



GERAÇÃO E DETECÇÃO DE LUZ SUBPOISSONIANA

José Paulo Gonçalves de Oliveira

Recife, 20 de outubro de 2003.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GERAÇÃO E DETECÇÃO DE LUZ SUBPOISSONIANA

Por

José Paulo Gonçalves de Oliveira.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPE como um dos requisitos à obtenção do título de Mestre

Orientador: Prof. Frederico Dias Nunes, Doutor.

Recife, 20 de outubro de 2003.



Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE
DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

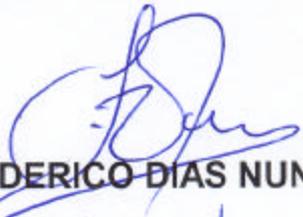
JOSÉ PAULO GONÇALVES DE OLIVEIRA

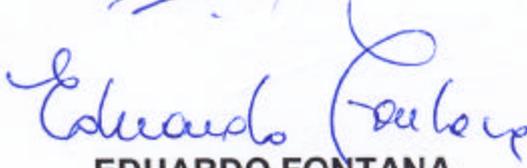
TÍTULO

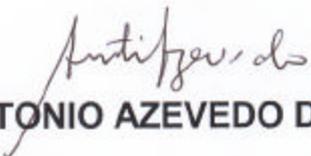
“GERAÇÃO E DETEÇÃO DE LUZ SUBPOISSONINANA”

A comissão examinadora composta pelos professores: FREDERICO DIAS NUNES, DES/CTG/UFPE, EDUARDO FONTANA, DES/CTG/UFPE e ANTONIO AZEVEDO DA COSTA, DF/CCEN/UFPE, sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **JOSÉ PAULO GONÇALVES DE OLIVEIRA APROVADO.**

Recife, 20 de outubro de 2003.


FREDERICO DIAS NUNES


EDUARDO FONTANA


ANTONIO AZEVEDO DA COSTA

*Dedico este trabalho a todos aqueles que acreditaram na
minha vontade e capacidade para concluí-lo de forma
honrada e àqueles que acreditam que o futuro de um povo
está nas mãos da educação.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me dado força e esperança para concluir mais esta etapa da minha vida.

Ao orientador, Prof. Frederico Dias Nunes, pelos ensinamentos transmitidos e por sua dedicação e presteza desde a época em que era apenas aluno de graduação no Grupo de Fotônica.

À CAPES pelo importante incentivo e suporte financeiro durante o curso. Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e ao Grupo de Fotônica pelo suporte de equipamentos e componentes necessários para o desenvolvimento dos trabalhos experimentais e pelo apoio na estada em São Carlos para a realização das atividades experimentais.

Ao Professores do Grupo de Fotônica, particularmente, Eduardo Fontana, Antônio Jerônimo Belfort e Joaquim Martins.

Aos Professores Carlos Zílio, Cléber R. Mendonça e Lino Misoguti do Instituto de Física da USP - São Carlos pela disponibilidade e atenção por mim recebidas. A Daniel Varela, do mesmo instituto, pela grande ajuda na montagem dos equipamentos eletrônicos.

À minha família (José Ferreira de Oliveira (in memorian) Inês Alcinda Gonçalves de Andrade, Inês Polyana Gonçalves de Oliveira e Cláudio Leandro Gonçalves de Oliveira), à minha namorada e companheira Danielle Morais de Andrade, à equipe de alunos do grupo de fotônica: Carlos Henrique Duarte, Carmelo Bastos Filho, Emery Cleiton Lins, Eric de A. J. Arantes, Hélder Pereira, Isnaldo J. S. Coêlho, Luciana Salles e Sérgio Campello Oliveira.

Índice

Figuras	viii
Tabelas	xii
Abstract	xiii
Resumo	xiv
Capítulo 1 - Introdução	15
1.1. Objetivos do Trabalho	16
1.2. Desenvolvimento da Pesquisa.....	16
1.3. Resumo dos Capítulos	17
Capítulo 2 – Fundamentos Teóricos	18
2.1. Processos Estocásticos.....	18
2.1.1. Definição	19
2.1.2. Média sobre o <i>ensemble</i>	20
2.1.2. Especificação de um Processo Estocástico	21
2.1.3. Momentos de um Processo Estocástico	21
2.1.4. Processos Estocásticos Estacionários	23
2.1.5. Propriedades Espectrais de um Processo Estacionário	25
2.1.6. Processo de Poisson e Ruído Balístico	26
2.2. Fundamentos de Mecânica Quântica.....	30
2.2.1. Postulados da Mecânica Quântica	30
2.2.2. Espaço de Hilbert.....	32
2.2.3. Operadores Lineares	34
2.2.4. Probabilidade de Transição	35
2.3. Interferometria e Tempos de Coerência	37
2.3.1. Análise Quântica do Interferômetro de Michelson.....	40
2.3.2. Interferometria de Fourier	42
Capítulo 3 – Dispositivos Optoeletrônicos.....	46
3.1. Junção p-n.....	46
3.2. Geração, Recombinação e Injeção de Portadores	47
3.3. Eficiência Quântica Interna	51
3.4. Interação entre Fótons e Elétrons/Buracos	52
3.4.1. Transições Interbanda	52
3.4.2. Taxas de Absorção e de Emissão	54

3.5.	Leds	56
3.5.1.	Taxa de Emissão	56
3.6.	Fotodetectores	61
3.6.1.	Absorção Óptica em Semicondutores.....	61
3.6.2.	Fotocorrente em Fotodiodos PIN	62
3.6.3.	Responsividade e Eficiência Quântica.....	64
3.6.4.	Resposta em Frequência	64
3.6.5.	Ruído em Fotodetectores PIN	65
Capítulo 4 – Detecção da Luz		67
4.1.	Teoria Semiclássica da Detecção Óptica.....	67
4.1.1.	Probabilidade Diferencial de Fotodetecção	68
4.1.2.	Probabilidade Integral de Fotodetecção.....	72
4.1.3.	Dois Casos Limite	74
4.1.4.	Geração de Fotocorrente.....	76
4.2.	Teoria Quântica da Detecção Óptica.....	78
4.2.2.	Estatística do Número de Fótons	81
4.2.3.	Modelo de Semi-espelho para Detecção.....	84
4.2.4.	Fator de Fano.....	89
4.3.	Contagem de Fótons	90
4.3.1.	O Contador de Fótons e o Limite Quântico	90
Capítulo 5 – Geração de Luz Subpoissoniana.....		95
5.1.	Revisão Bibliográfica	95
5.2.	Geração de Luz Subpoissoniana em Leds	99
5.2.1.	Ruído da Corrente.....	100
5.2.2.	Ruído da Luz Gerada	104
5.3.	Modelo da Eficiência Diferencial	108
5.4.	Modelo de Realimentação por Resistência Externa	109
5.4.1.	Ruído da Corrente de Alimentação	111
5.4.2.	Ruído da Luz Gerada	114
5.4.3.	Geração de Fotocorrente	116
Capítulo 6 – Montagem Experimental.....		118
6.1.	Redução de Interferência nos Circuitos.....	119
6.2.	Amplificador de Trans-impedância.....	121
6.2.1.	Amp01.....	121

6.2.2.	Simulações e Ensaios do Amplificador	123
6.2.3.	Montagem do Amplificador.....	128
6.3.	Alimentação do LED.....	131
6.4.	Componentes.....	133
6.4.1.	Lâmpada Halógena	135
6.4.2.	LED.....	136
6.4.3.	Fotodetectores	137
6.5.	Montagem Experimental da Detecção.....	139
6.6.	Interferômetro	143
Capítulo 7 – Resultados Experimentais		146
7.1	Tempos de Coerência	146
7.2.	O Experimento de Detecção	152
7.3.	Calibração	154
7.4.	Luz Subpoissoniana.....	159
7.4.1.	Geração com Led simples	159
	Ajustes do Osciloscópio	161
7.4.2.	Leds Acoplados em Série.....	162
7.4.3.	Leds Acoplados em Paralelo	163
7.4.4.	Análise dos Resultados	164
Capítulo 8 – Conclusões e Perspectivas.....		172
8.1.	Dificuldades	172
8.2.	Trabalhos Futuros.....	173

Figuras

Figura 2.1 – Ilustração das flutuações que estão presentes na radiação óptica.	18
Figura 2. 2 – Representação de um processo estocástico real $x(t)$ por um conjunto de realizações.....	19
Figura 2. 3 – Pontos de Poisson.....	27
Figura 2.4 – Impulsos de Poisson.	29
Figura 2. 5 – Representação do ruído balístico como a saída de um sistema linear.....	29
Figura 2. 6 – Interferômetro de Michelson.....	38
Figura 2.7 - Interferômetro e os operadores representando a radiação.....	42
Figura 2. 8 – Interferograma de uma fonte com ampla faixa espectral.	43
Figura 2. 9 – Espectro de frequências da luz cujo interferograma está mostrado na figura 2.7.....	44
Figura 3.1- Junção p-n em equilíbrio térmico: A camada de depleção; o diagrama de energias e a concentração de portadores. E_f é a energia de Fermi.	47
Figura 3.2 - Diagrama de energia e concentração de portadores para junção polarizada diretamente.....	48
Figura 3.3 – Geração e recombinação de pares elétron-buraco.....	49
Figura 3.4 – Transições verticais.	53
Figura 3.5 – gráfico Intensidade Óptica x Corrente de um led.	59
Figura 3.6 – Resposta em frequência do led.	60
Figura 3.7 – Absorção de um fóton.(a) Absorção direta, (b) Absorção com fônon.	61
Figura 3.8 – Esquema do fotodetector tipo PIN. Fluxo de portadores.	63
Figura 3.9 – Responsividade de fotodetector de silício e fotodetector ideal.....	65
Figura 4.1 – Representação do modelo semiclássico.....	67
Figura 4.2 – Pulso de corrente. T_R é o tempo de resposta do fotodetector.	77
Figura 4. 3 – Esquema de detecção modelando as perdas por semi-espelhos.....	85
Figura 4.4 – Representação do receptor de um sistema de comunicação óptica. O parâmetro “a” modula a intensidade da radiação emitida. Se um bit ZERO for emitido então “a” é nulo e se um bit UM for emitido “a” é não nulo.....	91
Figura 4.5 – Probabilidade de erro para vários valores de taxa de transmissão $1/T$	92

Figura 4.6 – Fotocorrente gerada e distribuição probabilística de sua intensidade. I_1 é a intensidade média do bit UM, I_0 a intensidade média do bit ZERO e I_D é o valor do limiar de decisão a partir do qual se decide se o bit detectado é ZERO ou UM.	93
Figura 5.1- Estados comprimidos e as incertezas em X e em Y	96
Figura 5.2 – Esquema da montagem proposta por Jakeman em sua discussão sobre geração de luz subpoissoniana.[6]	97
Figura 5.3 – Resultado obtido por Yamamoto mostrando redução abaixo do limite quântico (SQL) com Laser de semiconductor.	97
Figura 5.4 – Distribuição do número de fótons obtida por Wang. A curva (a) é uma distribuição Subpoissoniana, a curva (b) é uma distribuição Poissoniana e a curva (c) uma distribuição Superpoissoniana.	98
Figura 5.5 – Potência espectral do ruído em laser semiconductor obtida por Richardson. (a) Ruído do led, (b) Ruído do laser (c) Ruído de escuro.	99
Figura 5.6 – Circuito de ruído equivalente de um led.	100
Figura 5.7 – Diagrama de blocos do mecanismo interno de realimentação negativa.	104
Figura 5.8 – Diagrama de blocos representando a supressão de ruído balístico fotônico em um led por meio de realimentação negativa. O número de portadores flutua em resposta a flutuações aleatórias na taxa de recombinação espontânea.	105
Figura 5.9 – Gráfico da função transferência não linear do led.	108
Figura 5.10 – Circuito de alimentação do led com a fonte de alta impedância R.	110
Figura 5.11 – Curva I_xV de um led. A resistência do diodo é igual à relação entre a tensão e a corrente de operação do led.	110
Figura 5.12 – Circuito equivalente de alimentação do led.	111
Figura 5.13 – Modelo simplificado para supressão de ruído no led alimentado por uma fonte de alta impedância.	112
Figura 6. 1 – Diagrama em blocos da montagem.	118
Figura 6.2 – O circuito eletrônico fica imune à interferência do campo eletromagnético externo	119
Figura 6.3 – A filtragem da alimentação evita que as flutuações da fonte sejam transmitidas ao sinal.	120
Figura 6.4 – Foto da montagem experimental.	120
Figura 6.5 – Característica de ruído do AMP01.	122

