dos fatores de forma polar  $D_{don}$ ,  $D_{dln}$ ,  $D_{qon}$  e  $D_{qln}$  que, por sua vez, dependem da distribuição do fluxo de entreferro.

Os métodos de cálculo foram usados conforme descritos no Capítulo 2. Jovanovski [10] realiza os cálculos para eixo direto e de quadratura de uma maneira diferenciada. É sabido que para uma dada região do polo  $0 < y_d < \alpha_\eta$  o valor de  $g_y$  é dado por (2.60) e (2.61).

$$g_y = 1 + (\rho - 1) \left( \frac{y_d}{\alpha} \right)^2$$

Na região em que  $\alpha_\eta < y_d < 1$ ,

$$g_y = g_\eta + \beta g_\eta \operatorname{sen}^2 \left[ \left( \frac{y_d - \alpha_\eta}{1 - \alpha_\eta} \right) \frac{\pi}{2} \right]$$

No que diz respeito aos fatores de eixo direto, Jovanovski afirma que estas expressões são satisfatórias em termos de precisão, porém o mesmo não acontece para o eixo de quadratura. Jovanovski [10] afirma também que os valores de  $g_y$ ,  $\beta$  e  $\alpha_\eta$  que tornam os parâmetros de eixo de quadratura satisfatórios são (para a região  $\alpha_\eta < y_d < 1$ ):

$$g_y = g_\eta + \beta^2 \operatorname{sen}^2 \left[ \left( \frac{y_d - \alpha_\eta}{1 - \alpha_\eta} \right) \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.131)$$

$$\alpha_\eta = \alpha - 2 \rho \frac{g}{P_p} \quad (2.132)$$

$$\beta = \left[ \frac{(1 - \alpha_\eta)}{5} \right] \left( \frac{P_p}{g} \right) \quad (2.133)$$

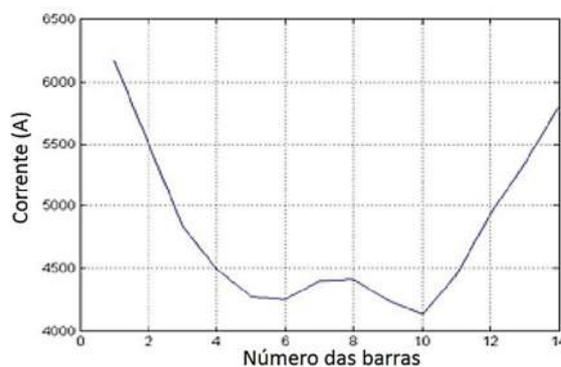
A Tabela 2.2 mostra os valores dos fatores de eixo em quadratura calculados pelas fórmulas de Rankin [8] e Jovanovski [10].

**Tabela 2.2** – *Comparativo entre os fatores de forma de Rankin e Jovanovski.*

Número do circuito	Rankin		Jovanovski	
	$D_{qo}$	$D_{qt}$	$D_{qo}$	$D_{qt}$
1	0,7433	0,8591	0,7433	0,8591
2	0,8541	0,9549	0,8541	0,9549
3	0,9629	1,0361	0,9634	1,0364
4	1,0508	1,0903	1,0642	1,0985
5	1,1050	1,1161	1,1216	1,1260
6	1,1411	1,1278	1,1509	1,1353
7	1,1695	1,1327	1,1715	1,1385
8	1,1821	1,1330	1,1803	1,1387

Os fatores de forma propostos por Jovanovski [10] divergem muito pouco dos propostos por Rankin [8], sendo então preferíveis pois suas expressões são mais simples do ponto de vista computacional.

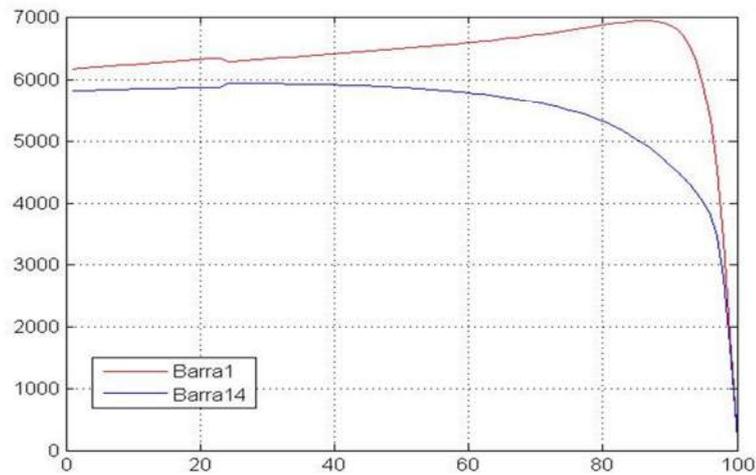
A Figura 2.12 ilustra o padrão de distribuição das correntes (distribuição por barras em cada polo) no momento da partida da máquina.



**Figura 2.12** – *Distribuição das correntes nas barras do enrolamento amortecedor por polo.*

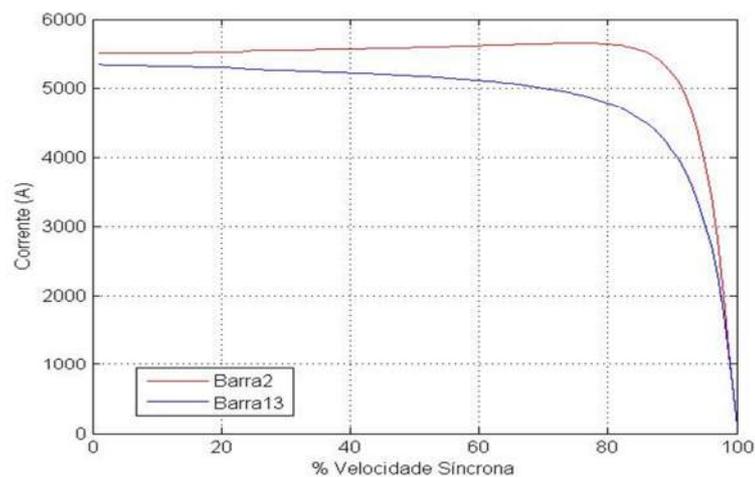
Da Figura 2.13 até Figura 2.19 mostram-se as variações das correntes com a aceleração da máquina estudada (compensador síncrono de 150 MVA presente na subestação de Recife II). A numeração das barras respeita o sentido da borda de ataque para a borda de

saída, a Figura 2.11 explicita isso. Os gráficos representam a variação das correntes em cada uma das 14 barras presentes nos seis polos do compensador. Pode-se observar que as maiores variações ocorrem justamente entre as barras que estão às bordas dos polos (1 e 14; 2 e 13).



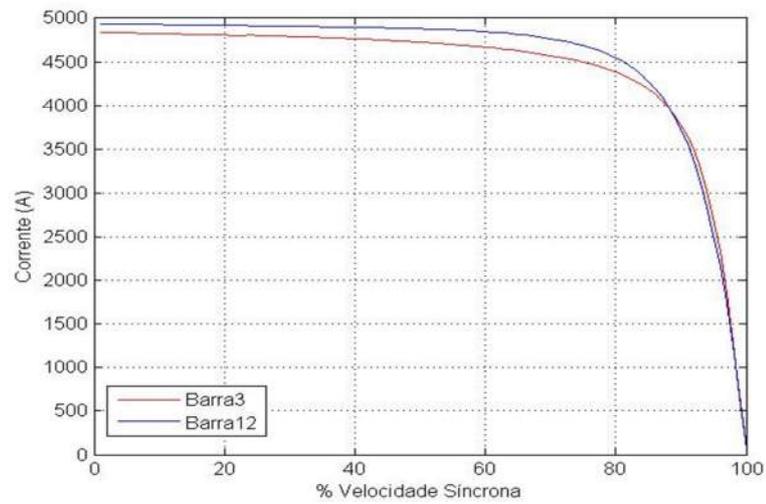
**Figura 2.13** – Correntes barras 1 e 14

Na situação mostrada Figura 2.13, tem-se os valores mais extremos de corrente nas barras do enrolamento amortecedor, trata-se das barras mais externas as das bordas.



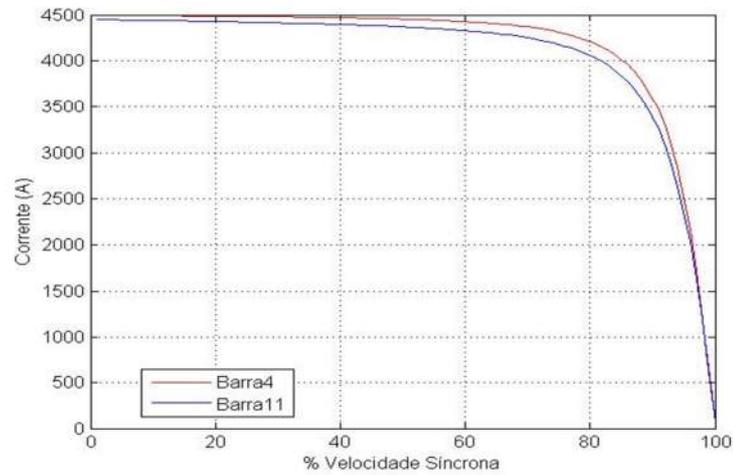
**Figura 2.14** – Correntes Barras 2 e 13

Nas duas figuras anteriores a diferença entre os valores de corrente é muito grande, tendo a corrente da borda de ataque (vide Figura 2.11) um valor mais elevado.

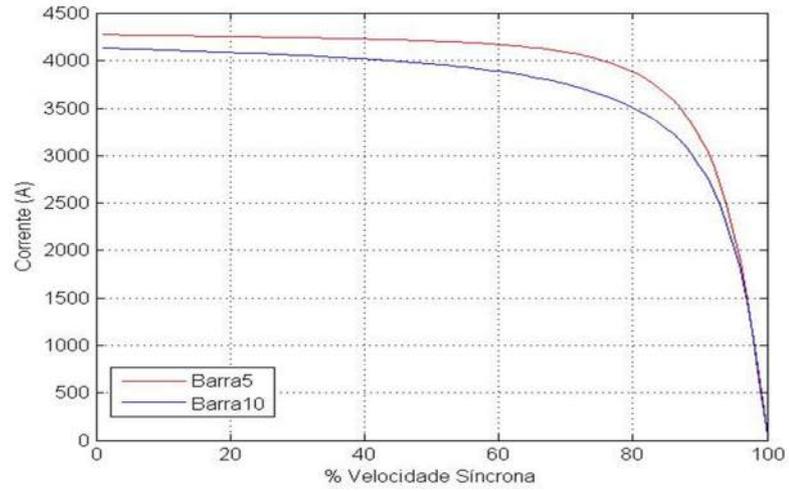


**Figura 2.15** – Correntes nas barras 3 e 12

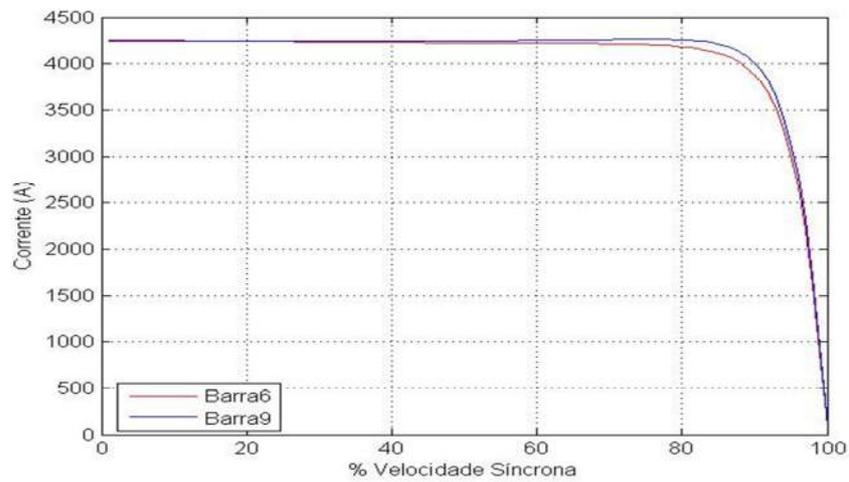
A medida que se desloca ao longo do polo para a sua região mais central, a divergência entre os valores das correntes de barras simétricas em relação ao eixo direto diminui.