Figura 6.6 – Configuração básica do Amp01.....	122
Figura 6.7 – Amplificador com Amp01 usado na simulação.....	123
Figura 6.8 – Forma de onda na entrada do amplificador.	124
Figura 6.9– Forma de onda na saída do amplificador.....	124
Figura 6.10 – Ensaio de temperatura do amplificador.....	125
Figura 6.11 – Resultado do ensaio em temperatura do amplificador. Note que o ganho não variou com a temperatura.	125
Figura 6.12 – Montagem para ensaio de resposta em frequência do amplificador	126
Figura 6.13 – Resposta em frequência do amplificador.....	126
Figura 6.14 – Esquema da montagem usada para realizar o ensaio de escuro.....	127
Figura 6.15 – Resultado ensaio de escuro. A potência do ruído do amplificador foi da ordem de -100 dBm.....	127
Figura 6.16 – Diagrama elétrico do amplificador.....	128
Figura 6.17 – Layout do amplificador.	129
Figura 6.18 – Painel frontal do amplificador.....	130
Figura 6.19 – Detalhe do fotodetector na parte traseira do amplificador.....	130
Figura 6.20 – Amplificador: Montagem em PCI.....	131
Figura 6.21 – Diagrama elétrico da alimentação simples.	132
Figura 6.22 – Diagrama elétrico da alimentação paralela.....	132
Figura 6.23 – Diagrama elétrico da alimentação série.....	132
Figura 6.24 – Layout da alimentação simples.	133
Figura 6.25 – Layout da alimentação paralela.....	133
Figura 6.26 – Layout da alimentação simples.	134
Figura 6.27 – Montagem dos leds: (a) e (b) Detalhe do led; (c) e (d) Montagem em PCI. 134	
Figura 6.28 – Espectro medido da lâmpada halógena.	135
Figura 6.29 – Espectro de emissão e Diretividade do Led L2656.....	136
Figura 6.30 – Espectro medido do led L2656 da Hamamatsu.	138
Figura 6.31 – Responsividade dos detectores (a)S5107 e (b)10 DP. Curvas retiradas das respectivas folhas de dados.....	138
Figura 6.32 – Esquema para medir distribuição da luz do Led.	140
Figura 6.33 – Esquema para cálculo do ângulo de abertura do led.	140
Figura 6.34 – As curvas “a” e “b” mostram 2 distribuições de luz com o led colocado a uma distância de CCD de 2 mm e 4 mm, respectivamente. Isso nos dá $\Delta d = 2$ mm	141
Figura 6.35 – Posição do led em relação ao fotodiodo PDB.....	141

Figura 6.36 – Ruído captado na saída do amplificador colocado fora da caixa “blindada”.	142
.....	142
Figura 6.37 – Detalhes da montagem dentro da caixa blindada.	142
Figura 6.38 – Detalhes da montagem do experimento de detecção. (a) Caixa revestida com alumínio dentro da qual se montou o experimento de detecção. (b) Detalhe da fonte poissoniana (lâmpada halógena + fotodetector PDA). (c) Disposição do led e do fotodetector PDB (integrado ao amplificador). Estes circuitos estão apoiados sobre uma espuma para evitar que haja vibração. (d) Outro ângulo da figura (d).....	143
Figura 6.39 – Esquema do interferômetro de Michelson montado para análise de tempo e comprimento de coerência de fontes com ampla largura espectral.....	144
Figura 6.40 – Interferômetro de Michelson montado no laboratório de fotônica.	145
Figura 7.1 – Interferograma gerado pela lâmpada halógena.	147
Figura 7.2 – Interferograma gerado pelo led L2656.....	148
Figura 7.3 – Interferograma gerado pelo led L2656 após substituição do semi-espelho e do compensador óptico.....	149
Figura 7.4 – Interferograma gerado por um laser semiconductor.	150
Figura 7.5 – Espectro do led L2656 encontrado a partir do interferograma da figura 7.3.	151
Figura 7.6 – Espectro da lâmpada halógena encontrado a partir do interferograma da figura 7.1.....	152
Figura 7.7 – Amplificação e separação do sinal em componentes AC (ruído) e DC (fotocorrente média).....	152
Figura 7.8 – Esquema do experimento.....	154
Figura 7.9 – Esquema para verificar a linearidade da variância da fotocorrente em função da fotocorrente média.	155
Figura 7.10 – Potência do ruído em função da fotocorrente.	156
Figura 7.11 – Esquema usado para a independência da potência de ruído da fotocorrente em função da eficiência η	157
Figura 7.12 – Calibração do experimento: potência espectral da luz Poissoniana em função da eficiência.	157
Figura 7.13 – Calibração do experimento: fator de Fano versus eficiência.	158
Figura 7.14 – Potência espectral de ruído para as fontes Poissoniana e subpoissoniana e do circuito eletrônico.....	159

Figura 7.15 – Potência espectral de ruído para as fontes Poissoniana e Subpoissoniana e do circuito eletrônico.....	160
Figura 7.16 – Histograma da detecção da luz poissoniana.	161
Figura 7.17 – Histograma da detecção da luz subpoissoniana.	162
Figura 7.18 – Fator de Fano em função do número de leds conectados em série.	163
Figura 7.19 – Fator de Fano em função do número de leds conectados em paralelo.	164
Figura 7.20 – Curva I x V típica de um led.	165
Figura 7.21 – Indicação das correntes que percorrem o circuito da ligação em paralelo dos leds.	166
Figura 7.22 – Curva IxV Experimental do led.	167
Figura 7.23 – Curva IxV do led gerada a partir da expressão (7.4-9).....	168
Figura 7.24 – Fator de Fano para configuração série. O resultado teórico foi calculado usando os dados da tabela 7.5.....	169
Figura 7.25 – Fator de Fano para configuração paralela. O resultado teórico foi calculado usando os dados da tabela 7.6.....	170

Tabelas

Tabela 3.1 – Valores típicos de tempos de recombinação e eficiência quântica interna para o silício e o arseneto de gálio [1].	52
Tabela 5.1 – Resultados teóricos e experimentais obtidos por Hirano que comprovam a limitação do modelo proposto por Edwards.	109
Tabela 6.1 – Valores máximos dos parâmetros do LED L2656.....	136
Tabela 6.2 – Valores característicos de parâmetros ópticos e elétricos do LED L2656...	137
Tabela 6.3 – Valores característicos de parâmetros ópticos e elétricos do LED L2656...	139
Tabela 7.1 – Dados dos experimentos.	160
Tabela 7.2 – Ajustes do osciloscópio no momento da aquisição dos dados.	161
Tabela 7.3 – Dados do experimento com leds acoplados em série.....	169
Tabela 7.4 – Dados do experimento com leds acoplados em paralelo.	171

Abstract

The statistical properties of the light have interested scientists since the beginning of the last century. The scientific world was amazed with the fact that the light could be described as a particle instead of wave. The research of this statistical characteristics would help to answer the question about the nature of the electromagnetic radiation. In a paper issued in 1909, Albert Einstein described the black body radiation fluctuations as a function of two components: classical particles and classical waves. After the quantum theory it was possible to analyse the different types of light. This allowed describing some physical phenomena that could not be classically treated. Our studies aim to analyse one of these phenomena: optical radiation which has intensity fluctuations below that presented by a Poissonian source. This characteristic is only addressed when one uses the quantum theory to describe the light detection process. Such radiation has application ranging from spectroscopy to optical communications.

The developed activities had as objectives to analyse the statistical properties of the light, to mount a structure capable to generate and detect light presenting statistical variance less than its average (subpoissonian light), as well as to analyse the correlation between two interferometric light beams.

Besides the experimental activities we collected an important set of bibliographic material related to quantum theory and light detection which can be very helpful for further studies.

Resumo

As propriedades estatísticas da luz despertam o interesse do mundo científico desde o início do século passado quando os cientistas da época estavam surpresos com o fato de que a luz podia ser interpretada como partícula em vez de onda. A investigação das propriedades estatísticas da luz ajudaria a esclarecer a questão sobre a natureza da radiação eletromagnética. Em trabalho publicado em 1909 por Albert Einstein as flutuações da radiação do corpo negro foram descritas em função de duas componentes: ondas e partículas clássicas. Com o início da teoria quântica foi possível analisar os tipos de luz prevendo a existência de fenômenos não explicados classicamente. Um dos casos é objeto do nosso trabalho: a existência de radiação óptica com flutuações menores que aquela apresentada por uma fonte com estatística Poissoniana. Essa característica é prevista apenas pelo uso da teoria quântica para descrever o fenômeno da detecção óptica. Este tipo de luz tem aplicações que vão de espectroscopia a comunicações ópticas.

Os trabalhos desenvolvidos tiveram como objetivo analisar propriedades estatísticas da luz, a construção de um aparato capaz de gerar e de detectar luz com variância menor que sua média (luz subpoissoniana), além de analisar as correlações existentes em dois feixes de luz em um interferômetro.

Além dos trabalhos experimentais uma vasta bibliografia relacionada à pesquisa de óptica quântica e detecção da luz foi reunida, obtendo-se uma sólida fonte de consulta.

CAPÍTULO 1

Introdução

Capítulo 1 - Introdução

A investigação de fenômenos envolvendo a radiação eletromagnética é um dos campos mais fascinantes da física moderna e as propriedades estatísticas da luz têm sido alvo de pesquisa desde o início do século passado. Em 1909 Einstein já havia mostrado que a variância da flutuação da energia da radiação emitida por um corpo negro [1] era expressa por:

$$\langle (\Delta E_n)^2 \rangle = h\nu \langle E_n \rangle + \frac{c^3}{8\pi\nu^2 d\nu V} \langle E_n \rangle^2, \quad (1-1)$$

onde h é a constante de Planck, V é o volume e E_n é a energia da radiação com frequência pertencente a um pequeno intervalo $d\nu$. Einstein reconheceu o primeiro termo como sendo correspondente a flutuações de partículas clássicas de energia $h\nu$, enquanto o segundo correspondia a flutuações de ondas clássicas. No capítulo 4 encontraremos uma expressão (equação (4.1-21)) para a variância do número de fótons de uma radiação eletromagnética em que também aparecem dois termos similares.

Em nosso trabalho não discutimos a questão da dualidade onda-partícula da radiação e sim observamos resultados que são de origem não clássica, ou seja, resultados que são explicados apenas com o uso da teoria quântica. Vamos gerar e observar luz cuja estatística dos fótons é subpoissoniana, isto é, a variância do número de fótons detectados é menor que seu valor médio. O tratamento totalmente quântico do processo de detecção óptica é o único que está de acordo com os resultados experimentais obtidos até o momento. No entanto, como veremos, as aproximações semiclássicas podem ser usadas em vários casos sem que haja perda de confiabilidade nos resultados.

A luz subpoissoniana, por apresentar uma característica de baixo ruído, tem se mostrado bastante útil em aplicações diversas: comunicações ópticas [2,3,4,5 e 6]; medições ópticas de alta resolução [3 e 4]; amplificador optoeletrônico de baixo ruído [7]; interferometria [8]. Portanto, há uma crescente necessidade de modelar a geração e a detecção deste tipo de luz de uma forma precisa para que seja aplicada nas áreas citadas anteriormente de uma forma mais exata.

1.1. Objetivos do Trabalho

Dentre as mais variadas formas de geração de luz não clássica, a geração de estados fotônicos subpoissonianos usando diodos emissores de luz é uma das mais atrativas devido à simplicidade em sua montagem experimental, ao baixo consumo de energia e à possibilidade de realização em temperatura ambiente [9 e 10].

A principal meta do nosso trabalho foi estudar as teorias de detecção da luz, montar um experimento onde fosse possível gerar e detectar radiação com estatística subpoissoniana e Poissoniana dos fótons e comparar os resultados. No experimento observamos propriedades estatísticas da luz emitida por leds de alta eficiência, assim como de uma fonte de luz térmica (lâmpada halógena).

Analizamos, ainda, a luz gerada por leds acoplados em série e em paralelo, onde fizemos um estudo sobre a relação entre a intensidade na redução do ruído (medida por meio do fator de Fano) e a resistência diferencial do diodo.

A motivação para o nosso trabalho foi a possibilidade da utilização da luz subpoissoniana em sistemas de comunicações ópticas [2]. A incerteza na amplitude da radiação, isto é, o ruído, acarreta erros indesejados na recepção de sinais de informação em tais sistemas. Por isso, se a luz subpoissoniana for utilizada, a incerteza e os erros serão amenizados.

1.2. Desenvolvimento da Pesquisa

Inicialmente foi necessário pesquisar o que havia sido feito na área e estudar de uma forma mais aprofundada as teorias existentes. Com a base teórica adquirida servindo de alicerce para o nosso trabalho, a fase experimental começou a ser planejada. Inicialmente com o projeto dos circuitos eletrônicos necessários, em seguida a escolha e aquisição dos componentes optoeletrônicos (leds e fotodetectores e lâmpadas halógenas) e por fim a montagem e a aquisição dos resultados.

A montagem dos circuitos eletrônicos foi iniciada nos laboratórios do Grupo de Fotônica da Universidade Federal de Pernambuco, porém suas versões finais foram produzidas no laboratório de eletrônica do Instituto de Física da USP – São Carlos. Lá também foi montado o interferômetro para análise de tempo e comprimento de coerência de fontes de ampla largura espectral como leds e lâmpadas halógenas. A realização do experimento de detecção e geração,

entretanto, foi feita nos laboratórios do Grupo de Fotônica, após a realização dos trabalhos na USP – São Carlos.

1.3. Resumo dos Capítulos

Abordaremos no capítulo 2 os fundamentos de estatística e de mecânica quântica necessários para entender e desenvolver nosso trabalho, além de uma revisão sobre interferometria. No capítulo 3 revisaremos a teoria e as características físicas dos dispositivos optoeletrônicos utilizados em nosso experimento; o led e o fotodetector. Em seguida, no capítulo 4, veremos como se dá a geração de luz Subpoissoniana e mostraremos outros trabalhos, descritos na literatura, que tratam o mesmo assunto. No quinto capítulo estão descritas as teorias semiclássica e quântica da detecção da luz. No capítulo 6 descrevemos a montagem experimental e os ensaios dos circuitos eletrônicos. Os resultados obtidos estão comentados no capítulo 7 e, para finalizar, no capítulo 8 estão as conclusões e perspectivas para a continuação do trabalho.

Fundamentos Teóricos

Capítulo 2 – Fundamentos Teóricos

Neste capítulo revisaremos as ferramentas matemáticas e físicas necessárias para se ter um bom entendimento dos assuntos relacionados com a detecção óptica.

Iniciaremos com uma revisão de probabilidade e processos estocásticos introduzindo conceitos e teoremas fundamentais os quais são utilizados no desenvolvimento das teorias de detecção da luz. Em seguida veremos os postulados e conceitos quânticos que serão úteis quando estudarmos a teoria quântica da detecção óptica. Por fim revisaremos interferometria e tempos de coerência.

2.1. Processos Estocásticos

A radiação luminosa em um ponto qualquer do espaço \vec{r} , mesmo que tenha uma amplitude média constante, possui uma variação instantânea não nula de sua intensidade (figura 2.1). Estas variações não são determinísticas, ou seja, não são conhecidas *a priori* e por isso costuma-se modelar a radiação por um processo aleatório. O processo de detecção da luz também se trata de um processo aleatório no que diz respeito ao número de fótons que chegam ao detector durante um certo intervalo de tempo de modo que é importante entender a teoria de processos estocásticos quando estuda-se fenômenos ópticos.

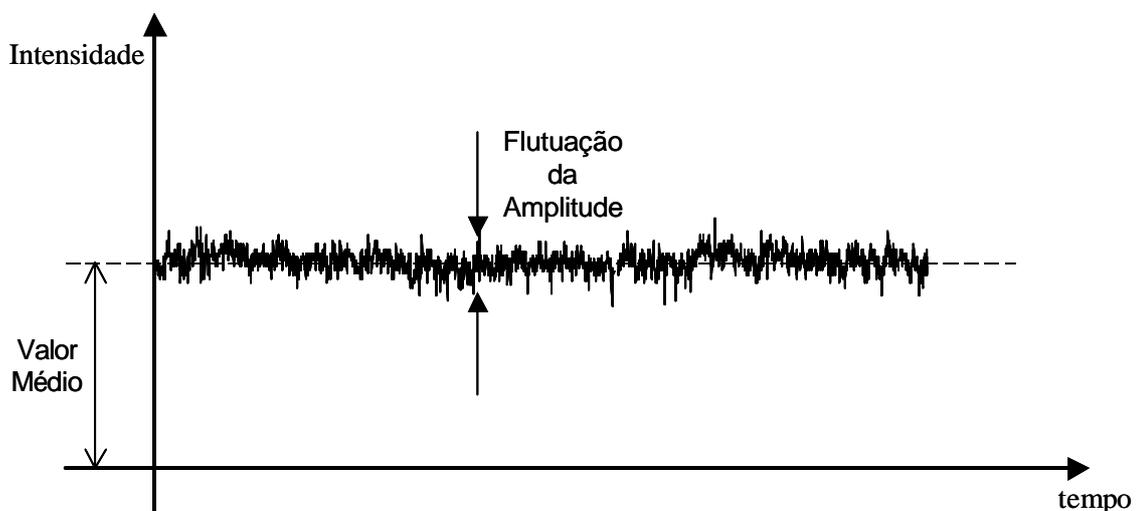


Figura 2.1 – Ilustração das flutuações que estão presentes na radiação óptica.

2.1.1. Definição

Considere um experimento aleatório definido em um espaço probabilístico (Ω, β, P) [1]. Um processo estocástico real é definido como um mapa (fig. 2.2) que associa uma função real $x(t, \mathbf{w})$, de parâmetro t , pertencente a uma família \mathfrak{S} de funções reais a cada ponto amostra $\mathbf{w} \in \Omega$.

$$x: \Omega \rightarrow \mathfrak{S}$$

$$\mathbf{w} \rightarrow x(t, \mathbf{w})$$

Cada função $x(t, \mathbf{w})$, para \mathbf{w} fixo, é denominada **realização** ou **função amostra** de um processo estocástico. O conjunto \mathfrak{S} de todas as funções amostra é chamado de *ensemble*. Consideremos que o parâmetro t corresponde ao tempo e pertence ao conjunto I . Se fixarmos um valor de t (t_k), obteremos uma variável aleatória $x(t_k, \mathbf{w})$ que associa a cada ponto amostra $\mathbf{w} \in \Omega$ um número real, conforme ilustra a figura 2.2. Fixando-se um conjunto de n instantes de tempo (t_1, t_2, \dots, t_n) , obtém-se uma seqüência de varáveis aleatórias $\{x(t_1, \mathbf{w}), x(t_2, \mathbf{w}), \dots, x(t_n, \mathbf{w})\}$ indexadas pelo parâmetro t . Se fixarmos um ponto amostra \mathbf{w}_k , obteremos uma função determinística $x(t, \mathbf{w}_k)$ de t .

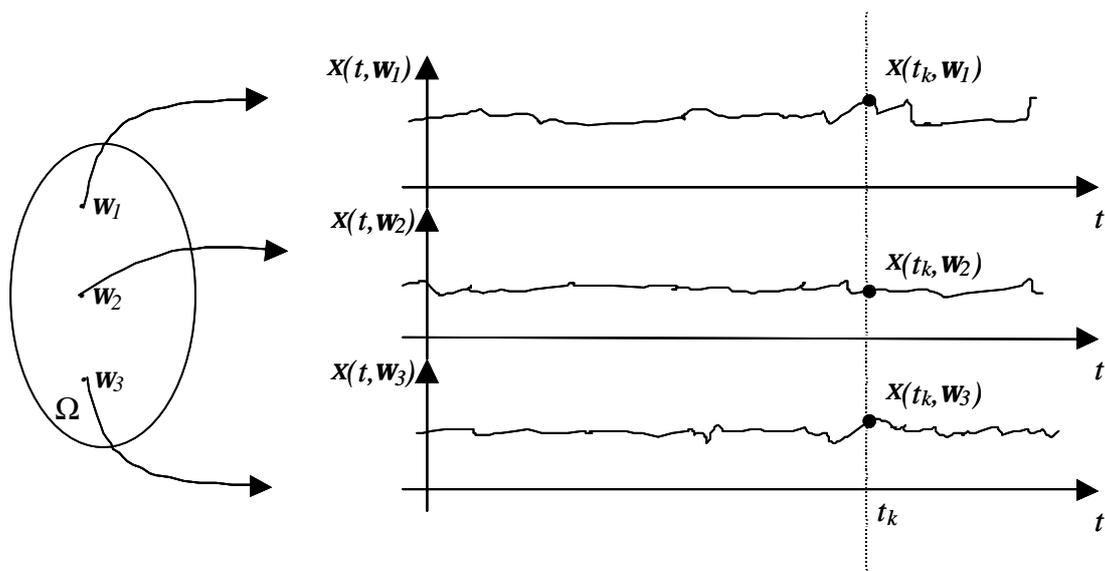


Figura 2. 2 – Representação de um processo estocástico real $x(t)$ por um conjunto de realizações.

Um processo estocástico pode ser classificado de acordo com o tipo de parâmetro e da natureza de suas funções amostras: O processo aleatório será dito de parâmetro discreto ou contínuo se o conjunto I contiver um número contável ou incontável de pontos, respectivamente. E o processo estocástico será denominado de amplitude discreta (processo estocástico discreto) ou contínua (processo estocástico contínuo) se $x(t_i, \mathbf{w})$ é uma variável aleatória discreta ou contínua, respectivamente, para todo $t_i \in I$. É comum usar a notação $x(t)$ para representar um processo estocástico omitindo-se a variável \mathbf{w} .

São exemplos de processos aleatórios reais: As flutuações na tensão em um resistor; as coordenadas de uma partícula em um movimento Browniano; o número de fótons que incidem sobre um fotodetector. Este último é um caso de processo estocástico discreto de parâmetro contínuo e será estudado mais detalhadamente no capítulo 4.