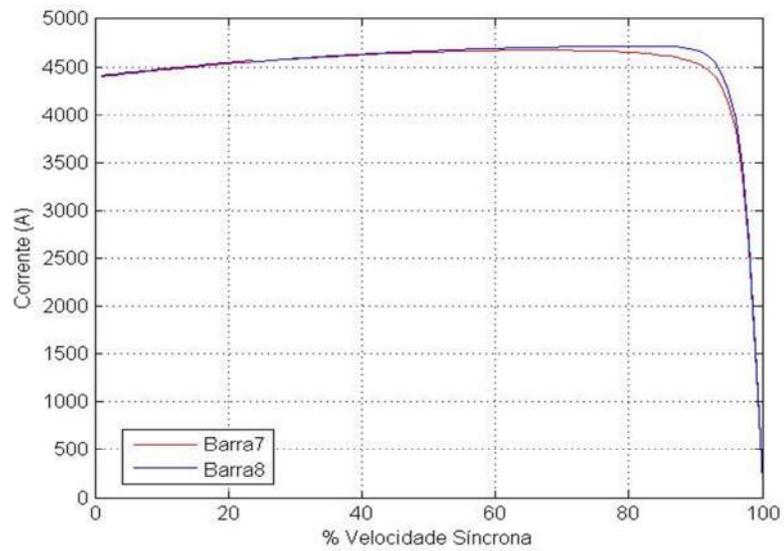
**Figura 2.16** – Correntes Barras 4 e 11



**Figura 2.17** – Correntes Barras 5 e 10



**Figura 2.18** – Correntes Barras 6 e 9



**Figura 2.19** – Correntes Barras 7 e 8

Nas figuras Figura 2.18 e Figura 2.19 percebe-se que os valores das correntes são muito próximos, estes dois gráficos tratam precisamente das barras mais centrais. O padrão da distribuição de corrente fica cada vez mais aberto à medida que o escorregamento cai.

## 2.8 CONCLUSÃO

Neste Capítulo foram mostrados o modelo base para determinação das correntes internas à máquina, as equações operacionais que resultam neste e forma de obtenção dos parâmetros para preenchê-lo. Foi mostrada também a forma matricial das equações e como as correntes internas se comportam em função da aceleração da máquina. As equações foram realizadas para um caso real e todos os parâmetros que formam os dimensionais da máquina em questão foram apresentados. No próximo Capítulo serão exibidas as simulações da dinâmica da máquina para que se possa aplicar a técnica de detecção de defeitos.

# 3 DAS SIMULAÇÕES E DOS RESULTADOS NUMÉRICOS

## 3.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo as equações propostas no Capítulo 2 serão utilizadas para expressar os fluxos concatenados por todos os circuitos adicionais de rotor na forma integral. O objetivo disto é criar as equações necessárias para realizar a simulação do compensador síncrono em MATLAB/SIMULINK<sup>®</sup>. Nestas simulações foi inserido o defeito (barra quebrada) a partir da interrupção súbita de um dos circuitos adicionais de rotor. Também foi aplicada a ferramenta de diagnóstico para constatar sua eficácia para as máquinas síncronas.

## 3.2 DA SIMULAÇÃO DINÂMICA

A simulação realizada em MATLAB/SIMULINK<sup>®</sup> para determinar o comportamento da máquina em estudo foi implementada de maneira que se tenha como entrada as tensões de rede e em consequência da resolução das equações tenha-se como saída as correntes de eixo direto e quadratura (consequentemente as correntes de fase) e algumas grandezas mecânicas como o torque eletromagnético e a velocidade do eixo (logo, também tem-se o escorregamento). A corrente de campo também pode ser determinada como uma das saídas da simulação (uma vez que esta pode também ser medida externamente na prática).

As equações para as tensões de armadura da máquina orientadas ao rotor serão da seguinte forma:

$$v_q = -r_s i_q + p(\psi_q) + \psi_d p(\theta_r) \quad (3.1)$$

$$v_d = -r_s i_d + p(\psi_d) - \psi_q p(\theta_r) \quad (3.2)$$

$$v_o = -r_s i_o + p(\psi_o) \quad (3.3)$$

As equações anteriores são para as tensões estatóricas e resultam nos modelos *qdo* para a máquina apresentados em Ong [21]. Para os circuitos de rotor (campo e amortecedores) da máquina em *qdo*, as tensões já foram evidenciadas no Capítulo 2 e serão aqui repetidas.

$$E_{fd} = p(\Psi_{fd}) + R_{ffd} I_{fd} + R_{f1d} I_{1d} + R_{f2d} I_{2d} \dots \quad (3.4)$$

$$E_{nd} = p(\Psi_{nd}) + R_{nfd} I_{fd} + R_{n1d} I_{1d} + R_{n2d} I_{2d} \dots + R_{nnd} I_{nd} \quad (3.5)$$

$$E_{nq} = p(\Psi_{nq}) + R_{n1q} I_{1q} + R_{n2q} I_{2q} \dots + R_{nnq} I_{nq} \quad (3.6)$$

Os fluxos rotóricos em sua forma integral serão deduzidos a seguir. Inicialmente, repetindo a expressão do fluxo de campo.

$$\Psi_{fd} = X_{ffd} I_{fd} + X_{f1d} I_{1d} + X_{f2d} I_{2d} \dots X_{fad} i_d, \quad (3.7)$$

Isolando no primeiro termo a corrente  $I_{fd}$ , se obtém:

$$I_{fd} = \frac{\Psi_{fd} - [X_{f1d} I_{1d} + X_{f2d} I_{2d} \dots X_{fad} i_d]}{X_{ffd}}, \quad (3.8)$$

Realizando o mesmo procedimento na equação (3.4) a seguinte expressão é obtida:

$$I_{fd} = \frac{E_{fd} - p(\Psi_{fd})}{R_{ffd}} - \frac{(R_{f1d}I_{1d} + R_{f2d}I_{2d} \dots)}{R_{ffd}} \quad (3.9)$$

Igualando as duas expressões e realizando as manipulações se consegue a expressão para  $p(\Psi_{fd})$ .

$$p(\Psi_{fd}) = E_{fd} - \frac{R_{ffd}}{X_{ffd}} [\Psi_{fd} - (X_{f1d}I_{1d} + X_{f2d}I_{2d} \dots X_{fad}i_d)] - [R_{f1d}I_{1d} + R_{f2d}I_{2d} \dots] \quad (3.10)$$

Não existem resistências mutuas entre o enrolamento de campo e qualquer circuito adicional de rotor, logo a expressão (3.10) pode ser reduzida a (3.11).

$$p(\Psi_{fd}) = E_{fd} - \frac{R_{ffd}}{X_{ffd}} [\Psi_{fd} - (X_{f1d}I_{1d} + X_{f2d}I_{2d} \dots X_{fad}i_d)] \quad (3.11)$$

Finalmente na forma integral:

$$\Psi_{fd} = \int E_{fd} - \frac{R_{ffd}}{X_{ffd}} [\Psi_{fd} - (X_{f1d}I_{1d} + X_{f2d}I_{2d} \dots X_{fad}i_d)] dt \quad (3.12)$$

Para os circuitos adicionais de rotor a dedução das expressões de processa de forma análoga. Sendo o fluxo do  $n$ -ésimo circuito adicional de rotor dado por:

$$\Psi_{nd} = X_{nfd}I_{fd} + X_{n1d}I_{1d} + X_{n2d}I_{2d} + X_{nnd}I_{nd} \dots X_{nad}i_d. \quad (3.13)$$

Isolando a corrente  $I_{nd}$  no primeiro termo.

$$I_{nd} = \frac{\Psi_{nd} - X_{nfd}I_{fd} - (X_{n1d}I_{1d} + X_{n2d}I_{2d} + \dots X_{nad}i_d)}{X_{nnd}}. \quad (3.14)$$

Considerando que a tensão de um circuito adicional é igual a zero a equação (3.5) e sabendo que não há resistência mútua entre o campo e qualquer circuit adicional de rotor. A corrente  $I_{nd}$  terá a seguinte forma:

$$I_{nd} = \frac{-[p(\Psi_{nd}) + R_{n1d}I_{1d} + R_{n2d}I_{2d} \dots]}{R_{nnd}} \quad (3.15)$$

Igualando (3.14) e (3.15), e isolando o termo  $p(\Psi_{nd})$  no primeiro termo chega-se à expressão:

$$p(\Psi_{nd}) = -\frac{R_{nnd}}{X_{nnd}} [\Psi_{nd} - X_{nfd}I_{fd} - (X_{n1d}I_{1d} + X_{n2d}I_{2d} \dots x_{nad}i_d)] + (R_{1nd}I_{1d} + R_{1nd}I_{1d} \dots), \quad (3.16)$$

Chegando à expressão integral

$$\Psi_{nd} = \int -\frac{R_{nnd}}{X_{nnd}} [\Psi_{nd} - X_{nfd}I_{fd} - (X_{n1d}I_{1d} + X_{n2d}I_{2d} \dots x_{nad}i_d)] + (R_{1nd}I_{1d} + R_{1nd}I_{1d} \dots) dt. \quad (3.17)$$

Análogamente, para os circuitos de eixo em quadratura

$$p(\Psi_{nq}) = -\frac{R_{nng}}{X_{nng}} [\Psi_{nq} - (X_{n1q}I_{1q} + X_{n2q}I_{2q} \dots x_{naq}i_q)] + (R_{1nq}I_{1q} + R_{1nq}I_{1q} \dots), \quad (3.18)$$

A fora integral resultante será:

$$\Psi_{nd} = \int -\frac{R_{nng}}{X_{nng}} [\Psi_{nq} - (X_{n1q}I_{1q} + X_{n2q}I_{2q} \dots x_{naq}i_q)] + (R_{1nq}I_{1q} + R_{1nq}I_{1q} \dots) dt, \quad (3.19)$$

Também serão expressas aqui as equações para os fluxos de armadura.

Dada a equação (3.2),

$$v_d = -r_s i_d + p(\psi_d) - \psi_q p(\theta_r)$$

$$i_d = \frac{p(\psi_d) - \psi_q p(\theta_r) - v_d}{r_s} \quad (3.20)$$

A expressão do fluxo para eixo direto é apresentada em (3.21)

$$\psi_d = X_{afd} I_{fd} + X_{a1d} I_{1d} + X_{a2d} I_{2d} \dots x_d i_d$$

Onde :

$$i_d = \frac{-\psi_d + [X_{afd} I_{fd} + X_{a1d} I_{1d} + X_{a2d} I_{2d} \dots]}{x_d}, \quad (3.22)$$

Igualando (3.29) e (3.30) e fazendo todos os ajustes a expressão para  $p(\psi_d)$  será:

$$p(\psi_d) = -\frac{r_s}{x_d} [\psi_d - (X_{afd} I_{fd} + X_{a1d} I_{1d} \dots + X_{and} I_{nd})] + \psi_q p\theta + v_d, \quad (3.23)$$

Na forma integral:

$$\psi_d = \int -\frac{r_s}{x_d} [\psi_d - (X_{afd} I_{fd} + X_{a1d} I_{1d} \dots + X_{and} I_{nd})] + \psi_q p\theta + v_d dt, \quad (3.24)$$

Ainda nestas simulações, as equações relacionando os fluxos mútuos de forma mais simplificada e suas respectivas correntes são dadas por:

$$\psi_q = x_q i_q + \psi_{mq} \quad (3.25)$$

$$i_q = \frac{\psi_q - \psi_{mq}}{x_q} \quad (3.26)$$

$$\psi_d = x_d i_d + \psi_{md} \quad (3.27)$$

$$i_d = \frac{\psi_d - \psi_{md}}{x_d} \quad (3.28)$$

$$\psi_o = x_o i_o \quad (3.29)$$

$$\Psi_{fd} = X_{ffd} I_{fd} + \psi_{md} \quad (3.30)$$

$$I_{fd} = \frac{\Psi_{fd} - \psi_{md}}{X_{ffd}} \quad (3.31)$$

$$\Psi_{nq} = X_{nnq} I_{nq} + \psi_{mq} \quad (3.32)$$

$$I_{nq} = \frac{\Psi_{nq} - \psi_{mq}}{X_{nnq}} \quad (3.33)$$

$$\Psi_{nd} = X_{nnd} I_{nd} + \psi_{md} \quad (3.34)$$

$$I_{nd} = \frac{\Psi_{nd} - \psi_{md}}{X_{nnd}} \quad (3.35)$$

Os fluxos mútuos podem também ser apresentados no formato:

$$\psi_{mq} = xMQ \left( \frac{\psi_q}{x_q} + \frac{\Psi_{nq}}{X_{nnq}} \right) \quad (3.36)$$

$$\psi_{md} = xMD \left( \frac{\psi_d}{x_d} + \frac{\Psi_{nd}}{X_{nnd}} + \frac{\Psi_{ffd}}{X_{ffd}} \right) \quad (3.37)$$