2.1.2. Média sobre o *ensemble*

No capítulo 4 usaremos o conceito de média sobre o *ensemble* no cálculo de probabilidade de detecção de fótons, e por isto, veremos a seguir sua definição. $x(t)$ não depende de t deterministicamente, logo seus valores só podem ser descritos estatisticamente, por meio de alguma distribuição ou densidade de probabilidade [2]. Como vimos anteriormente, para um dado valor de t , $x(t)$ é uma variável aleatória e o conjunto de todas as funções define o *ensemble*. A densidade de probabilidade de $x(t)$ pode ser expressa por $p_{x(t)}(X)$, de modo que a seguinte relação é válida:

$$\int p_{x(t)}(X) dX = 1. \quad (2.1-1)$$

Para calcular o valor esperado de $x(t)$ no instante de tempo t usamos a densidade de probabilidade $p_{x(t)}(X)$ como segue:

$$\langle x(t) \rangle = \int X p_{x(t)}(X) dX. \quad (2.1-2)$$

Alternativamente podemos tomar o conjunto de todas as possíveis realizações $x(t)$ (ver fig. 2.1) como sendo o processo estocástico. Podemos, então, calcular o valor esperado de $x(t)$ em um instante t fazendo a seguinte média.

$$\langle x(t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_i^N x(t, w_i) \quad (2.1-3)$$

As equações (2.1-2) e (2.1-3) são definições equivalentes de média sobre o *ensemble*.

2.1.2. Especificação de um Processo Estocástico

Sejam n variáveis aleatórias $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$ obtidas ao se observar um processo estocástico em n instantes quaisquer. A descrição do comportamento estatístico de $x(t)$ nestes instantes de tempo é feita pela função distribuição de probabilidade (FDP) conjunta de $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$. Note que para cada conjunto distinto de n valores de t pode-se encontrar uma FDP conjunta diferente[1].

Um processo aleatório $x(t)$ está especificado até a ordem n quando é conhecida a FDP conjunta de ordem n [1]:

$$F_{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)}(X_1, X_2, \dots, X_n) = P(x(t_1) \leq X_1, x(t_2) \leq X_2, \dots, x(t_n) \leq X_n), \quad (2.1-4)$$

para quaisquer instantes de tempo t_1, t_2, \dots, t_n .

Um processo estocástico está completamente especificado se estiver especificado até a ordem n para qualquer valor de n .

2.1.3. Momentos de um Processo Estocástico

Em casos práticos, a obtenção experimental da distribuição de probabilidade em si não é possível de conseguir e o que se mede, na verdade, são os momentos do processo. Os momentos de um processo estocástico são definidos como momentos das variáveis aleatórias $x(t)$ definidas em instantes de tempo específicos[1]. Os principais momentos de um processo aleatório são:

I – Função Média

A função média é o valor esperado da variável aleatória $x(t)$ obtida a partir da observação do processo no instante t :

$$\mathbf{h}_x(t) = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} X p_{x(t)}(X) dX \quad (2.1-5)$$

Em um processo de detecção a média é o valor DC da corrente gerada por um fotodetector.

II – Função Autocorrelação

A função autocorrelação é o valor esperado do produto de duas variáveis aleatórias $x(t_1)$ e $x(t_2)$ obtidas a partir da observação do processo nos instantes t_1 e t_2 , respectivamente, para qualquer par t_1 e t_2 .

$$\Gamma_x(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 p_{x(t_1), x(t_2)}(X_1, X_2) dX_1 dX_2, \quad (2.1-6)$$

para todo t_1, t_2 . A potência média de um sinal aleatório $x(t)$ é dado pela função autocorrelação avaliada em $t_1 = t_2 = t$.

$$\Gamma_x(t, t) = E[x^2(t)]. \quad (2.1-7)$$

III – Função Autocovariância

A função autocovariância é a covariância entre as variáveis aleatórias $x(t_1)$ e $x(t_2)$ obtidas a partir da observação do processo nos instantes t_1 e t_2 , respectivamente, para qualquer par t_1 e t_2 .

$$K_x(t_1, t_2) = E[(x(t_1) - \mathbf{h}_x(t_1))(x(t_2) - \mathbf{h}_x(t_2))], \quad (2.1-8)$$

para todo t_1, t_2 . Podemos expressar a função autocovariância por meio de:

$$K_x(t_1, t_2) = \Gamma_x(t_1, t_2) - \mathbf{h}_x(t_1)\mathbf{h}_x(t_2) \quad (2.1-9)$$

III – Função Variância

A função variância pode ser obtida a partir de $K_x(t_1, t_2)$ com $t_1 = t_2 = t$:

$$\text{Var}[x(t)] = E[(x(t) - \mathbf{h}_x(t))^2], \quad (2.1-10)$$

para todo t . Em nosso experimento a variância do sinal detectado foi obtida como sendo o ruído da radiação luminosa, ou seja, a parte AC da corrente gerada pelo fotodetector.

IV – Função Coeficiente de Correlação

A função coeficiente de correlação é definida por:

$$\mathbf{r}_x(t_1, t_2) = \frac{K_x(t_1, t_2)}{\sqrt{\text{Var}[x(t_1)]}\sqrt{\text{Var}[x(t_2)]}}, \quad (2.1-11)$$

para todo t_1, t_2 . O valor de \mathbf{r}_x pode variar entre -1 e $+1$. Nos casos extremos ($\mathbf{r}_x = \pm 1$) diz-se que as variáveis x_1 e x_2 estão completamente descorrelacionadas ($\mathbf{r}_x = -1$) ou completamente correlacionadas ($\mathbf{r}_x = +1$). No capítulo 5 usaremos essa função para encontrar correlação entre ruídos em leds.

2.1.4. Processos Estocásticos Estacionários

Funções aleatórias do tempo frequentemente têm a propriedade de que as flutuações não mudam com o tempo, ou seja, são invariantes a um deslocamento no tempo. Tais processos são chamados *processos estocásticos estritamente estacionários* [3]. De uma forma mais precisa, diremos que o processo estocástico é estritamente estacionário se todas as FDP conjuntas das variáveis aleatórias $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$ não variam com um deslocamento do eixo dos tempos, ou seja:

$$F_{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)}(X_1, X_2, \dots, X_n) = F_{x(t_1+t), x(t_2+t), \dots, x(t_n+t)}(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (2.1-12)$$

para quaisquer valores de n , t e dos instantes t_1, t_2, \dots, t_n .

Se a condição (2.1-12) for verificada para valores de $n \leq N$, diz-se que o processo é estacionário até a N -ésima ordem. Os processos estritamente estacionários possuem algumas características importantes como decorrência de (2.1-12):

i) A FDP de primeira ordem é independente do tempo:

$$F_{x(t)}(X) = F_{x(t+\tau)}(X) = F_x(X) \quad (2.1-13)$$

ii) A função média e a função variância de $x(t)$ não variam com o tempo:

$$\mathbf{h}_{x(t)} = E[x(t)] = \mathbf{h}_x, \text{ para todo } t \quad (2.1-14)$$

$$\text{Var}[x(t)] = E[x^2(t)] - \mathbf{h}_x^2 = \mathbf{s}^2, \text{ para todo } t \quad (2.1-15)$$

Este resultado é interessante porque os resultados que obtemos no experimento não dependem da origem do eixo do tempo, logo, podemos fazer medições em qualquer instante sem se preocupar com o instante da sua realização.

iii) A FDP de segunda ordem depende apenas da diferença $t_2 - t_1$:

$$F_{x(t_1), x(t_2)}(X_1, X_2) = F_{x(0), x(t_2 - t_1)}(X_1, X_2), \text{ para todo } t_1, t_2 \quad (2.1-16)$$

Entretanto a condição (2.1-12) é dificilmente encontrada para valores elevados de N . Quando estamos interessados apenas na média $\langle x(t) \rangle$ e na função de autocorrelação $\Gamma_x(t_1, t_2)$ formas de estacionaridade mais fracas podem ser mais úteis. Especificamente quando $x(t)$ é tal que sua média $\langle x(t) \rangle$ é independente do tempo e sua função autocorrelação $\Gamma_x(t_1, t_2)$ depende apenas da diferença entre os instantes t_2 e t_1 , o processo é dito ser **estacionário no sentido amplo (ESA)**. Os processos ESA possuem as seguintes características:

i) A função autocorrelação é par:

$$R_x(\mathbf{t}) = R_x(-\mathbf{t}) \quad (2.1-17)$$

onde chamamos $\mathbf{t} = t_2 - t_1$.

ii) O valor médio quadrático do processo independe do tempo e é dado por:

$$E[x^2(t)] = R_x(0) \quad (2.1-18)$$

$$\Rightarrow \text{Var}[x(t)] = E[x^2(t)] - \mathbf{h}_x^2 = R_x(0) - \mathbf{h}_x^2 \quad (2.1-19)$$

iii) A função autocorrelação é máxima quando $\mathbf{t} = 0$:

$$|R_x(\mathbf{t})| \leq R_x(0) \quad (2.1-20)$$

2.1.5. Propriedades Espectrais de um Processo Estacionário

Uma das formas que apresentamos os resultados do nosso trabalho é a densidade espectral do ruído observado, ou seja, o valor da potência do ruído em função das frequências que compõem o sinal detectado. Por isso vamos definir uma das propriedades mais importantes de um processo estacionário que é seu *Espectro*. Podemos definir a *densidade espectral de potência* de um processo estocástico por meio da Transformada de Fourier: dado que $x(t)$ é um processo estocástico real, a densidade espectral de potência de $x(t)$ é definida por [1]:

$$S_x(\mathbf{w}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[\left| \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j\mathbf{w}t} dt \right|^2 \right] \quad (2.1-21)$$

A partir da definição (2.1-21) pode-se demonstrar um teorema fundamental da teoria de análise espectral de processos estocásticos estacionários, o *Teorema de Wiener-Kintchine* [1]. Este teorema pode ser enunciado da seguinte forma: *A função densidade espectral de*

potência $S_x(\mathbf{w})$ de um processo estocástico estacionário no sentido amplo é dada pela transformada de Fourier da sua função autocorrelação $\Gamma_x(\mathbf{t})$, ou seja:

$$S_x(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_x(\mathbf{t}) e^{-j\mathbf{w}\mathbf{t}} d\mathbf{t}, \quad (2.1-22)$$

e, conseqüentemente:

$$\Gamma_x(\mathbf{t}) = \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\mathbf{w}) e^{j\mathbf{w}\mathbf{t}} d\mathbf{w} \quad (2.1-23)$$

A densidade espectral de potência dos processos ESA apresenta algumas propriedades interessantes as quais serão apresentadas a seguir:

i) A densidade espectral de potência em $\mathbf{w} = 0$ é dada por:

$$S_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_x(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \quad (2.1-24)$$

ii) O valor médio quadrático $E[x^2(t)]$ pode ser expresso como:

$$E[x^2(t)] = \Gamma_x(0) = \int S_x(\mathbf{w}) d\mathbf{w} = P_x, \quad (2.1-25)$$

onde P_x é a potência média do processo.

iii) A densidade espectral de potência de processo ESA real é uma função par:

$$S_x(\mathbf{w}) = S_x(-\mathbf{w}) \quad (2.1-26)$$

2.1.6. Processo de Poisson e Ruído Balístico

Nesta seção vamos destacar o processo estocástico de Poisson devido à sua importância quando se estudam processos de contagem de eventos. A detecção de fótons pode ser vista como uma contagem de eventos, os quais são a chegada de fótons ao detector,

que tem uma distribuição estatística de Poisson. Além disso, o tipo de ruído que é tomado como referência em nosso experimento, o ruído balístico, é um processo Poissoniano. As definições apresentadas a seguir são baseadas nas descrições feitas por Papoulis [4].

Dado um conjunto de *pontos de Poisson* t_i e um ponto fixo t_o formamos uma variável aleatória $z = t_1 - t_o$, onde t_1 é o ponto aleatório imediatamente superior a t_o como mostra a figura 2.2. A variável z tem uma distribuição exponencial, ou seja:

$$f_z(z) = \mathbf{1}e^{-\mathbf{1}z} \quad (2.1-27)$$

e

$$F(z) = 1 - e^{-\mathbf{1}z} \text{ para } z > 0. \quad (2.1-28)$$

Além disso, as variáveis definidas na figura 2.3 têm as seguintes distribuições:

$$f_w(w) = \mathbf{1}e^{-\mathbf{1}w} \quad (2.1-29)$$

e

$$f_n(x) = \frac{\mathbf{1}^n}{(n-1)} x^{n-1} e^{-\mathbf{1}x} \quad (2.1-30)$$

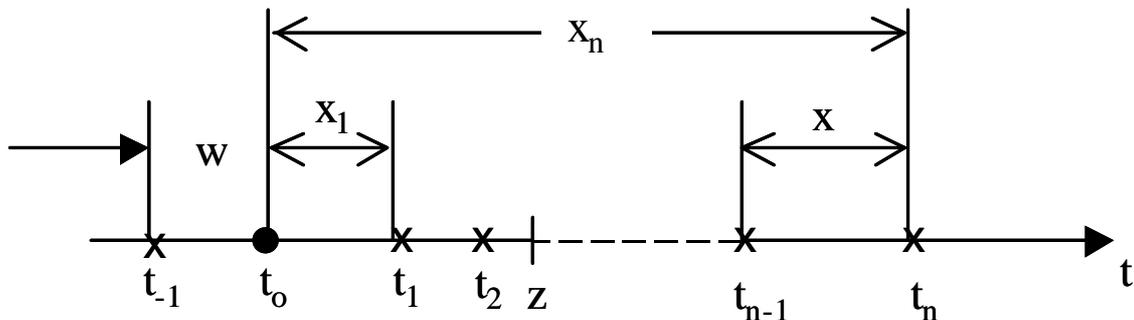


Figura 2.3 – Pontos de Poisson.

Os pontos de Poisson são modelos realísticos para uma grande classe de processos pontuais, tais como: contagem de fótons, emissão de elétrons, comunicações de dados, chegada de carros em um estacionamento, etc. A razão disto é que, nestas aplicações, as propriedades dos pontos podem ser derivadas a partir de certas condições que levam a um processo de Poisson. Essas condições podem ser definidas de várias formas:

- I. Se colocarmos N pontos em um intervalo T com $N \gg 1$, então o processo resultante é um processo de Poisson com parâmetro N/T .
- II. Se as distâncias w_n entre dois pontos consecutivos de um processo pontual são independentes e exponencialmente distribuídas, então o processo é de Poisson.
- III. Se o número de pontos $\mathbf{n}(t, t + dt)$ em um intervalo $(t, t + dt)$ é tal que:
- $P\{\mathbf{n}(t, t + dt) = 1\}$ é da ordem de dt ;
 - $P\{\mathbf{n}(t, t + dt) > 1\}$ é de ordem maior que dt ;
 - as probabilidades acima independem do estado do processo pontual fora do intervalo $(t, t + dt)$;
- então tem-se um processo de Poisson.
- IV. Suponha que:
- $P\{\mathbf{n}(a, b) = k\}$ depende apenas de k e do intervalo (a, b) ;
 - Se os intervalos (a_i, b_i) não se sobrepõem, então as variáveis aleatórias $\mathbf{n}(a_i, b_i)$ são independentes;
 - $P\{\mathbf{n}(a, b) = \infty\} = 0$.

Estas condições levam, novamente, à conclusão de que a probabilidade $p_k(\mathbf{t})$ de se ter k pontos em um intervalo \mathbf{t} é igual a:

$$p_k(\mathbf{t}) = \frac{e^{-I\mathbf{t}} (I\mathbf{t})^k}{k!} \quad (2.1-31)$$

Podemos, então, definir o *ruído balístico*: dado um conjunto de pontos de Poisson t_i com densidade média I e uma função real $h(t)$, a soma

$$s(t) = \sum_i h(t - t_i) \quad (2.1-32)$$

é um *processo estacionário no sentido amplo* chamado de ruído balístico (*shot noise*). $s(t)$ pode ser representada como sendo a saída de um sistema linear com resposta ao impulso $h(t)$ com a entrada sendo os impulsos de Poisson. Os impulsos de Poisson são a saída de um diferenciador quando a entrada $x(t)$ é um processo de Poisson (figura 2.4).

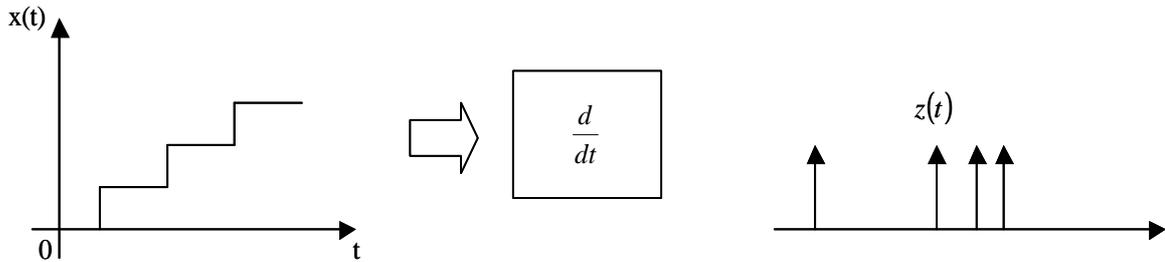


Figura 2.4 – Impulsos de Poisson.

$$z(t) = \sum_i \mathbf{d}(t - t_i) \quad (2.1-33)$$

Esta representação está de acordo com a geração do ruído balístico em problemas reais onde o processo $s(t)$ é a saída de um sistema dinâmico ativado por uma seqüência de impulsos como a emissão de fótons, por exemplo, ocorrendo em instantes aleatórios t_i (figura 2.5).

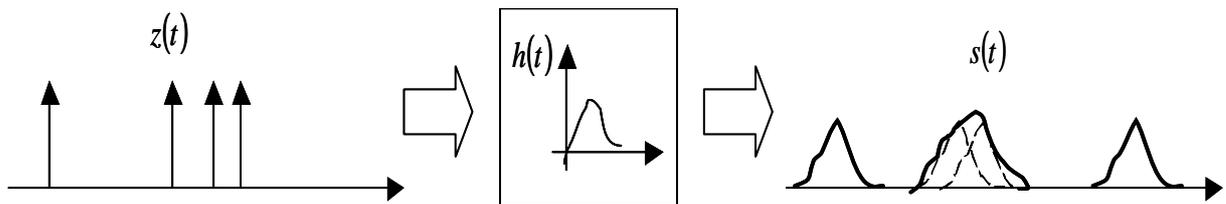


Figura 2.5 – Representação do ruído balístico como a saída de um sistema linear.

A média de $z(t)$ é igual a:

$$E[z(t)] = \mathbf{h}_z = \mathbf{1}, \quad (2.1-34)$$

e o valor esperado de $s(t)$ é dado por:

$$E[s(t)] = I \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = IH(0). \quad (2.1-35)$$

A variância s_s^2 e a média h_s do processo ruído balístico são iguais a (teorema de Campbell):

$$s_s^2 = I \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \text{ e} \quad (2.1-36)$$

$$h_s = I \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt, \quad (2.1-37)$$

respectivamente.

2.2. Fundamentos de Mecânica Quântica

Alguns dos resultados do nosso trabalho são explicados apenas quando se utiliza a teoria quântica para descrever o processo de detecção da luz. Neste tópico iremos revisar postulados e conceitos da mecânica quântica necessários para entender como se dão os processos de interação entre a onda eletromagnética e a matéria dando como resultado a fotocorrente.

2.2.1. Postulados da Mecânica Quântica

Baseado nas teorias de Planck e nas idéias de de Broglie, Schrödinger desenvolveu em 1926 um esquema unificado de mecânica quântica utilizando o novo conceito de mecânica ondulatória. A formulação de Schrödinger considera dois elementos fundamentais: o observador e o observável. São os observáveis que caracterizam um ente ou um sistema físico como um fóton ou um elétron, por exemplo. Estas características podem ser: a posição, o momento, a massa, etc. do ente. Para caracterizar um sistema realizamos medições para descrever o seu comportamento dinâmico. Cada sistema dinâmico é associado a uma função de onda representada por ψ , que é função das coordenadas espaciais assim como do tempo. Para o caso de um sistema formado apenas por um ente as propriedades da função de onda, que determinam as propriedades dinâmicas do sistema, podem ser expressas em termo de cinco postulados os quais estão enunciados a seguir:

- I. A cada ente físico está associada uma função de onda $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$ onde \mathbf{r} denota as coordenadas espaciais e t a coordenada temporal.
- II. A expressão clássica para a energia total E do sistema, denominada Hamiltoniana é dada por:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}, t) \quad (2.2-1)$$

onde p é o momento e m a massa do ente físico e V sua energia potencial. Quanticamente essa energia é escrita substituindo cada uma das grandezas por um operador (seção 2.2.3):

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.2-2)$$

onde \hat{H} é o operador denominado *Hamiltoniano* que quando é levado a operar sobre a função de onda, obtém-se:

$$\hat{H}\mathbf{y}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \mathbf{y}(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t)\mathbf{y}(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{y}(\mathbf{r}, t) \quad (2.2-3)$$

ou

$$\hat{H}\mathbf{y}(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{y}(\mathbf{r}, t) \quad (2.2-4)$$

$$\Rightarrow \hat{H}\mathbf{y}(\mathbf{r}, t) = E\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$$

- III. Os valores de $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$ e $\nabla \mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$ devem ser contínuos e únicos para todos os valores de \mathbf{r} e t .
- IV. A grandeza $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)\mathbf{y}^*(\mathbf{r}, t)$, onde $\mathbf{y}^*(\mathbf{r}, t)$ é o conjugado complexo de $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$, é interpretada como uma densidade de probabilidade, de modo que $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)\mathbf{y}^*(\mathbf{r}, t)dV$ é a probabilidade do ente ser encontrado no volume dV no instante t .
- V. O valor esperado de uma variável dinâmica associada a um operador $\hat{\mathbf{J}}$ é dado por:

$$\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle = \int_V \mathbf{y}^*(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{J}} \mathbf{y}(\mathbf{r}, t) dV \quad (2.2-5)$$

2.2.2. Espaço de Hilbert

A formulação da teoria quântica exige a representação de observáveis e variáveis dinâmicas como operadores lineares que agem como transformações no espaço vetorial de Hilbert. No espaço de Hilbert, que é análogo ao espaço vetorial tridimensional Euclidiano, os vetores representam estados quânticos de ocupação que na notação de Dirac [5] são denotados por “bras” $\langle \mathbf{y} |$ e por “kets” $(|\mathbf{y}\rangle)$. Os vetores podem ser somados uns aos outros e/ou multiplicados por escalares complexos dando origem a novos vetores. O espaço de Hilbert possui uma dimensão D que é determinada pelo número de vetores linearmente independentes e que pode ser finita ou infinita. O produto interno

$$\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle \quad (2.2-6)$$

é um número complexo definido para qualquer par de vetores $|\mathbf{I}\rangle$ e $|\mathbf{y}\rangle$. O produto interno é linear em $|\mathbf{y}\rangle$ e satisfaz às seguintes condições:

$$\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{y} | \mathbf{I} \rangle^* \text{ e} \quad (2.2-7)$$

$$\langle \mathbf{y} | \mathbf{y} \rangle \geq 0, \quad (2.2-8)$$

com a igualdade ocorrendo apenas se $|\mathbf{y}\rangle = 0$ (vetor nulo). A desigualdade de Schwarz implica que:

$$|\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle|^2 \leq \langle \mathbf{I} | \mathbf{I} \rangle \langle \mathbf{y} | \mathbf{y} \rangle, \quad (2.2-9)$$

com a igualdade ocorrendo apenas se $|\mathbf{I}\rangle = \mathbf{a}|\mathbf{y}\rangle$ para algum complexo \mathbf{a} . Se $|\mathbf{y}\rangle = 0$, então $\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle = 0$ para todo $|\mathbf{I}\rangle$ e vice-versa. Se $\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle = 0$ para $|\mathbf{I}\rangle$ e $|\mathbf{y}\rangle$ vetores não nulos esses vetores são ditos ortogonais entre si. A norma, ou módulo, de cada vetor é finita e dada por:

$$\|\mathbf{y}\| \equiv \langle \mathbf{y} | \mathbf{y} \rangle^{1/2} \geq 0. \quad (2.2-10)$$