Em que:

$$xMQ = \left[ \left( \frac{1}{X_{anq}} + \frac{1}{X_{nnq}} + \frac{1}{x_q} \right) \right]^{-1} \quad (3.38)$$

$$xMD = \left[ \left( \frac{1}{X_{fad}} + \frac{1}{X_{nnd}} + \frac{1}{X_{and}} + \frac{1}{x_d} + \frac{1}{X_{ffd}} \right) \right]^{-1} \quad (3.39)$$

### 3.3 AS EQUAÇÕES MECÂNICAS DA MÁQUINA SÍNCRONA

#### 3.3.1 O torque Eletromagnético

A expressão para o torque eletromagnético da máquina síncrona pode ser obtida a partir da potência transferida através do entreferro do estator para o rotor. Segundo ONG [21], quando as grandezas estatóricas (suas tensões e correntes) são transformadas ao referencial síncrono a potência transferida (ou potência de entrada  $P_{in}$ ) será expressa por (3.52).

$$P_{in} = \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d) + 3v_o i_o + E_{fd} I_{fd} \quad (3.40)$$

Substituindo as expressões para  $v_q$  e  $v_d$  dadas em (3.1) e (3.2) em (3.40), chega-se à expressão (3.41).

$$P_{in} = \frac{3}{2} \left[ r_s (i_q^2 + i_d^2) + i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + \omega_r (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \right] \quad (3.41)$$

Os termos  $r_s (i_q^2 + i_d^2)$  e  $(i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + i_d \frac{d\lambda_d}{dt})$  são referentes, respectivamente, a perdas Ohmicas e taxa de troca de energia magnética. Os fluxos ( $\lambda_q$  e  $\lambda_d$ ) não estão em pu ainda, por isso não se usou a notação das equações (3.1) e (3.2). Eliminando os termos referentes a perdas Ohmicas e taxa de troca de energia magnética, a potência eletromagnética desenvolvida ( $P_{em}$ ) será dada, então, por (3.42):

$$P_{em} = \frac{3}{2} [\omega_r (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)] = \frac{3P}{2} \omega_{rm} [(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)] \quad (3.42)$$

A potência expressa acima ainda é dada em Watts. O termo  $\omega_{rm}$  é a velocidade mecânica do rotor.

Sendo o torque eletromagnético dado por (3.43)

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_{rm}} = \frac{3P}{2} [(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)] \quad (3.43)$$

Sendo esta a expressão para o Torque eletromagnético em (N.m). Assumindo um torque de base dado por

$$T_B = \frac{P_B}{(2/P)\omega_B} = \frac{(3/2)V_{B(qdo)}I_{B(qdo)}}{(2/P)\omega_B} \quad (3.44)$$

Em que  $P_B$  é a potência de base dada pelo produto da tensão de fase base ( $V_{B(qdo)}$ ) e da corrente de fase base ( $I_{B(qdo)}$ ). O termo  $\omega_B$  corresponde à velocidade mecânica de base, neste caso a própria velocidade síncrona. Realizando a divisão da expressão (3.43) por (3.44), obtém-se a expressão em pu para o torque eletromagnético ( $T_e$ ).

$$T_e = (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (3.45)$$

### 3.3.2 Equações de movimento do rotor

A equação básica que descreve o movimento do rotor da máquina é dada por (3.46).

$$T_{em} + T_{mech} - T_{damp} = J \frac{d\omega_{rm}(t)}{dt} = \frac{2J}{P} \frac{d\omega_r(t)}{dt} \quad (3.46)$$

Em que  $T_{em}$  é o torque eletromagnético,  $T_{mech}$  é o torque mecânico imposto ao eixo do rotor por uma máquina primária e  $T_{damp}$  é um torque resistente proveniente de atrito e outras oposições ao movimento do rotor (para este caso considerado desprezível).

Sendo  $\delta(t)$  o ângulo eixo  $q$  de rotor e o eixo  $q$  síncrono, ele pode ser definido como:

$$\delta(t) = \theta_r(t) - \theta_e(t) \quad (3.47)$$

Sendo na forma integral:

$$\delta(t) = \int_0^t [\omega_r(t) - \omega_e(t)] dt + \theta_r(0) - \theta_e(0) \quad (3.48)$$

Uma vez que  $\omega_e(t)$  é constante e igual a  $\omega_e$ ,

$$\frac{d[\omega_r(t) - \omega_e]}{dt} = \frac{d\omega_r(t)}{dt}$$

Ou seja,

$$[\omega_r(t) - \omega_e] = \int_0^t [T_{em} + T_{mech} - T_{damp}] dt \quad (3.49)$$

Que é o escorregamento propriamente dito da máquina.

Colocando em pu a equação (3.46) chega-se a:

$$T_{em(pu)} + T_{mech(pu)} - T_{damp(pu)} = \frac{1}{T_B} \frac{2J}{P} \frac{d\omega_r(t)}{dt} \quad (3.50)$$

Em termos da constante de inércia  $H$ , definida por  $H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{bm}^2}{P_B}$  em que  $\omega_{bm}$  é a

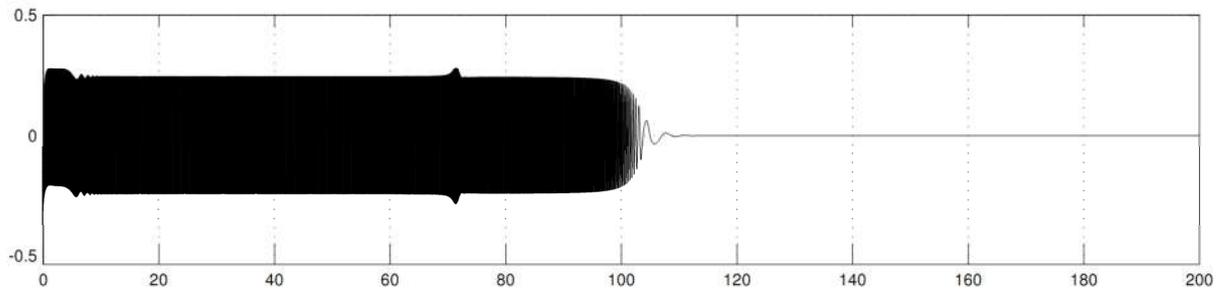
velocidade mecânica de base.

Dessa forma a expressão final do escorregamento será:

$$T_{em(pu)} + T_{mech(pu)} - T_{damp(pu)} = 2H \frac{d(\omega_r/\omega_b)}{dt} = 2H \frac{d[(\omega_r - \omega_e)/\omega_b]}{dt} \quad (3.51)$$

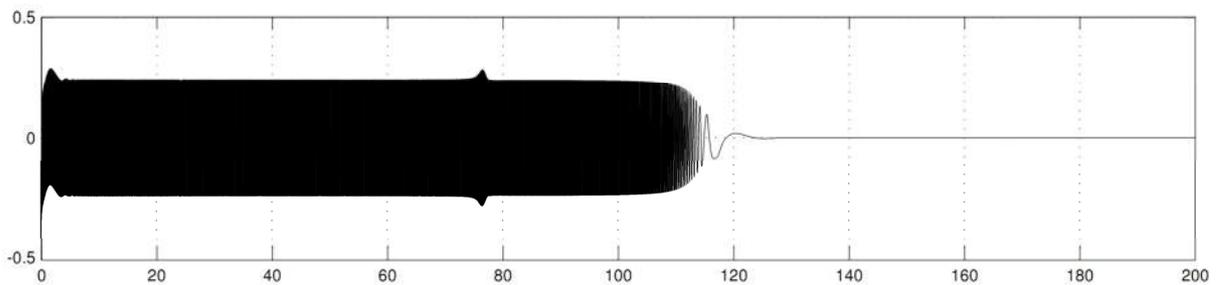
### 3.4 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

As simulações fornecem as correntes dos eixos d e q, o torque eletromagnético, o ângulo de carga e a velocidade angular do rotor. Todas as grandezas estão em pu.

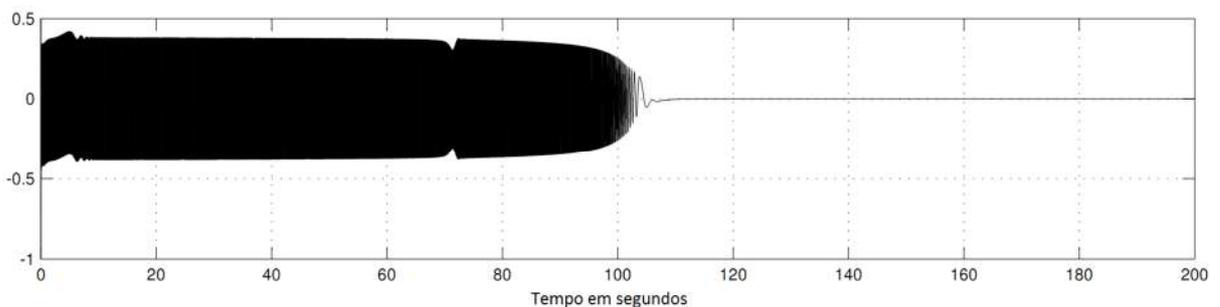


**Figura 3.1** - Corrente de eixo q da máquina simulada (compensador síncrono de 150 MVA).

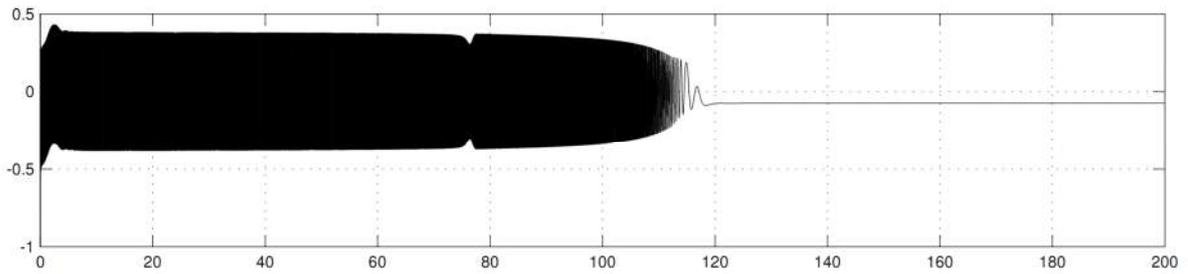
A Figura 3.1 Explicita a corrente de eixo q para uma máquina funcionando sem barras defeituosas. Já a Figura 3.2 mostra a diferença para a existência de barras quebradas (uma barra quebrada desde a partida).



**Figura 3.2** - Corrente de eixo q da máquina simulada (Máquina com defeito).

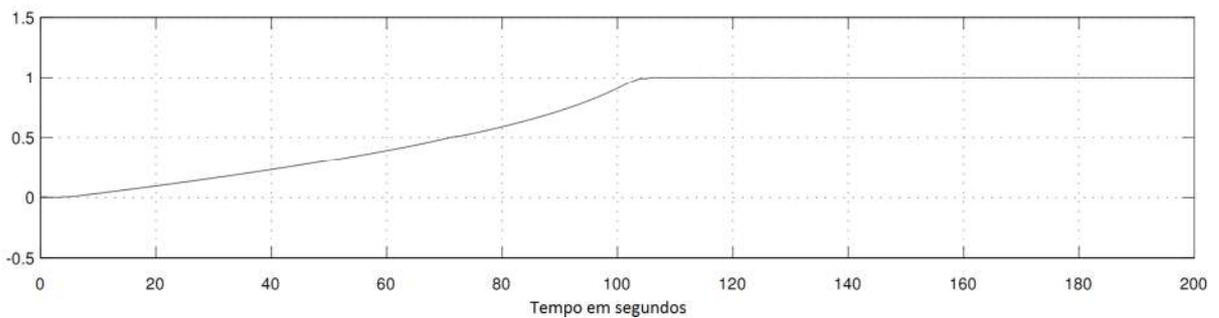


**Figura 3.3** - Corrente de eixo d da máquina simulada (compensador síncrono de 150 MVA) sem defeitos.

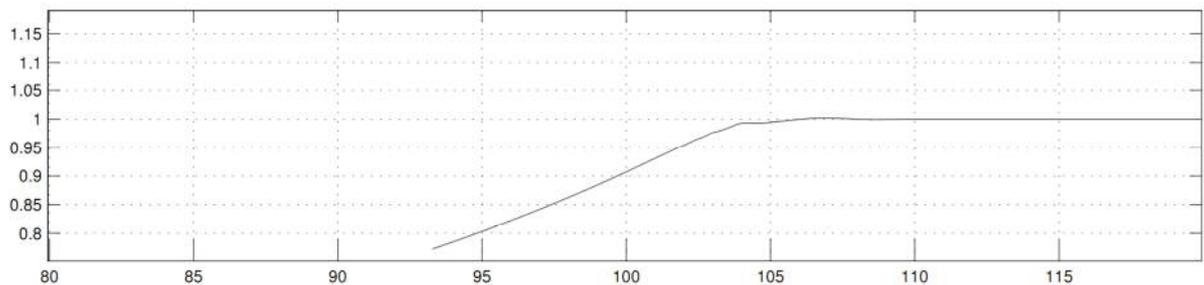


**Figura 3.4** - Corrente de eixo d da máquina simulada com defeito.

A diferença entre as correntes de eixo direto também é notória percebida na comparação entre as figuras (3.3) e (3.4).



**Figura 3.5** – Velocidade angular da máquina em pu.(máquina sem defeito).



**Figura 3.6** – Velocidade angular da máquina em pu.(máquina sem defeito). Detalhe do tempo de aceleração.

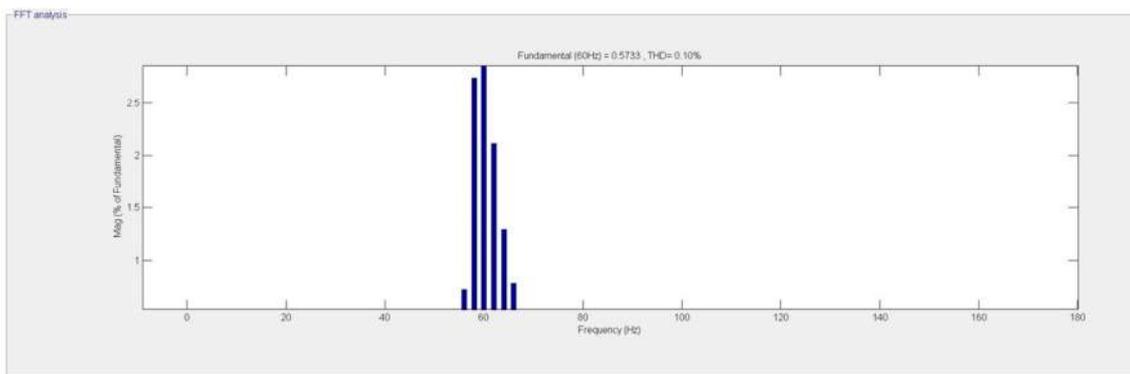
### 3.5 A TÉCNICA DE DETECÇÃO DE BARRAS DEFEITUOSAS

A seguir será apresentada a metodologia que leva ao diagnóstico de barras rompidas no enrolamento amortecedor. Trata-se da análise espectral do sinal de corrente de armadura.

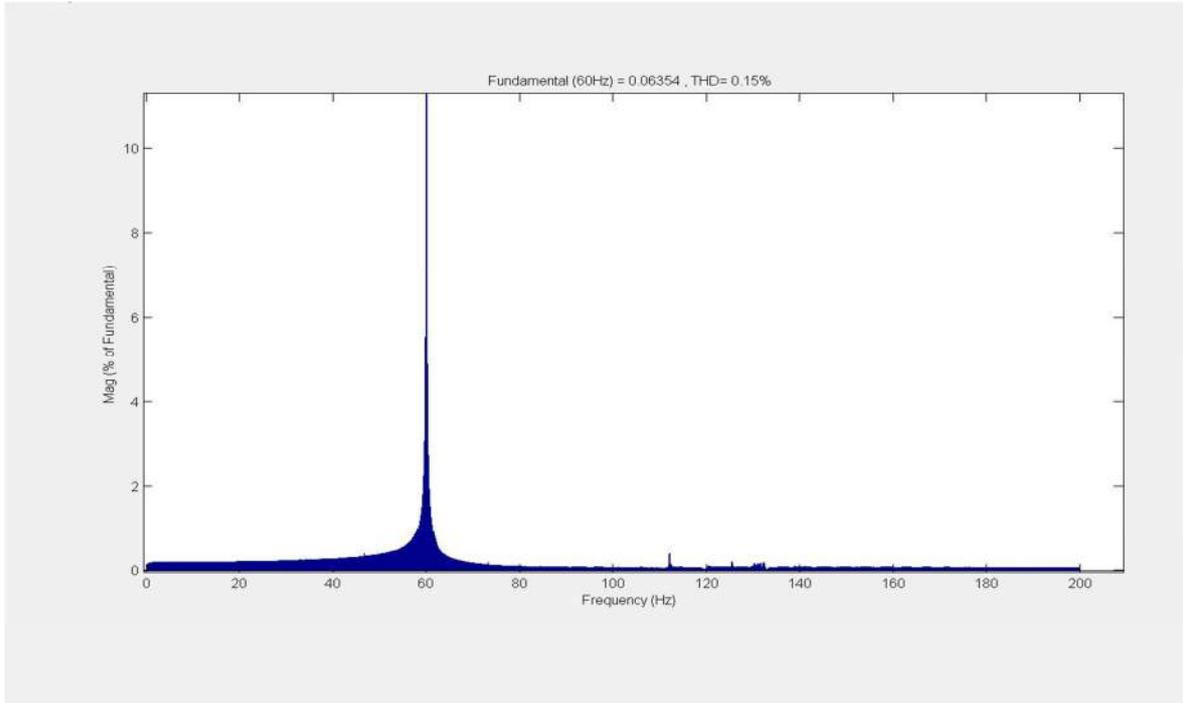
Em um compensador síncrono, no momento de sua partida, bem como em uma máquina de indução com rotor de gaiola, barras quebradas ou mesmo trincadas causam perturbações no campo magnético (fluxo de entreferro). Em decorrência destas perturbações

ocorrem flutuações nas correntes de armadura, podem aparecer também pulsações no torque, estas podem inclusive levar a outras falhas mecânicas (por exemplo, deterioração dos rolamentos). A análise do espectro de frequência pode ser realizada para vibrações mecânicas da máquina, como também pode para as correntes de estator. Para a primeira opção, análise das vibrações, tem-se a desvantagem dos dimensionais da máquina (para máquinas muito grandes é muito difícil a obtenção de suas vibrações), a medição das correntes estatóricas, porém é menos custosa do ponto de vista prático.

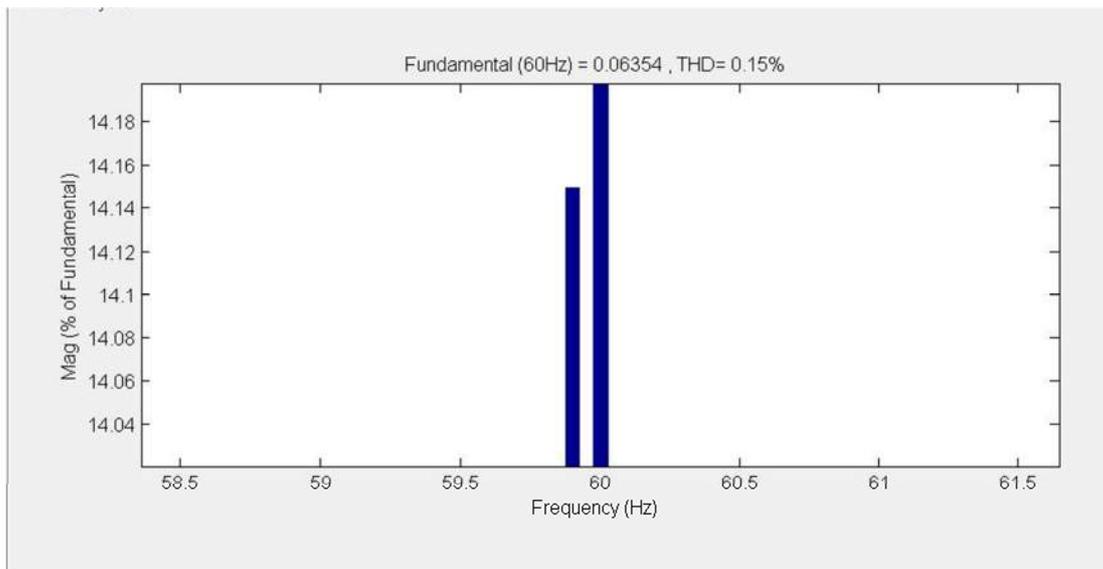
A análise espectral das correntes exibe diferenças nas frequências a redor da fundamental (bandas laterais à fundamental). A Figura 3.7 mostra o espectro da corrente de armadura para uma máquina sem defeitos em regime permanente. Na Figura 3.8 mostra-se o caso para uma barra quebrada nos circuitos de rotor.



**Figura 3.7** – *Espectro de frequências do sinal da corrente de armadura da máquina de 150 MVA sem barras quebradas.*



**Figura 3.8** – *Espectro da máquina com barras quebradas.*



**Figura 3.9** – *Detalhe da frequência de banda inferior. Observa-se a súbita elevação de 2.5% para 14% quando da ocorrência do defeito.*

Segundo Araujo [14], a equação (3.52) define a frequência da banda lateral mais próxima da qual se mede a amplitude para se realizar a verificação.

$$F_l(\text{Hz}) = (1 \pm 2ks)f_r \quad (3.52)$$

Onde  $k = 1, 2, 3, 4 \dots$  e  $s$  é o escorregamento.

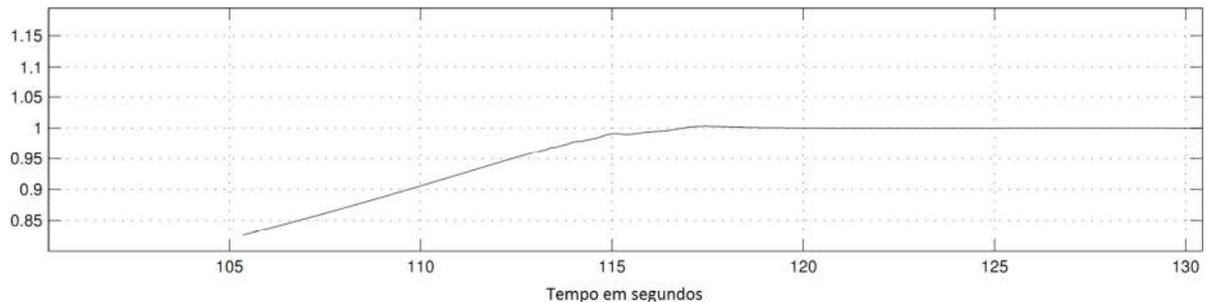
Uma dificuldade enfrentada na aplicação desta técnica às máquinas síncronas reside justamente no fato de as máquinas estarem operando à velocidade síncrona. Quando existem barras quebradas as linhas de campo magnético do entreferro se intensificam mais justamente onde estas barras se encontram e por isso produzem as componentes harmônicas nas bandas laterais à fundamental, durante a aceleração da máquina (e, conseqüentemente, na existência de escorregamento) a diferença nas frequências é maior justamente devido ao fato de ter-se uma frequência de escorregamento considerável.

Segundo Baccarini [15], a amplitude da modulação do sinal de corrente para máquinas de indução com barras quebradas é muito pequena e pode, na prática, não ser detectada constituindo uma desvantagem desta técnica. Já Mertens Jr [16] afirma que a utilização de corrente elétrica é importante, pois a sensibilidade na relação sinal ruído é boa nesta aplicação.

Na literatura existe uma grande quantidade de trabalhos publicados com o objetivo de realizar diagnósticos em máquinas rotativas por meio de técnicas não invasivas, porém a maior parte delas é destinada às máquinas de indução (o que não é necessariamente um obstáculo, uma vez que a análise de casos tanto para máquinas de indução quanto para máquinas síncronas leva a crer que a causa mais comum da quebra de barras é necessariamente a mesma: fadiga).

O desenvolvimento de um sistema *on-line* para monitoramento das grandezas físicas de uma máquina síncrona é desejável. Durante a partida de um compensador síncrono é que ocorrem as correntes mais severas nos enrolamentos amortecedores. Karmaker [17] usa uma técnica com pequenas bobinas montadas sobre os dentes de estator. Esta técnica mesmo sendo de grande utilidade, pois pode-se observar diretamente o fluxo de entreferro, apresenta a desvantagem de só se poder montar as bobinas na máquina quando da parada da mesma. Entretanto, Karmaker fornece uma informação interessante nesta publicação: o tempo de aceleração da máquina tendo barras quebradas é maior do que na máquina sadia. Isso pode ser constatado na Figura 3.10. Se comparada com a Figura 3.6 (onde o tempo de aceleração é em

torno de 105 segundos), pode-se notar que na Figura 3.10 o tempo fica em torno de pouco mais de 115 segundos.