E quando a norma de um vetor é igual a 1, diz-se que o vetor está normalizado. Pode-se concluir, a partir da equação (2.2-9) e da definição (2.2-10) que:

$$\|\mathbf{I} + |\mathbf{y}\rangle\| \leq \|\mathbf{I}\| + \|\mathbf{y}\| \quad (2.2-11)$$

Todo espaço de Hilbert possui uma base ortonormal completa, ou seja, um conjunto de vetores $\{|n\rangle\}$, $n = 1, 2, 3, \dots, D$, para o qual

$$\langle n | m \rangle = \mathbf{d}_{n,m}. \quad (2.2-12)$$

Qualquer vetor $|\mathbf{y}\rangle$ pode ser representado por meio de:

$$|\mathbf{y}\rangle = \sum_{n=1}^D \mathbf{y}_n |n\rangle = \sum_{n=1}^D |n\rangle \langle n | \mathbf{y} \rangle. \quad (2.2-13)$$

Usando esta notação a relação (2.1-10) pode ser reescrita como:

$$\langle \mathbf{y} | \mathbf{y} \rangle = \sum_{n=1}^D |\mathbf{y}_n|^2 = \sum_{n=1}^D \langle \mathbf{y} | n \rangle \langle n | \mathbf{y} \rangle \quad (2.2-14)$$

e o produto interno:

$$\langle \mathbf{I} | \mathbf{y} \rangle = \sum_{n=1}^D \langle \mathbf{I} | n \rangle \langle n | \mathbf{y} \rangle \quad (2.2-15)$$

No capítulo 5 iremos descrever os estados quânticos chamados de estados coerentes como uma soma de outros estados, os quais formam uma base ortonormal, chamados de estados números.

2.2.3. Operadores Lineares

Operadores lineares são operações lineares que transformam um vetor em outro vetor do espaço [6], ou seja, eles operam sobre um estado podendo acontecer de o estado final após a operação ser diferente do estado inicial. Por exemplo, se A é um operador, então:

$$A|\mathbf{y}\rangle \tag{2.2-16}$$

denota o vetor transformado e

$$\langle \mathbf{I} | A | \mathbf{y} \rangle \tag{2.2-17}$$

o novo produto interno com $|\mathbf{I}\rangle$. Os operadores podem ser somados entre si, assim como multiplicados por escalares complexos ou por outros operadores resultando em novos operadores.

O operador I , chamado identidade, não altera os vetores ou operadores aos quais é aplicado:

$$I|\mathbf{y}\rangle = |\mathbf{y}\rangle \text{ e} \tag{2.2-18}$$

$$IA = A. \tag{2.2-19}$$

Se $|\langle \mathbf{I} | A | \mathbf{y} \rangle| \leq b < \infty$ para todos os vetores normalizados $|\mathbf{I}\rangle$ e $|\mathbf{y}\rangle$, então o operador A é dito limitado. O operador adjunto A^+ de um operador A é definido como o operador para o qual:

$$\langle \mathbf{I} | A^+ | \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{I} | A | \mathbf{y} \rangle^*, \tag{2.2-20}$$

para todo $|\mathbf{I}\rangle$ e $|\mathbf{y}\rangle$. Se $AA^+ = I$, então $A^+ = A^{-1}$ e A é unitário. Para um operador unitário

$$|A|\mathbf{y}\rangle| = ||\mathbf{y}\rangle|, \tag{2.2-21}$$

para todo $|\mathbf{y}\rangle$. Se $A^+ = A$, então A é Hermitiano. Da relação (2.2-20) segue que $\langle \mathbf{y} | A | \mathbf{y} \rangle$ é sempre real para um operador Hermitiano. Um operador Hermitiano que satisfaz à relação:

$$\langle \mathbf{y} | A | \mathbf{y} \rangle \geq 0, \quad (2.2-22)$$

para todo $|\mathbf{y}\rangle$ é chamado *positivo*.

Em um espaço de Hilbert de dimensão finita, todo operador Hermitiano possui um conjunto completo de autovetores ortonormais e autovalores reais, tais que:

$$A | a_n \rangle = a_n | a_n \rangle. \quad (2.2-23)$$

Note que esta equação é similar à equação (2.2-4) e é chamada de equação de autovalor.

2.2.4. Probabilidade de Transição

Vamos considerar um fotodetector que possui um grande número de elétrons os quais podem ser emitidos sob a influência de uma radiação incidente. Vamos assumir também que diferentes emissões sejam independentes umas das outras. O estado de um elétron é caracterizado por certo vetor de estado $|\mathbf{y}\rangle$ do espaço de Hilbert e as variáveis dinâmicas como energia, momento, etc. que caracterizam o elétron são representadas por operadores Hermitianos \hat{H} , \hat{p} , etc. que operam sobre o vetor estado. Vamos considerar aqui que o estado $|\mathbf{y}\rangle$ depende do tempo e evolui temporalmente de acordo com a equação de Schrödinger:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\mathbf{y}(t)\rangle = \frac{1}{i\hbar} \hat{H}_I(t) |\mathbf{y}(t)\rangle, \quad (2.2-24)$$

onde $\hat{H}_I(t)$ é a energia de interação do elétron. Para um elétron de carga e , massa m e momento $\hat{p}(t)$ interagindo com o campo de vetor potencial $A(r,t)$ a energia de interação é dada por:

$$H_I(t) = -\frac{e}{m} \hat{p}(t)A(r,t), \quad (2.2-25)$$

com

$$\hat{p}(t) = e^{[i\hat{H}_o(t-t_o)/\hbar]} \hat{p}(t_o) e^{[-i\hat{H}_o(t-t_o)/\hbar]}, \quad (2.2-26)$$

onde \hat{H}_o é a energia de não-interação ou parte livre da energia do elétron e t_o é o tempo em que a interação teve início. \hat{H}_o possui um conjunto ortonormal completo de auto-estados $|E\rangle$ e auto-valores associados E , que satisfazem à seguinte relação :

$$\hat{H}_o |E\rangle = E |E\rangle. \quad (2.2-27)$$

Se considerarmos $|E\rangle$ como se fosse um conjunto discreto, a ortonormalidade dos estados pode ser representada por meio do produto escalar como segue:

$$\langle E' | E \rangle = \mathbf{d}_{EE'}, \quad (2.2-28)$$

e a completeza por:

$$\sum_E |E\rangle \langle E| = 1. \quad (2.2-29)$$

Se o elétron estiver no estado $|\mathbf{y}(t)\rangle$, a probabilidade de que sua energia seja E é dada por $|\langle E | \mathbf{y}(t) \rangle|^2$. Para determinar $|\mathbf{y}(t)\rangle$ precisamos integrar (2.2-27) entre os instantes t_o e t . Isto nos levará a:

$$|\mathbf{y}(t)\rangle = |\mathbf{y}(t_o)\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int_{t_o}^t \hat{H}_I(t_1) |\mathbf{y}(t_1)\rangle dt_1, \quad (2.2-30)$$

que é uma equação integral de Volterra que pode ser resolvida por iteração [7]. Se considerarmos $|\mathbf{y}(t_o)\rangle$ como sendo a aproximação de ordem zero para $|\mathbf{y}(t_1)\rangle$ e substituir na integral (2.2-30) teremos:

$$|\mathbf{y}(t)\rangle = |\mathbf{y}(t_o)\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int_{t_o}^t \hat{H}_I(t_1) |\mathbf{y}(t_o)\rangle dt_1, \quad (2.2-31)$$

que pode ser tomada como a aproximação de primeira ordem e substituída na integral para se ter a aproximação de segunda ordem:

$$|\mathbf{y}(t)\rangle = |\mathbf{y}(t_o)\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int_{t_o}^t \hat{H}_I(t_1) |\mathbf{y}(t_o)\rangle dt_1 + \frac{1}{(i\hbar)^2} \int_{t_o}^t dt_1 \int_{t_o}^{t_1} dt_2 \hat{H}_I(t_1) \hat{H}_I(t_2) |\mathbf{y}(t_o)\rangle. \quad (2.2-32)$$

Procedendo dessa maneira chegaremos a uma série infinita que é a solução da equação (2.2-30). No entanto, se estivermos lidando com intervalos de interação $\Delta t = t - t_o$ suficientemente curtos, ou se estivermos interessados na projeção do estado $|\mathbf{y}(t)\rangle$ sobre outro estado qualquer, é possível truncarmos a série em seu primeiro termo não nulo. Então, por exemplo, se quisermos calcular a probabilidade de transição do estado inicial $|\mathbf{y}(t_o)\rangle$ para um estado $|\Phi\rangle$ ortogonal a $|\mathbf{y}(t_o)\rangle$, no instante t , teremos

$$\text{Probabilidade de Transição} = |\langle \Phi | \mathbf{y}(t) \rangle|^2 = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_{t_o}^t \langle \Phi | \hat{H}_I(t_1) |\mathbf{y}(t_o)\rangle dt_1 \right|^2, \quad (2.2-33)$$

Que é igual ao termo não nulo de mais baixa ordem. Este mesmo resultado poderia ter sido encontrado se utilizássemos a teoria de perturbação [5].

2.3. Interferometria e Tempos de Coerência

Com o objetivo de analisar as correlações entre dois raios de luz e os tempos e comprimentos de coerência da radiação eletromagnética um experimento de interferometria

foi realizado. Com um interferômetro de Michelson pode-se medir tempos e comprimentos de coerência de fontes ópticas cuja largura espectral é grande, como é o caso de leds e lâmpadas halógenas. Os detalhes da montagem estão discutidos no capítulo 6. A seguir vamos rever a teoria sobre tempo de coerência e interferometria.

Considere um raio de luz, originado em uma fonte pontual S , o qual se considera ser quase-monocromático, ou seja, sua largura espectral, Δf , é muito menor que sua frequência central f . Considere, além disso, que a intensidade é um processo aleatório estacionário. Este raio de luz é a entrada de um interferômetro de Michelson como ilustra a figura 2.6.