**Figura 3.10** - Detalhe do tempo de aceleração para máquina com uma barra quebrada

Desta forma, pode-se ter com isso outro bom indício que combinado com a análise espectral pode levar ao diagnóstico.

Grandezas como Torque e Velocidade também são afetadas no momento em que ocorrem quebras de barras. De fato, a análise de assinatura de corrente do estator e das outras duas grandezas são o prumo para a realização do diagnóstico.

A busca por barras quebradas é uma tarefa um tanto delicada, pois as variações de frequências são pequenas. Na verdade, as frequências variam com o dobro da frequência de escorregamento.

Em outros defeitos como excentricidades de rotor (excentricidades dinâmicas), a análise da assinatura de correntes fornece componentes harmônicas de 17ª e 19ª ordem que podem crescer com o aumento da excentricidade, Toliyat [18]. No caso de barras quebradas surgirão componentes de baixa frequência, como dito anteriormente, e oscilações no torque que podem causar inclusive vibrações. O surgimento destas componentes de baixa frequência se deve à intensificação do campo em torno da falta, justamente por não haver componentes desmagnetizantes à frequência de escorregamento induzidas nesta região.

Conforme o número de barras aumenta, inclusive, a densidade de campo nesta região (sendo as barras vizinhas) aumenta gradativamente, Elkasgby [19].

Um fato interessante evidenciado por Mertens Jr [16] é que se as barras estão distantes entre si de 90° fica muito mais delicado de se perceber a elevação das frequências de banda laterais à fundamental.

O fluxo de entreferro produzido por uma corrente fluindo à frequência de escorregamento nos circuitos adicionais de rotor terá uma componente fundamental que gira à velocidade de escorregamento no mesmo sentido de rotação do rotor e uma segunda componente que gira (com mesma amplitude) no sentido contrário à mesma velocidade.

No caso de um enrolamento amortecedor sem defeitos, a soma das componentes reversas será nula. Na existência de uma barra quebrada, contudo, esta resultante será diferente de zero, o campo de entreferro que gira à velocidade de rotor irá introduzir componentes de força eletromotriz e por conta disso é que as modulações na corrente têm o dobro da frequência de escorregamento.

### 3.6 CONCLUSÃO

Este Capítulo apresentou o conjunto de equações a partir das quais se criou a simulação e também apresentou os resultados numéricos para as aplicações da equação matrcial mostrada em (2.121). O padrão das correntes conforme a velocidade da máquina aumenta também é mostrado. Cinco grandezas importantes quando se analisa a máquina são exploradas (ângulo de carga, velocidade do eixo, torque magnético e as correntes de eixo direto e em quadratura que resultam nas correntes de armadura). As perturbações ocorridas nestas grandezas em virtude da existência de problemas internos à máquina são muito pequenas devido ao fato de a máquina partir em vazio.

# 4 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

## 4.1 INTRODUÇÃO

O propósito deste trabalho é apresentar uma forma de diagnosticar barras quebradas nos enrolamentos amortecedores de uma máquina síncrona de polos salientes. No Capítulo 2 são apresentadas as formas de se obter as impedâncias em pu para a máquina com o objetivo de se preencher os modelos matemáticos para que se realizem as simulações. São mostrados o comportamento da corrente total de cada um dos circuitos adicionais de rotor, da corrente de armadura, da velocidade angular do eixo de rotor do torque eletromagnético. A combinação destes comportamentos leva ao diagnóstico de barras rompidas. Fatores como o tempo de aceleração (aumentado) e ruídos audíveis (consequência de desbalanceamento no eixo que, por sua vez, é resultado da existência de barras quebradas) podem ser usados como forte indício para se realizar uma investigação na máquina com o objetivo de constatar a existência efetivamente de barras quebradas.

O uso da transformada rápida de Fourier para o sinal da corrente de armadura fornece como resultado uma elevação, em relação à fundamental, das componentes de corrente com frequências de banda à frequência de rede.

Pode-se ainda obter, a partir destas mesmas frequências, o valor da frequência de escorregamento, pois sua diferença (em Hz) com relação à fundamental é justamente o dobro da frequência de escorregamento. Na simulação foi “quebrado” (a sua corrente durante todo o processo de simulação da máquina foi mantida em zero) o circuito  $4d-4q$  com o objetivo de análise. Como dito no Capítulo 3, a simulação foi elaborada de tal forma que a entrada seja formada pelas tensões de fase e a saída seja formada pelas correntes nos eixos d e q e consequentemente nas fases a, b e c.

No Capítulo 2 ainda foram desenvolvidas as equações para o cálculo da distribuição das correntes nas barras de cada circuito bem como a forma como esta varia de acordo com o escorregamento. O modelo estabelecido foi um desenvolvimento do modelo proposto por Linville [7]. Este modelo parte de algumas premissas, sendo estas:

- Serem os condutores de armadura efetivamente distribuídos de forma senoidal
- Os efeitos de saturação e histerese não são consideráveis.

Como dito anteriormente, o modelo proposto no Capítulo 2 é uma variante do modelo de Linville [7], trata-se da adaptação realizada por Rankin [5], em que depois de modificar as equações de Park através da introdução de um sistema pu recíproco (se obteve um sistema de equações simétrico) sem maiores dificuldades. Outro fato importante neste preenchimento do modelo é a existência dos fatores de forma. O cálculo da impedância depende muito destes que podem ser determinados por meio de elementos finitos ou a partir das equações integrais com boa aproximação.

A simples geometria e o conhecimento de dimensionais da máquina permite, não somente a determinação das impedâncias internas da máquina, como também viabiliza a modelagem da mesma para determinação de defeitos internos. A seguir serão feitas as sugestões para outras técnicas de diagnóstico, não somente para problemas referentes às barras do enrolamento amortecedor e também para outros tipos de máquinas rotativas. Problemas nas espiras do estator podem ser detectados pela assinatura da corrente de campo, desalinhamentos do eixo também podem ser percebidos através da corrente de armadura.

Ainda é evidente que se faz necessário o aprimoramento de técnicas de diagnóstico em máquinas síncronas desde a captação até o tratamento dos dados, mas o fato de existirem estas técnicas dá uma perspectiva otimista de no futuro serem desenvolvidos equipamentos que façam a detecção de defeitos de maneira não invasiva. A análise de Fourier, neste trabalho é a ferramenta fundamental para que constate a existência de barras quebradas no interior de uma máquina síncrona, porém o universo de possibilidades não se restringe apenas a isso.

## 4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Além da detecção de barras quebradas a análise da assinatura de corrente permite também diagnosticar problemas como excentricidades do rotor, e falhas nos rolamentos. Outras assinaturas de corrente podem ser analisadas para obtenção de diagnósticos para outros tipos de defeitos.

Em específico, trata-se da análise da assinatura de corrente de campo para detecção de curtos entre as espiras de estator. Segundo Prabhakar Neti [20], existem harmônicos específicos na corrente de campo que permitem o diagnóstico de espiras em curto no estator.

Com tensões trifásicas desbalanceadas no estator os enrolamentos irão produzir uma FMM reversa dada por:

$$F_s = A_s \cos[np\phi + \omega t] \quad (4.1)$$

Onde  $n = 6k \pm 1$  ordem em relação à fundamental.

Em relação ao rotor a densidade de fluxo será:

$$B_r = A_s P_o \cos[np\phi' + (n + 1)\omega t + \varphi_1] \quad (4.2)$$

$B_r$  pode induzir frequências muito específicas no rotor. Tratando-se especificamente das harmônicas induzidas na corrente de campo, componentes de 60, 90, 150 e 210 Hz se mostram promissoras.

### 4.2.1 Detecção de excentricidades

Esforços também são investidos neste tipo de diagnóstico. De fato, a análise das assinaturas de corrente de uma máquina síncrona é uma ferramenta poderosa.

Existem dois tipos de excentricidades, a saber:

Excentricidades estáticas – Caracterizadas por deslocamento fixo na rotação do eixo da máquina, pode ser consequência de uma parte interna de estator oval, desalinhamentos dos

rolamentos. Ela pode dar origem a forças eletromagnéticas radiais e resultar, inclusive, nas excentricidades dinâmicas.

Excentricidades dinâmicas – São ditas dinâmicas, pois o “corpo” do rotor não gira fixamente em torno do eixo. Pode-se entender, também, como sendo uma variação na medida do entreferro que se desloca com o tempo na mesma velocidade angular que o rotor. Podem ser causadas por eixo flambado (consequência de esforços radiais), movimento dos rolamentos .

No que diz respeito às excentricidades de entreferro, as correntes de estator apresentam, segundo Toliyat [18], componentes harmônicas de 5<sup>a</sup> , 7<sup>a</sup> , 11<sup>a</sup> , 13<sup>a</sup> , 17<sup>a</sup> e 19<sup>a</sup> ordens.

Implementando uma excentricidade no modelo irão surgir componentes harmônicas de corrente no estator induzidas pelo rotor e se observa que a componente de 17<sup>a</sup> ordem tem o maior incremento percentual. A presença destas componentes (17<sup>a</sup> e 19<sup>a</sup>) e seu rápido crescimento são a prova de existência de excentricidade.

Segundo Kral [22], as excentricidades ou desbalanceamentos de rotor podem apresentar componentes harmônicas específicas em grandezas elétricas, mecânicas e eletromagnéticas da máquina e que também podem ser detectados por uma análise espectral de Fourier.

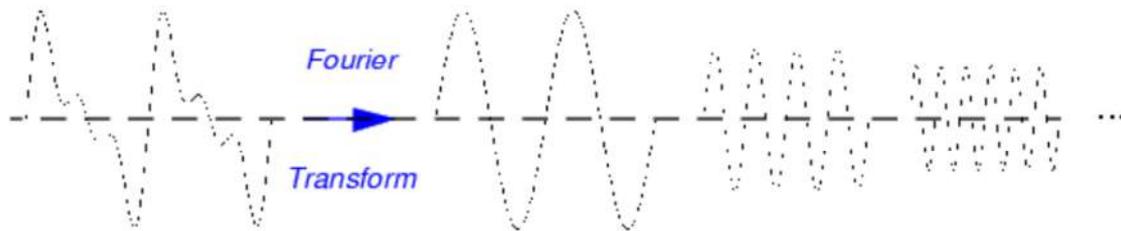
### 4.3 O USO DA TRANSFORMADA DISCRETA WAVELET

Segundo Graps [23], define-se por transformada wavelet como sendo uma operação linear que decompõe o sinal em diferentes componentes de frequência possibilitando, assim, estudar cada componente separadamente. Na wavelet é possível ter uma visão global, quanto uma visão localizada do sinal que se deseja analisar, segundo a conveniência do analista.

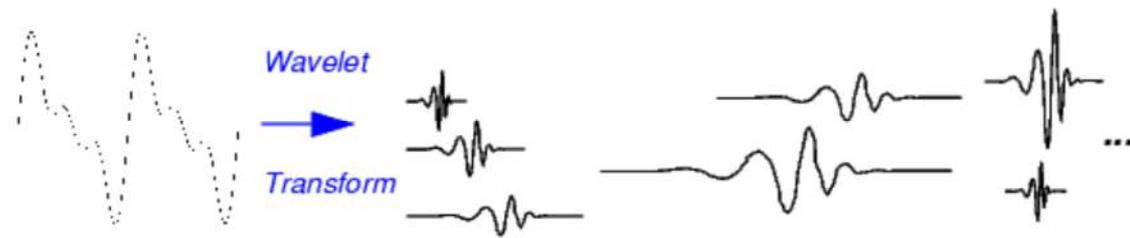
Apesar de a relação sinal-ruído na análise espectral de corrente de armadura ser alta, o tratamento de sinal na identificação de falhas internas à máquina ainda é um problema a ser contornado. A transformada discreta Wavelet parece ser uma boa alternativa para tal objetivo. Em sinais resultantes de um comportamento dinâmico, como o funcionamento de uma máquina elétrica rotativa, que apresentam efeitos transitórios e bruscas discontinuidades, a aplicação da transformada da Fourier é um tanto limitada. A transformada Wavelet permite a

análise do sinal utilizando seções variáveis deste. Devido a isso, pode-se dar um tamanho maior no intervalo de integração para se analisar um sinal de baixa frequência, ou uma redução destes intervalos para se trabalhar com alta frequência.

Na Figura 4.1 e Figura 4.2 estão mostrado um comparativo de funcionamento entre as duas transformadas.



**Figura 4.1** – Descrição de como a transformada de Fourier atua



**Figura 4.2** – Descritivo das Wavelets

A decomposição de um sinal através de transformada Wavelet permite a criação de novos sinais componentes com frequências independentes carregando a informação original.

A transformada Wavelet se apresenta da seguinte forma geral:

$$C(\text{tamanho}, \text{posição}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi(\text{tamanho}, \text{posição}, t) dt \quad (4.3)$$

Onde C é um coeficiente de Wavelet, sob condições particulares de escolha de  $\psi$ .

A partir da decomposição se obtêm os coeficientes Wavelet do sinal, e a partir destes pode-se obter o comportamento do sinal médio e uma representação da energia do sinal

decomposto. Através de comparações destes coeficientes é possível se realizar diagnósticos e constatar mudanças de comportamento na máquina.

A detecção de faltas internas em máquinas rotativas, além de prevenir “baixas” na indústria em geral, e conseqüentemente reduzir custos com manutenção, é área de interesse nas pesquisas em engenharia há vários anos. Apesar de possuir construção robusta, as máquinas estão sempre sujeitas a defeitos. Barras de enrolamentos amortecedores de máquinas síncronas e do rotor de gaiola de esquilo de máquinas de indução podem se romper e, pior, sempre causam prejuízos em longo prazo, pois as barras vizinhas tem uma súbita elevação do corrente podendo, no futuro, virem a romper também. Além disso, podem resultar em excentricidades estáticas que, por sua vez, podem resultar em excentricidades dinâmicas. É consenso que a análise da assinatura de corrente constitui uma ferramenta eficaz tanto em máquinas de indução como em máquinas síncronas, porém sem um bom processamento de sinal, a detecção de falta pode falhar. Apesar disso, é importante que as técnicas de análise de sinal disponíveis continuem sendo exploradas e suas aplicações sempre melhoradas. Um exemplo de melhoria neste sentido é a capacidade que determinada técnica tenha de suprimir ruídos e frequências presentes no sistema que prejudiquem o diagnóstico. Segundo Mehrjou [27], a transformada Wavelet provém uma detecção de falhas mais precisa em diferentes circunstâncias operacionais.

O fato de existirem várias famílias de Wavelets, contudo, merece um tratamento delicado, pois diferentes famílias podem levar a diferentes eficiências de decomposição do sinal, reconstrução do mesmo, remoção de ruídos etc... Por isso é desejável a escolha de uma família de Wavelets “forte”, que produza os melhores resultados para o sinal analisado. Simultaneamente as Wavelets permitem que se analisem sinais no tempo e na frequência decompondo o sinal em vários níveis o que faz dessa uma ferramenta interessante. Mehrjou [27] faz uma comparação da transformada Wavelet com a Transformada de Fourier e conclui que, sendo feita a escolha correta da Wavelet, o diagnóstico é mais confiável.

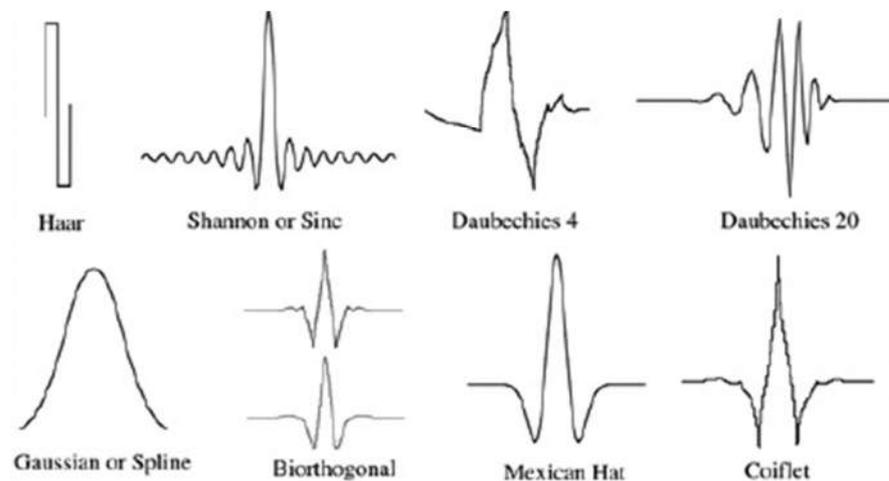
Kia [26] faz uma abordagem baseada em Wavelet para detectar barras quebradas em motores da indução. Nesse trabalho, é usada a potência instantânea como meio de se fazer a detecção. Quando da ocorrência de uma falta, no rotor de uma máquina de indução ou nos enrolamentos amortecedores de uma máquina síncrona a potência instantânea apresenta componentes de baixa frequência que são difíceis de detectar por uma análise de Fourier.

Através de uma transformada Wavelet, estes sinais podem ser analisados sem necessitar, inclusive, da informação do escorregamento da máquina. No caso de uma máquina síncrona isso é útil, pois (em virtude de estar à velocidade síncrona) as frequências de escorregamento são muito pequenas.

Segundo Brito [24], uma Wavelet é uma curta onda de natureza oscilatória e energia finita. Diferentemente de outras técnicas de análise de sinal, como a Transformada de Fourier que decompõe o sinal como o resultado de um somatório de ondas senoidais de diferentes frequências, a Transformada de Wavelet interpreta o sinal como versões deslocadas e escalonadas de uma Wavelet original, chamada de Wavelet mãe.

Fundamentalmente, as Wavelets são destinadas a fazer uma análise em escala. Ou seja, fazer uso de funções de base curta para altas frequências e de base longa para baixas. Ao passo que as senóides possuem duração ilimitada, as Wavelets têm duração finita e são irregulares.

A figura 1 mostra alguns tipos de Wavelets



**Figura 4.3** – *Alguns tipos de Wavelets*

A transformada Wavelet se apresenta de duas formas, a saber:

Transformada de Wavelet contínua (CWT), definida por:

$$CWT(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (4.4)$$

Onde  $\psi(t)$  é a Wavelet mãe e  $\psi^*(t)$  é seu conjugado complexo.

Transformada de Wavelet discreta (DWT), definida por:

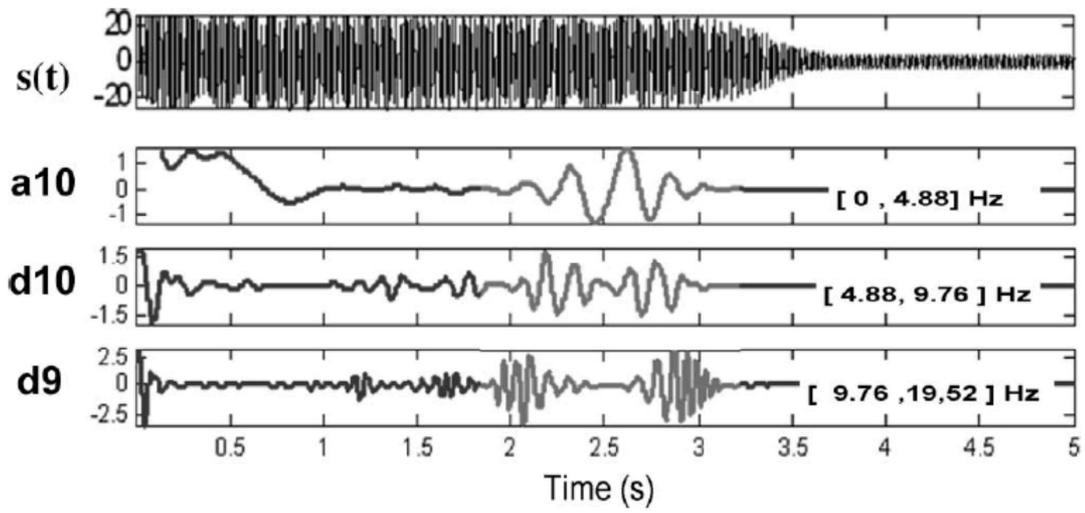
$$CWT(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) dt, j e k \in Z \quad (4.5)$$

Onde:

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_o^j}} \psi\left(\frac{t - kb_o a_o^j}{a_o^j}\right) \quad (4.6)$$

Sendo  $j$  e  $k$  são inteiros e  $a_o > 1$  é um parâmetro de dilatação e  $b_o$  um fator de translação.

A existência de problemas internos às máquinas rotativas cria harmônicos na corrente de armadura e a observação destes tem sido a principal ferramenta de diagnóstico. A extração da evolução destas componentes por meio de uma ferramenta de decomposição tempo-frequência como a DWT é a base da metodologia proposta. A Figura 4.4 retirada de Daviu [28], mostra o comportamento do sinal de corrente quando uma máquina de indução parte com barras quebradas no rotor. Nota-se que a energia do sinal juntamente com uma frequência inferior à da rede (50 Hz neste caso) tem um incremento justamente no intervalo de tempo em que as componentes de banda da fundamental se elevam.



**Figura 4.4** – Característica do padrão das Wavelets quando da partida de uma máquina com barras quebradas.

# 5 ANEXO A

## 5.1 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NOS RESULTADOS NUMÉRICOS

A obtenção das correntes é realizada com o uso da técnica de eliminação Gaussiana na equação (2.122).

Todas as tabelas apresentadas a seguir serão comparações entre os resultados obtidos pela Companhia Hidrelétrica do São Francisco resolvendo os sistemas de equações propostos no Capítulo 2 em um programa desenvolvido em Fortran (na época) com os cálculos realizados pela Siemens (fabricante do compensador síncrono em questão).

Uma das questões relevantes é a influência que alguns dos dados de entrada podem ter sobre os valores dos parâmetros a serem calculados pelo programa computacional. Alguns destes dados, inclusive, são de difícil obtenção na vida prática. Dentre estes se destacam três:

1. O comprimento de barra que ultrapassa a medida da altura do polo  $d_e$
2. O comprimento da parte inclinada das cabeças de bobina  $le_2$ .
3. A relação de resistividade entre as barras e a resistividade do cobre  $cbn$ .

### 5.1.1 O parâmetro $d_e$

Este parâmetro é a medida de encaixe em mm do anel com a barra, ou seja, é a medida com a qual barra está enterrada no encaixe. O valor de  $d_e$  pode variar de um mínimo de 4 mm

a um máximo de 26 mm (haja visto o fato de que os 22 mm internos ao anel ainda são condutores).

É evidente que a secção do anel dependerá da medida adotada para  $d_e$ , de maneira que quatro simulações foram realizadas.

**Tabela 5.1 - Variação da secção do anel com o comprimento  $d_e$ .**

$d_e$ em mm	$a_{end}$ em mm <sup>2</sup>
4	2.177,75
10	2.039,75
18	1.855,75
26	1.763,75

A Tabela 5.1 mostra a variação no valor da área da secção do anel de curto-circuito  $a_{end}$  em função da variação do comprimento de barra que ultrapassa a altura do polo.

**Tabela 5.2 - Intensidade das correntes e erro**

$d_e$	Erro (%)		Intensidade das correntes (A)		
	Médio	máximo	máxima	Mínima	Max/min
26	3,33	-9,86	5.525	3.913	1,412
18	4,97	-8,37	5.631	3.997	1,409
10	7,8	12,38	5.812	4.142	1,408
4	12,61	19,56	6.112	4.380	1.395

A Tabela 5.2 apresenta mostra que ao se variar a medida  $d_e$ , de 26mm até 4mm o nível das correntes e o erro médio sofrem aumento.

### 5.1.2 O parâmetro $cbn$

A escolha deste parâmetro deve ser um pouco mais criteriosa, pois esta depende do padrão de evolução das distribuições de corrente com a variação deste parâmetro.

**Tabela 5.3 - Evolução do erro médio com variação do cbn**

Cbn barra	Máximo (%)	Mínimo (%)	Médio (%)
1	3,296945	2,927114	3,097127
2	7,075542	6,205845	6,603823
De 3 a 7	14,220119	12,753572	13,430113

**Tabela 5.4 - Distribuições de corrente em relação ao cbn**

	Erro (%)		Intensidade das correntes (A)		
	Médio	máximo	máxima	Mínima	Max/min
cbn Máximo	3,21	-10,30	5.500	3.899	1,411
cbn Mínimo	3,33	-9,86	5.525	3.913	1,412
cbn Médio	3,27	-10,09	5.516	3.907	1,411

A apreciação das tabelas mostra que a relação entre as correntes máxima e mínima praticamente não muda. O que se pode observar é um deslocamento do “pattern” das correntes.