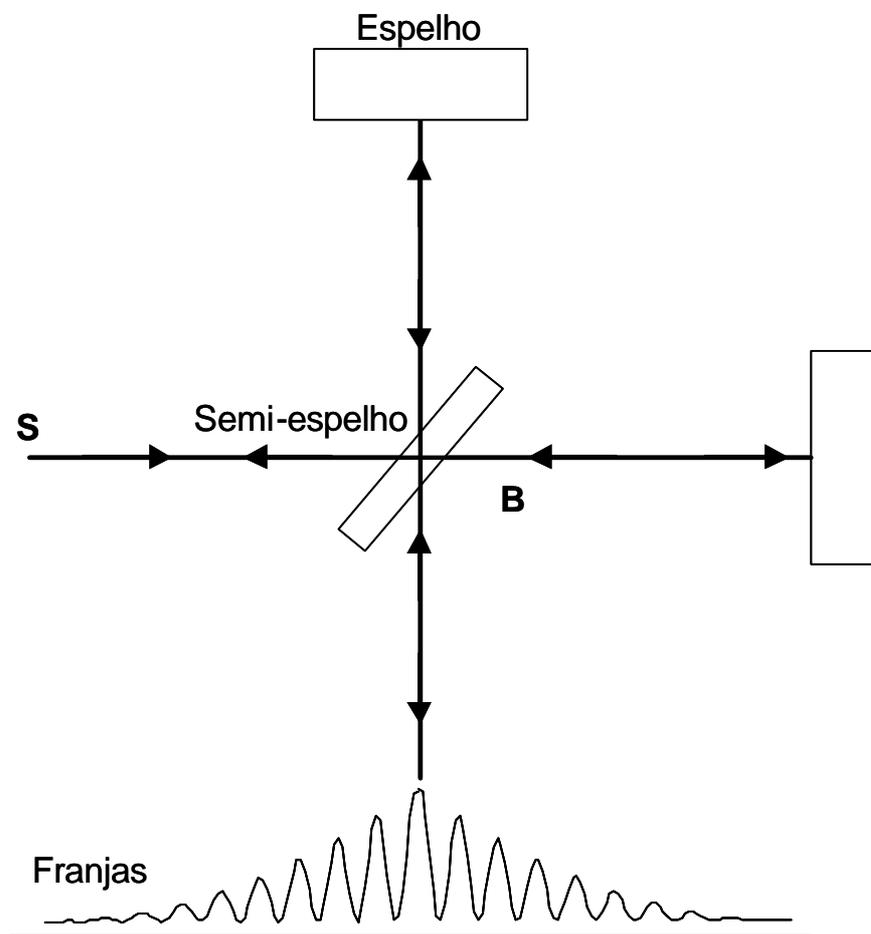


Figura 2. 6 – Interferômetro de Michelson.

A luz é dividida em dois feixes, pelo semi-espelho B , os quais se reencontram no anteparo havendo uma diferença de percurso Δl entre eles. Se essa diferença for suficientemente pequena haverá a formação do que se denomina padrão de interferência que

vem a ser um conjunto de franjas claras e escuras indicando variação da intensidade da luz ao longo do anteparo. A formação dessas franjas é uma manifestação da coerência temporal entre os dois raios, ou seja, é consequência das correlações que existem entre eles sob as condições em que um atraso Δt foi introduzido entre suas chegadas ao anteparo. É um fato conhecido (de observações experimentais) que as franjas de interferência só serão formadas se a relação seguinte for satisfeita:

$$\Delta t \Delta f \sim 1. \quad (2.3-1)$$

A diferença de tempo $\Delta t \sim \frac{1}{\Delta f}$ é conhecida como tempo de coerência da luz com o correspondente comprimento de coerência sendo:

$$\Delta l \sim c \Delta t \sim \frac{c}{\Delta f}, \quad (2.3-2)$$

onde $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ é a velocidade da luz. Em função do comprimento de onda (λ) da radiação podemos escrever a expressão anterior da seguinte forma:

$$\Delta l \sim \left(\frac{\lambda}{\Delta \lambda} \right) \lambda, \quad (2.3-3)$$

$$\text{pois } f = c/\lambda \Rightarrow \Delta f = c \Delta \lambda / \lambda^2.$$

As franjas formadas podem ser consideradas como sendo originadas pela adição de distribuições espaciais periódicas, cada uma formada por uma componente de frequência do espectro da luz em questão. As distribuições periódicas formadas por diferentes componentes de frequência terão periodicidades espaciais diferentes. Portanto, à medida que a diferença de tempo Δt for aumentando, a adição resultará em um padrão de franjas cada vez menos definido, pois os máximos das várias contribuições monocromáticas vão se tornando mais defasados.

Também podemos explicar a formação das franjas por meio do conceito de correlação. Uma radiação óptica quase-monocromática que é tratada como um processo estacionário pode ser vista como uma sucessão de trens de impulso modulados suavemente

[8] cuja frequência média é igual à frequência da luz e cuja duração é da ordem do inverso da largura de banda da luz, ou seja, da ordem do tempo de coerência. O semi-espelho do interferômetro divide este trem em dois outros com as mesmas características, porém com amplitude reduzida.

No anteparo, os dois feixes são superpostos, havendo a introdução de um atraso entre eles, isto é, há um deslocamento relativo entre os dois. Haverá uma forte correlação entre os dois trens de impulso se o atraso introduzido não for muito grande comparado com $\frac{1}{\Delta f}$.

Entretanto, se este atraso for muito maior que o inverso da banda de frequências da luz não haverá nenhuma correlação. Ou seja, a formação, ou não, das franjas dependerá da existência, ou ausência, de correlação entre os dois trens que chegam ao anteparo.

2.3.1. Análise Quântica do Interferômetro de Michelson

Considere o interferômetro desenhado na figura 2.7 onde os operadores \hat{a}_0 e \hat{a}_1 representam as duas entradas do semi-espelho (sem perdas) cujas saídas são \hat{a}_2 e \hat{a}_3 . Estes últimos atingem dois espelhos perfeitos ortogonalmente e são refletidos de volta ao semi-espelho sendo representados por $\hat{a}_2 e^{if_2}$ e $\hat{a}_3 e^{if_3}$ os quais serão a nova entrada do semi-espelho gerando duas novas saídas, \hat{a}_5 e \hat{a}_6 . Essas saídas são relacionadas com $\hat{a}_2 e^{if_2}$ e $\hat{a}_3 e^{if_3}$ da seguinte forma:

$$\hat{a}_5 = t_1 \hat{a}_2 e^{if_2} + r_2 \hat{a}_3 e^{if_3} \quad (2.3-4)$$

e

$$\hat{a}_6 = t_2 \hat{a}_3 e^{if_3} + r_1 \hat{a}_2 e^{if_2}. \quad (2.3-5)$$

Onde t_i e r_i ($i = 1,2$) são os coeficientes de transmissão e reflexão. Essa equação pode ser reescrita como [9]:

$$\hat{a}_5 = \hat{a}_1 [t_1 r_1 e^{if_2} + r_2 t_1 e^{if_3}] + \hat{a}_o [t_1 t_2 e^{if_2} + r_2^2 e^{if_3}] \quad (2.3-6)$$

e

$$\hat{a}_6 = \hat{a}_1 [t_1 t_2 e^{if_3} + r_1^2 e^{if_3}] + \hat{a}_o [t_2 r_2 e^{if_2} + r_1 t_2^2 e^{if_3}] \quad (2.3-7)$$

Se \hat{a}_o representar o estado de vácuo (ver seção 4.2.3), pode-se obter o seguinte resultado para o número médio de fótons na saída:

$$\langle \hat{n}_5 \rangle = \langle \hat{n}_1 \rangle 2|r_1|^2 |t_1|^2 [1 + \cos(\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_3 + \arg(r_1) + \arg(r_2))] \quad (2.3-8)$$

e

$$\langle \hat{n}_6 \rangle = \langle \hat{n}_1 \rangle [|r_1|^4 + |t_1|^4 - 2|r_1|^2 |t_1|^2 \cos(\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_3 + \arg(r_1) + \arg(r_2))] \quad (2.3-9)$$

Donde se pode concluir que:

$$\langle \hat{n}_5 \rangle + \langle \hat{n}_6 \rangle = \langle \hat{n}_1 \rangle, \quad (2.3-10)$$

ou seja, o número de fótons é conservado. A correlação entre as duas saídas é dada pela relação:

$$\langle \hat{n}_5 \hat{n}_6 \rangle = 1/4 \left[\langle (\Delta \hat{n}_1)^2 \rangle - \langle \hat{n}_1 \rangle \right] \left[\text{sen}(\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_3) \right]^2, \quad (2.3-11)$$

que pode ser negativa, nula ou positiva se a estatística dos fótons da entrada for subpoissoniana, Poissoniana ou sSuperpoissoniana, respectivamente. Portanto, um modo possível de analisar a estatística da radiação é por meio da correlação entre as duas saídas do interferômetro da figura 2.7. A geração de luz com estatística Poissoniana e subpoissoniana foi um dos objetivos do nosso trabalho.

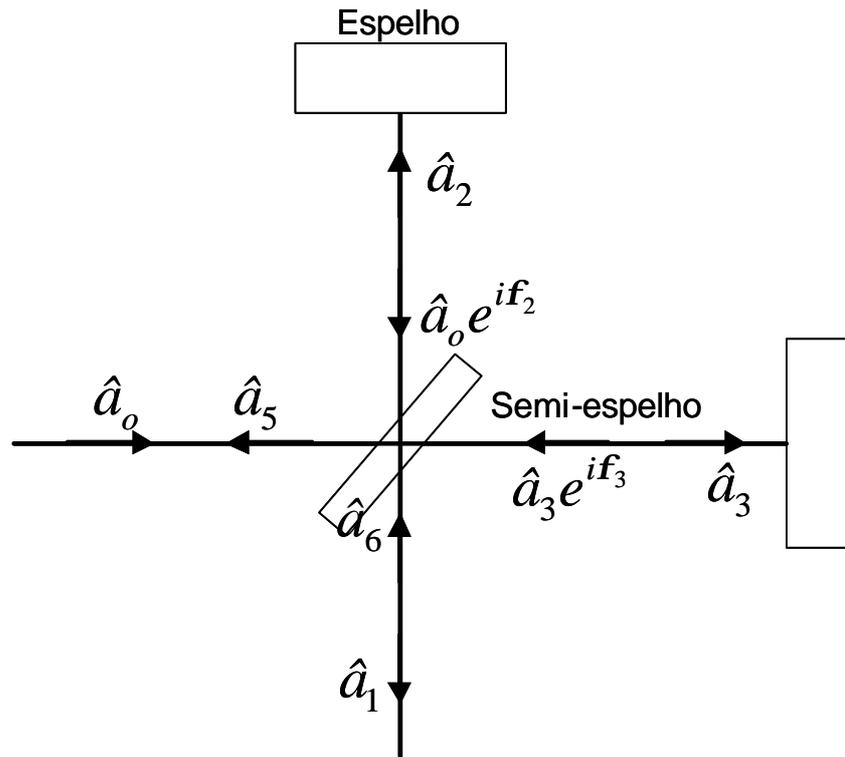


Figura 2.7 - Interferômetro e os operadores representando a radiação.

2.3.2. Interferometria de Fourier

A saída de um interferômetro pode ser coletada por um fotodetector e o sinal por ele gerado, quando plotado em um gráfico em função da diferença de percurso ou da diferença de tempo dos dois feixes, é chamado de interferograma [10]. O interferograma de uma fonte de luz com faixa espectral ampla deve ser parecido com o que está ilustrado na figura 2.8.

A transformada de Fourier do interferograma tem como resultado o espectro da luz que o gerou. Assim o espectro da luz cujo interferograma é o da figura 2.8 é semelhante ao gráfico da figura 2.9. Além disso, pode-se estimar, no interferograma, qual o comprimento ou tempo de coerência da luz. Para isso deve-se decidir por um critério de largura de faixa e observar no gráfico que intervalo satisfaz este critério definindo, assim, o comprimento ou o tempo de coerência. Vejamos como encontrar a densidade espectral da luz a partir do interferograma.