### 5.1.3 Parâmetro $le_2$

Destes parâmetros, o que mais afeta a distribuição de correntes é o valor de  $le_2$ . Este parâmetro está diretamente relacionado com a reatância de dispersão e por isso provoca mudanças mais significantes nos perfis de corrente. Os tipos de bobina utilizados, portanto, são muito relevantes nesse caso.

Existem três possibilidades para os comprimentos  $le_2$ , gerando assim três valores possíveis para as reatâncias de dispersão ( $x_l$ ), de eixo direto ( $x_d$ ) e de eixo de quadratura ( $x_q$ ).

**Tabela 5.5 - Variações das reatâncias de armadura com o parâmetro  $le_2$** 

	$x_d$		$x_q$		$x_l$	
	Valor (pu)	Erro (%)	Valor (pu)	Erro (%)	Valor (pu)	Erro (%)
Le2 Máximo	1,4389	2,78	0,8942	-2,8	0,0959	-4,1
Le2 Mínimo	1,4381	2,72	0,8934	-2,89	0,0951	-4,9
Le2 Médio	1,4385	2,75	0,8938	-2,85	0,0955	-4,5

**Tabela 5.6 - Variações das correntes nas barras do amortecedor armadura com o parâmetro  $le_2$**

	Erro (%)		Intensidade das correntes (A)		
	Médio	máximo	Máxima	Mínima	Max/min
Le2 Máximo	3,02	-10,36	5.492	3.892	1,411
Le2 Mínimo	3,28	-9,92	5.521	3.911	1,412
Le2 Médio	3,14	-10,14	5.507	3.901	1,412

As tabelas a seguir mostram os valores das resistências, reatâncias e as correntes calculadas para cada uma das variações dos parâmetros descritas neste anexo.

O primeiro caso é para as variações na medida  $d_e$ .

$$d_e = 26mm$$

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4613	0,1038	0,1222	0,1029
2	0,6652	0,3077	0,3597	0,3050
3	0,8587	0,5013	0,5787	0,4967
4	1,0372	0,6797	0,7705	0,6733
5	1,1980	0,8405	0,9312	0,8323
6	1,3407	0,9832	1,0602	0,9731
7	1,4659	1,1085	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7874	0,4299	0,4544	
2	0,9127	0,5552	0,5620	
3	1,0554	0,6979	0,6684	
4	1,2162	0,8587	0,7676	
5	1,3941	1,0366	0,8516	
6	1,5883	1,2308	0,9146	
7	1,7914	1,4339	0,9470	

Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nk d}$	$r_{nkq}$
1	0,151071	0,035113	0,000043	0,000450
2	0,151156	0,074025	0,000128	0,000535
3	0,151241	0,151648	0,000213	0,000621
4	0,151326	0,151734	0,000298	0,000706
5	0,151411	0,151819	0,000383	0,000791
6	0,073958	0,151904	0,000468	0,000876
7	0,035216	0,151989	0,000553	0,000961

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.525	-8,87
2	4.557	4.712	3,42
3	4.122	4.198	1,86
4	4.072	4.114	1,04
5	4.041	4.050	0,22
6	3.973	4.037	1,64
7	3.757	3.965	5,55
8	3.732	3.928	5,26
9	3.884	3.931	1,21
10	3.910	3.913	0,1
11	3.937	3.985	1,22
12	4.023	4.122	2,47
13	4.513	4.686	3,84
14	6.121	5.517	-9,86

Para  $d_e = 18mm$ .

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4611	0,1036	0,1222	0,1029
2	0,6645	0,3070	0,3597	0,3050
3	0,8575	0,5000	0,5787	0,4967
4	1,0355	0,6780	0,7705	0,6733
5	1,1958	0,8383	0,9312	0,8323
6	1,3380	0,9805	1,0602	0,9731
7	1,4628	1,1053	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7848	0,4273	0,4544	
2	0,9196	0,5521	0,5620	
3	1,0518	0,6943	0,6684	
4	1,2122	0,8547	0,7676	
5	1,3895	1,0320	0,8516	
6	1,5832	1,2257	0,9146	
7	1,7858	1,4283	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkd}$	$r_{nkq}$
1	0,150414	0,034941	0,000041	0,000428
2	0,150494	0,073680	0,000121	0,000509
3	0,150575	0,150963	0,000202	0,000590
4	0,150656	0,151044	0,000283	0,000671
5	0,150737	0,151125	0,000364	0,000752
6	0,073616	0,151205	0,000445	0,000832
7	0,035038	0,151286	0,000526	0,000913

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.631	-7,12
2	4.557	4.806	5,48
3	4.122	4.287	4,01
4	4.072	4.205	3,27
5	4.041	4.142	2,52
6	3.973	4.132	4,02
7	3.757	4.059	8,06
8	3.732	4.020	7,73
9	3.884	4.020	3,51
10	3.910	3.997	2,24
11	3.937	4.064	3,24
12	4.023	4.198	4,37
13	4.513	4.766	5,62

14	6.121	5.608	-8,37
----	-------	-------	-------

Para  $d_e = 10 \text{ mm}$ .

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4607	0,1032	0,1222	0,1029
2	0,6633	0,3058	0,3597	0,3050
3	0,8555	0,4980	0,5787	0,4967
4	1,0327	0,6752	0,7705	0,6733
5	1,1922	0,8348	0,9312	0,8323
6	1,3336	0,9761	1,0602	0,9731
7	1,4576	1,1001	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7806	0,4231	0,4544	
2	0,9046	0,5471	0,5620	
3	1,0460	0,6885	0,6684	
4	1,2056	0,8481	0,7676	
5	1,3822	1,0247	0,8516	
6	1,5751	1,2176	0,9146	
7	1,7769	1,4194	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkq}$	$r_{nkq}$
1	0,149755	0,034752	0,000037	0,000389
2	0,149829	0,073315	0,000110	0,000463
3	0,149902	0,150255	0,000184	0,000537
4	0,149976	0,150328	0,000258	0,000610
5	0,150049	0,150402	0,000331	0,000684
6	0,073257	0,150476	0,000405	0,000757
7	0,034841	0,150549	0,000478	0,000831

## Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.812	-4,13
2	4.557	4.968	9,02
3	4.122	4.439	7,71
4	4.072	4.361	7,11
5	4.041	4.302	6,48
6	3.973	4.296	8,14
7	3.757	4.222	12,38
8	3.732	4.179	11,99
9	3.884	4.173	7,47
10	3.910	4.142	5,93
11	3.937	4.200	6,70
12	4.023	4.329	7,61
13	4.513	4.904	8,67
14	6.121	5.764	-5,82

Observa-se neste caso que o maior erro na comparação entre os cálculos realizados pela CHESF em comparação com o mesmo cálculo realizado pela Siemens se deu nas barras mais centrais. Conforme se varia o parâmetro  $d_e$  mais evidente é esta variação. Chegando ao ponto de, na menor medida, estes erros serem maiores que 10% em quase todas as barras.

Para  $d_e = 4mm$ .

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0.00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nmd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4601	0,1026	0,1222	0,1029
2	0,6615	0,3040	0,3597	0,3050
3	0,8526	0,4951	0,5787	0,4967
4	1,0286	0,6711	0,7705	0,6733

5	1,1869	0,8294	0,9312	0,8323
6	1,3271	0,9696	1,0602	0,9731
7	1,4499	1,0924	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7744	0,4169	0,4544	
2	0,8971	0,5397	0,5620	
3	1,0374	0,6799	0,6684	
4	1,1958	0,8383	0,7676	
5	1,3712	1,0137	0,8516	
6	1,5629	1,2054	0,9146	
7	1,7635	1,4060	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkd}$	$r_{nkq}$
1	0,149262	0,034614	0,000035	0,000365
2	0,149330	0,073047	0,000103	0,000434
3	0,149399	0,149730	0,000172	0,000503
4	0,149468	0,149798	0,000241	0,000571
5	0,149537	0,149867	0,000310	0,000640
6	0,072993	0,149936	0,000379	0,000709
7	0,034698	0,150005	0,000448	0,000778

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	6.112	0,81
2	4.557	5.237	14,93
3	4.122	4.694	13,88
4	4.072	4.622	13,52
5	4.041	4.569	13,09
6	3.973	4.568	15
7	3.757	4.491	19,56
8	3.732	4.443	19,05
9	3.884	4.428	14,02
10	3.910	4.380	12,04
11	3.937	4.425	12,40
12	4.023	4.542	12,92
13	4.513	5.128	13,63
14	6.121	6.014	-1,74

As variações no  $d_e$  são bastante significativas devido ao fato de estar interferindo diretamente na dispersão de fluxo nas barras do enrolamento amortecedor. Por esta questão os erros tendem a aumentar à medida que se varia a profundidade do encaixe.

As tabelas a seguir mostram os resultados para variações no cbn. As primeiras são para cbn máximo, o segundo grupo para cbn mínimo e o último para um cbn médio.

Cbn máximo

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4613	0,1038	0,1222	0,1029
2	0,6652	0,3077	0,3597	0,3050
3	0,8587	0,5013	0,5787	0,4967
4	1,0372	0,6797	0,7705	0,6733
5	1,1980	0,8405	0,9312	0,8323
6	1,3407	0,9832	1,0602	0,9731
7	1,4659	1,1085	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7874	0,4299	0,4544	
2	0,9127	0,5552	0,5620	
3	1,0554	0,6979	0,6684	
4	1,2162	0,8587	0,7676	
5	1,3941	1,0366	0,8516	
6	1,5883	1,2308	0,9146	
7	1,7914	1,4339	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkq}$	$r_{nkq}$
1	0,168437	0,039493	0,000043	0,000450
2	0,168522	0,084324	0,000128	0,000535
3	0,168608	0,169015	0,000213	0,000621
4	0,168693	0,169100	0,000298	0,000706
5	0,168778	0,169185	0,000383	0,000791
6	0,084257	0,169271	0,000468	0,000876
7	0,039596	0,169356	0,000553	0,000961

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.500	-9,28
2	4.557	4.715	3,49
3	4.122	4.176	1,33
4	4.072	4.106	0,86
5	4.041	4.047	0,16
6	3.973	4.033	1,53
7	3.757	3.958	5,37
8	3.732	3.917	4,98
9	3.884	3.917	0,86
10	3.910	3.899	-0,26
11	3.937	3.968	0,79
12	4.023	4.096	1,83
13	4.513	4.688	3,90
14	6.121	5.490	-10,30

Para o Cbn mínimo.

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nmd}$	$x_{nqk}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4613	0,1038	0,1222	0,1029
2	0,6652	0,3077	0,3597	0,3050
3	0,8587	0,5013	0,5787	0,4967
4	1,0372	0,6797	0,7705	0,6733
5	1,1980	0,8405	0,9312	0,8323
6	1,3407	0,9832	1,0602	0,9731
7	1,4659	1,1085	1,1597	1,0966

Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7874	0,4299	0,4544	
2	0,9127	0,5552	0,5620	
3	1,0554	0,6979	0,6684	
4	1,2162	0,8587	0,7676	
5	1,3941	1,0366	0,8516	
6	1,5883	1,2308	0,9146	
7	1,7914	1,4339	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkd}$	$r_{nkq}$
1	0,151071	0,035113	0,000043	0,000450
2	0,151156	0,074025	0,000128	0,000535
3	0,151241	0,151648	0,000213	0,000621
4	0,151326	0,151734	0,000298	0,000706
5	0,151411	0,151819	0,000383	0,000791
6	0,073958	0,151904	0,000468	0,000876
7	0,035216	0,151989	0,000553	0,000961

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.525	-8,87
2	4.557	4.712	3,42
3	4.122	4.198	1,86
4	4.072	4.114	1,04
5	4.041	4.050	0,22
6	3.973	4.037	1,64
7	3.757	3.965	5,55
8	3.732	3.928	5,26
9	3.884	3.931	1,21
10	3.910	3.913	0,1
11	3.937	3.985	1,22
12	4.023	4.122	2,47
13	4.513	4.686	3,84
14	6.121	5.517	-9,86

Idêntica à primeira distribuição de correntes.

Cbn Médio

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09495	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4613	0,1038	0,1222	0,1029
2	0,6652	0,3077	0,3597	0,3050
3	0,8587	0,5013	0,5787	0,4967
4	1,0372	0,6797	0,7705	0,6733
5	1,1980	0,8405	0,9312	0,8323
6	1,3407	0,9832	1,0602	0,9731
7	1,4659	1,1085	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7874	0,4299	0,4544	
2	0,9127	0,5552	0,5620	
3	1,0554	0,6979	0,6684	
4	1,2162	0,8587	0,7676	
5	1,3941	1,0366	0,8516	
6	1,5883	1,2308	0,9146	
7	1,7914	1,4339	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkq}$	$r_{nkd}$
1	0,159082	0,037127	0,000043	0,000450
2	0,159167	0,078738	0,000128	0,000535
3	0,159252	0,159660	0,000213	0,000621
4	0,159337	0,159754	0,000298	0,000706
5	0,159423	0,159830	0,000383	0,000791
6	0,078671	0,159915	0,000468	0,000876
7	0,037229	0,160000	0,000553	0,000961

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.512	-9,09
2	4.557	4.714	3,45
3	4.122	4.188	1,62
4	4.072	4.111	0,96
5	4.041	4.048	0,19
6	3.973	4.036	1,59
7	3.757	3.962	5,47
8	3.732	3.923	5,13
9	3.884	3.924	1,05
10	3.910	3.907	-0,06
11	3.937	3.977	1,03
12	4.023	4.110	2,19
13	4.513	4.687	3,87
14	6.121	5.503	-10,09

#### 5.1.4 Mudanças no $le_2$

Como já dito anteriormente, este parâmetro afeta diretamente a reatância de dispersão e com isso promove mudanças significativas nos patterns de corrente. Três valores foram usados para esta medida.

LMax = 551,315 mm

LMin = 518,145 mm

LMed = 534,730 mm

LMax

Parâmetros do campo		
$x_{ffd}$	$x_{afd}$	$r_{ffd}$
1,56991	1,34305	0,00634

Parâmetros da armadura			
$x_d$	$x_q$	$x_l$	$r_a$
1,43800	0,89329	0,09589	0,00202

Parâmetros do amortecedor				
Reatâncias do Eixo direto				
Número do circuito	$x_{nnd}$	$x_{nkq}$	$x_{nad}$	$x_{nfd}$
1	0,4613	0,1038	0,1222	0,1029
2	0,6652	0,3077	0,3597	0,3050
3	0,8587	0,5013	0,5787	0,4967
4	1,0372	0,6797	0,7705	0,6733
5	1,1980	0,8405	0,9312	0,8323
6	1,3407	0,9832	1,0602	0,9731
7	1,4659	1,1085	1,1597	1,0966
Reatâncias do Eixo em Quadratura				
Número do circuito	$x_{nnq}$	$x_{nkq}$	$x_{naq}$	
1	0,7874	0,4299	0,4544	
2	0,9127	0,5552	0,5620	
3	1,0554	0,6979	0,6684	
4	1,2162	0,8587	0,7676	
5	1,3941	1,0366	0,8516	
6	1,5883	1,2308	0,9146	
7	1,7914	1,4339	0,9470	
Resistências				
Número do circuito	$r_{nnd}$	$r_{nnq}$	$r_{nkq}$	$r_{nkd}$
1	0,151071	0,035113	0,000043	0,000450
2	0,151156	0,074025	0,000128	0,000535
3	0,151241	0,151648	0,000213	0,000621
4	0,151326	0,151734	0,000298	0,000706
5	0,151411	0,151819	0,000383	0,000791
6	0,073958	0,151904	0,000468	0,000876
7	0,035216	0,151989	0,000553	0,000961

Distribuição das correntes comparativa com o cálculo da Siemens

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.492	-9,40
2	4.557	4.685	2,82
3	4.122	4.174	1,27
4	4.072	4.090	0,46
5	4.041	4.026	-0,35
6	3.973	4.014	1,05
7	3.757	3.943	4,96
8	3.732	3.906	4,67
9	3.884	3.909	0,65
10	3.910	3.892	-0,45
11	3.937	3.963	0,67
12	4.023	4.099	1,91

13	4.513	4.660	3,27
14	6.121	5.486	-10,36

Para LMed  $x_l = 0,09547$  as reatâncias e resistências serão de mesmo valor que o caso anterior, porém a distribuição de correntes será:

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.507	-9,17
2	4.557	4.697	3,08
3	4.122	4.185	1,53
4	4.072	4.101	0,72
5	4.041	4.037	-0,1
6	3.973	4.025	1,31
7	3.757	3.953	5,22
8	3.732	3.915	4,93
9	3.884	3.918	0,9
10	3.910	3.901	-0,21
11	3.937	3.972	0,91
12	4.023	4.109	2,16
13	4.513	4.671	3,52
14	6.121	5.500	-10,14

Pra LMin  $x_l = 0,09505$ .

Distribuições de corrente:

Número da barra	Corrente (A)		Erro (%)
	Siemens	CHESF	
1	6.063	5.521	-8,93
2	4.557	4.709	3,35
3	4.122	4.196	1,80
4	4.072	4.111	0,98
5	4.041	4.047	0,16
6	3.973	4.035	1,57
7	3.757	3.953	5,49
8	3.732	3.925	5,19
9	3.884	3.928	1,15
10	3.910	3.911	0,04
11	3.937	3.982	1,16
12	4.023	4.120	2,41
13	4.513	4.683	3,78
14	6.121	5.514	-9,92

## Referências Bibliográficas

- [1] Park, R. H.; TWO-REACTION THEORY OF SYNCHRONOUS MACHINES-GENERALIZED METHOD OF ANALYSIS-PART I, AIEE TRANSACTIONS, vol. 48, July 1929, pp 716-27
- [2] Park, R. H.; TWO-REACTION THEORY OF SYNCHRONOUS MACHINES-II, AIEE Transactions, vol. 52, June 1933, pp 352-5.
- [3] Crary, S. B.; TWO-REACTION THEORY OF SYNCHRONOUS MACHINES , AIEE Transactions, January 1937 pp 27 – 36
- [4] Rankin, A. W.; PER-UNIT IMPEDANCES OF SYNCHRONOUS MACHINES, AIEE Transactions, vol. 64, Aug. 1945, pp. 569-73.
- [5] Rankin, A.W; THE EQUATIONS OF IDEALIZED SYNCHRONOUS MACHINE, General Electric Review. Vol Pp 31 – 36. June 1944.
- [6] Waring, M.L.; Crary, S.B.; THE OPERATIONAL IMPEDANCES OF A SYNCHRONOUS MACHINE, General Electric Review vol 35 No 11 pp 578 – 582. November 1932.
- [7] Linville, T. M.; STARTING PERFORMANCE OF SALIENT-POLE SYNCHRONOUS MOTORS, AIEE Transactions, vol. 49, 1930, pp. 531-47.
- [8] Rankin, A.W. THE DIRECT AND QUADRATURE AXIS EQUIVALENT CIRCUITS OF THE SYNCHRONOUS MACHINE, AIEE Transactions, vol. 64, 1945 december. pp 861 – 868.
- [9] Liwschitz, M.M.; STARTING PERFORMANCE OF SALIENT-POLE SYNCHRONOUS MOTORS, AIEE Transactions volume 59, 1940, pp 913 – 919.
- [10] Jovanovski, S. B.; CALCULATION AND TESTING OF DAMPER-WINDING CURRENT DISTRIBUTION IN A SYNCHRONOUS MACHINE WITH SALIENT POLES, IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, Vol. Pas-88, No. 11, November 1969, pp 1611 – 1619.
- [11] Wieseman, Robert W.;GRAPHICAL DETERMINATION OF MAGNETIC FIELDS PRACTICAL APPLICATIONS TO SALIENT-POLE SYNCHRONOUS MACHINE DESIGN; AIEE, Transactions; Jan. 1927 ; Volume: XLVI; pp 141 - 154 .
- [12] Sá, Carlos Miguel de Araújo; MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO PARA MODELIZAÇÃO DE INTALAÇÕES INDUSTRIAIS ; Universidade do Porto 1988. Tese Doutorado.

- [13] Liwischitz, M.; SKIN-EFFECT BARS OF SQUIRREL-CAGE ROTORS; – Transactions AIEE – April 1947; Page(s) 1315 – 1323.
- [14] Araújo, Alexandre P.; ESTUDO DE TÉCNICAS DE DETECÇÃO E DIAGNÓSTICO DE FALHAS EM GERADORES SÍNCRONOS; Dissertação de mestrado Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre 2011.
- [15] Baccarini, Lane Maria R.; DETECÇÃO E DIAGNÓSTICO DE FALHAS EM MOTORES DE INDUÇÃO ; Tese de Doutorado; Universidade Federal de Minas Gerais; Belo Horizonte; 2005.
- [16] Mertens Jr, A.; UMA ABORDAGEM SOBRE DETECÇÃO DE BARRAS QUEBRADAS EM MOTORES DE INDUÇÃO. XIII ERIAC Maio 2009.
- [17] Karmaker, H. C.; BROKEN DAMPER BAR DETECTION STUDIES USING FLUX PROBE MEASUREMENTS AND TIME-STEPPING FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR SALIENT POLE SYNCHRONOUS MACHINES; IEEE Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, Atlanta, GA USA August 2003.
- [18] Toliyat, Hamid A. ; SIMULATION AND DETECTION OF DYNAMIC AIR-GAP ECCENTRICITY IN SALIENT-POLE SYNCHRONOUS MACHINES; IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 35, N° 1, January/February 1999.
- [19] Elkasgby, N. M. ; THE DETECTION OF BROKEN BARS IN THE CAGE ROTOR OF AN INDUCTION MACHINE; IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1988, vol.1 pp 181 - 187.
- [20] Prabhakar Neti; STATOR INTER-TURN FAULT DETECTION OF SYNCHRONOUS MACHINES USING FIELD CURRENT SIGNATURE ANALYSIS; Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference. 41st IAS Annual Meeting. Page(s): 2360 – 2367.
- [21] Ong, Chee-Mun; DYNAMIC SIMULATIONS OF ELECTRIC MACHINERY: USING MATLAB/SIMULINK; ISBN: 0137237855, 9780137237852; Prentice Hall PTR, 1998. Livro
- [22] Kral, Christian; DETECTION OF MECHANICAL IMBALANCES OF INDUCTION MACHINES WITHOUT SPECTRAL ANALYSIS OF TIME-DOMAIN SIGNALS; IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40 No 4, July/August 2004.
- [23] AN INTRODUCTION TO WAVELETS; Graps A. L. IEEE computational Sciences and Engineering; vol. 2; pp 50-61; 1995.
- [24] Brito, Jorge Nei ; APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE WAVELET PACKET PARA DETECÇÃO DE CURTO-CIRCUITOS EM MOTORES ELÉTRICOS; XI Congresso nacional de Engenharia Mecânica, Metalúrgica e Industrial; Agosto 2011.

- [25] Costa, F.B. ; COMPARISON BETWEEN TWO VERSIONS OF THE DISCRETE WAVELET TRANSFORM FOR REAL-TIME TRANSIENT DETECTION ON SYNCHRONOUS MACHINE TERMINALS; 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications (INDUSCON), 2012; pp 1 – 5.
- [26] Kia, Shanin Hedayati; WAVELET BASED INSTANTANEOUS POWER ANALYSIS FOR INDUCTION MACHINE FAULT DIAGNOSIS; IEEE 32nd Annual Conference on Industrial Electronics; IECON 2006 Page(s): 1229-1234.
- [27] Mehrjou, M.R.; EVALUATION OF FOURIER AND WAVELET ANALYSIS FOR EFFICIENT RECOGNITION OF BROKEN ROTOR BAR IN SQUIRREL-CAGE INDUCTION MACHINE; IEEE International Conference on Power and Energy (PECon), 2010; Page(s): 740 – 743.
- [28] Daviu, J.A. Antonino; VALIDATION OF A NEW METHOD FOR THE DIAGNOSIS OF ROTOR BAR FAILURES VIA WAVELET TRANSFORM IN INDUSTRIAL INDUCTION MACHINES; IEEE Transactions on Industry Applications Volume: 42 , Issue: 4; 2006 , Page(s): 990 – 996.
- [29] Qianjin Guo; FAULT MONITORING AND DIAGNOSIS OF INDUCTION MACHINES BASED ON HARMONIC WAVELET TRANSFORM AND WAVELET NEURAL NETWORK; Fourth International Conference on Natural Computation 2008, ICNC '08; vol. 4; pp 140 – 146.
- [30] Alger P. L. THE CALCULATION OF THE ARMATURE REACTANCE OF SYNCHRONOUS MACHINES; AIEE, Winter convention of; New York; Feb 1928.