A intensidade da radiação incidente no fotodetector pode ser descrita em termos dos campos elétricos da radiação como segue:

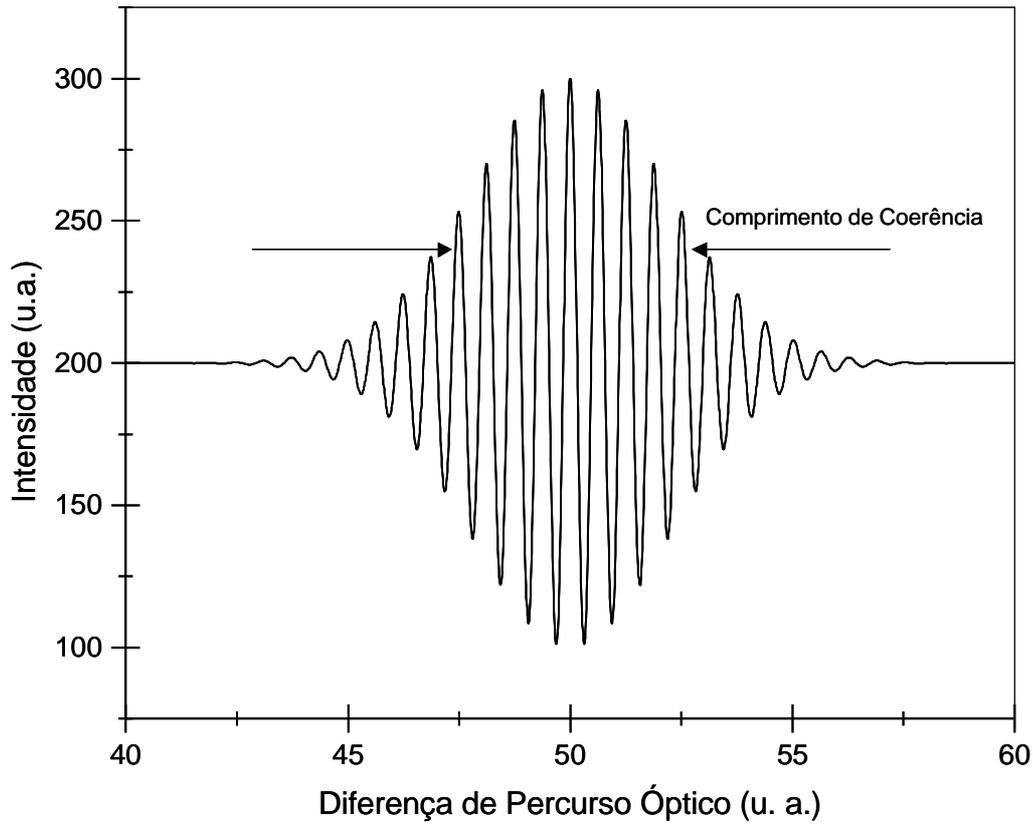


Figura 2. 8 – Interferograma de uma fonte com ampla faixa espectral.

$$I_o = \langle E^*(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E^*(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}, t) dt . \quad (2.3-12)$$

O campo elétrico pode ser representado por meio de suas componentes espectrais da seguinte forma:

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} B(f)^{1/2} e^{2\pi j(\nu t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} df \quad (2.3-13)$$

onde $B(f)^{1/2}$ é a amplitude da componente com frequência igual a f . O campo elétrico incidente no fotodetector é a soma de dois campos:

$$E_o(\mathbf{r}, t) = \frac{E(\mathbf{r}, t)}{2} + \frac{E(\mathbf{r}, t + \mathbf{t})}{2}, \quad (2.3-14)$$

onde t é a diferença de tempo entre a chegada dos dois feixes do interferômetro. A intensidade pode ser calculada usando a expressão (2.3-12):

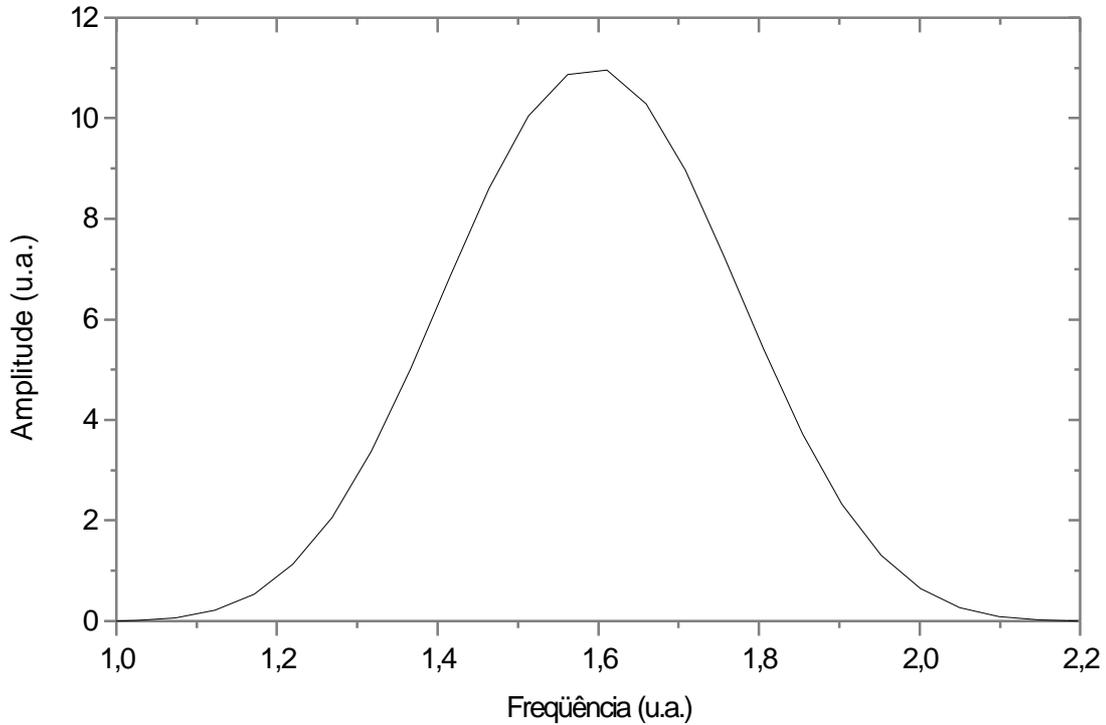


Figura 2. 9 – Espectro de frequências da luz cujo interferograma está mostrado na figura 2.7.

$$I_{out} = \langle E_o^*(\mathbf{r}, t) E_o(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left[\frac{E(\mathbf{r}, t)}{2} + \frac{E(\mathbf{r}, t+t)}{2} \right]^* \left[\frac{E(\mathbf{r}, t)}{2} + \frac{E(\mathbf{r}, t+t)}{2} \right] dt. \quad (2.3-15)$$

Calculando a integral acima, pode-se mostrar que:

$$I_{out} = \frac{I_o}{2} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(f)}{2} \cos(2\pi\nu t) df. \quad (2.3-16)$$

Se fizermos a definição

$$C(t) = I_{out} - \frac{I_o}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(f)}{2} \cos(2\pi\nu t) df, \quad (2.3-17)$$

então, para encontrarmos a densidade espectral $B(f)$ é necessário fazer uma transformada de Fourier dos cossenos em $C(t)$, que é a intensidade de luz incidente menos metade da intensidade da luz que entra no interferômetro, ou seja, é o interferograma a menos de uma componente DC.

Dispositivos Optoeletrônicos

Capítulo 3 – Dispositivos Optoeletrônicos

Neste capítulo discorreremos a respeito dos dispositivos semicondutores que foram utilizados em nosso experimento: o led e o fotodetector. Será feita uma breve revisão dos principais tópicos relacionados à física destes componentes e ao seu princípio de funcionamento. Os dispositivos utilizados em nosso experimento estão descritos mais detalhadamente no capítulo 5 onde discutimos a montagem experimental e seus principais componentes. Iniciaremos com uma revisão a respeito de semicondutores e junção p-n e taxas de recombinação. Em seguida veremos os princípios de funcionamento dos leds e dos fotodetectores.

3.1. Junção p-n

Uma junção p-n [1] consiste de uma seção feita de material semicondutor tipo p em contato ôhmico com outra seção tipo n . A seção tipo p possui um número de buracos (portadores majoritários) muito maior que o número de elétrons (portadores minoritários). Na seção tipo n ocorre o contrário.

Quando dois tipos de semicondutor (tipo p e tipo n) são postos em contato há o surgimento de uma região, em ambos os lados da junção, que fica quase totalmente exaurida, de portadores móveis. Esta região, chamada de região de depleção (do inglês *deplete = exaurir*), contém apenas cargas fixas (íons positivos no lado n e negativos no lado p). A distribuição destas cargas cria um campo elétrico interno que faz surgir uma diferença de potencial V_o entre os dois lados da junção (ver figura 3.1).

A polarização direta da junção p-n, isto é, a ligação de uma fonte de tensão com o terminal positivo ligado ao lado p , reduz a barreira de potencial de uma quantidade eV , onde V é a diferença de potencial aplicada (ver figura 3.2). Além disso, uma corrente elétrica passa a fluir através da junção:

$$I = I_S \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right), \quad (3.1-1)$$

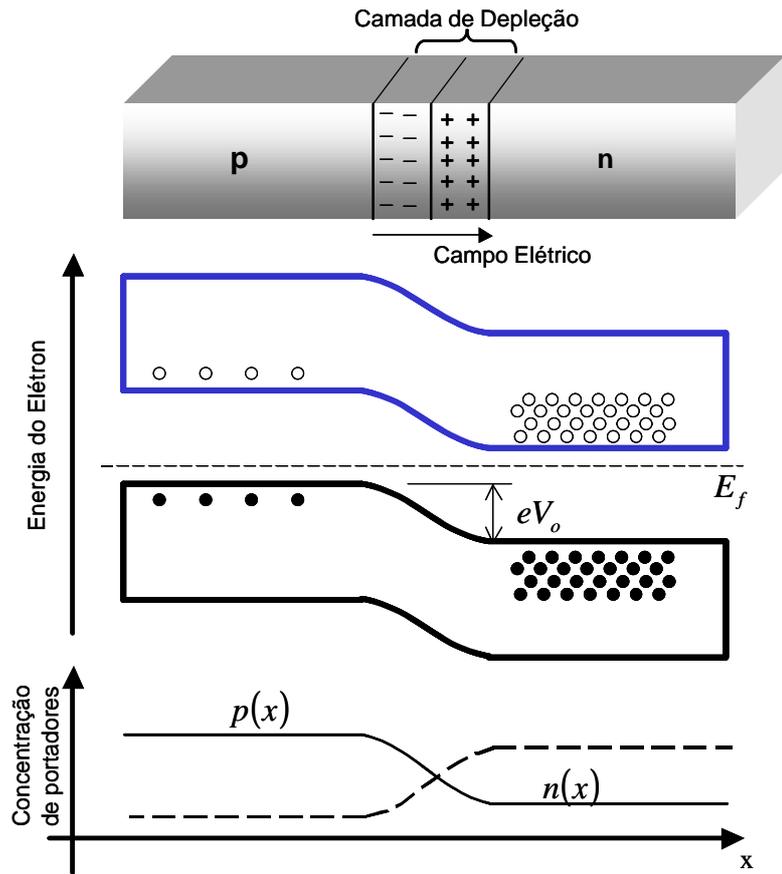


Figura 3.1- Junção p-n em equilíbrio térmico: A camada de depleção; o diagrama de energias e a concentração de portadores. E_f é a energia de Fermi.

onde I_s é uma constante chamada corrente de saturação reversa. T é a temperatura e k_B é a constante de Boltzman.

3.2. Geração, Recombinação e Injeção de Portadores

Em um material semiconductor, elétrons excitados termicamente podem transitar da banda de valência para a banda de condução resultando na geração de pares elétron-buraco (figura 3.3). Em equilíbrio térmico este processo deve ser acompanhado por um processo reverso chamado recombinação elétron-buraco. Este processo ocorre quando um elétron decai da banda de condução para a banda de valência se recombinando com um buraco emitindo, desta forma, energia. Quando a energia é emitida na forma de fóton tem-se o que se chama de recombinação radiativa. Recombinações não radiativas podem ocorrer de

diversas formas como transferência de energia vibracional para a rede cristalina (criando fônons) ou transferindo energia para outro elétron livre (processo Auger).

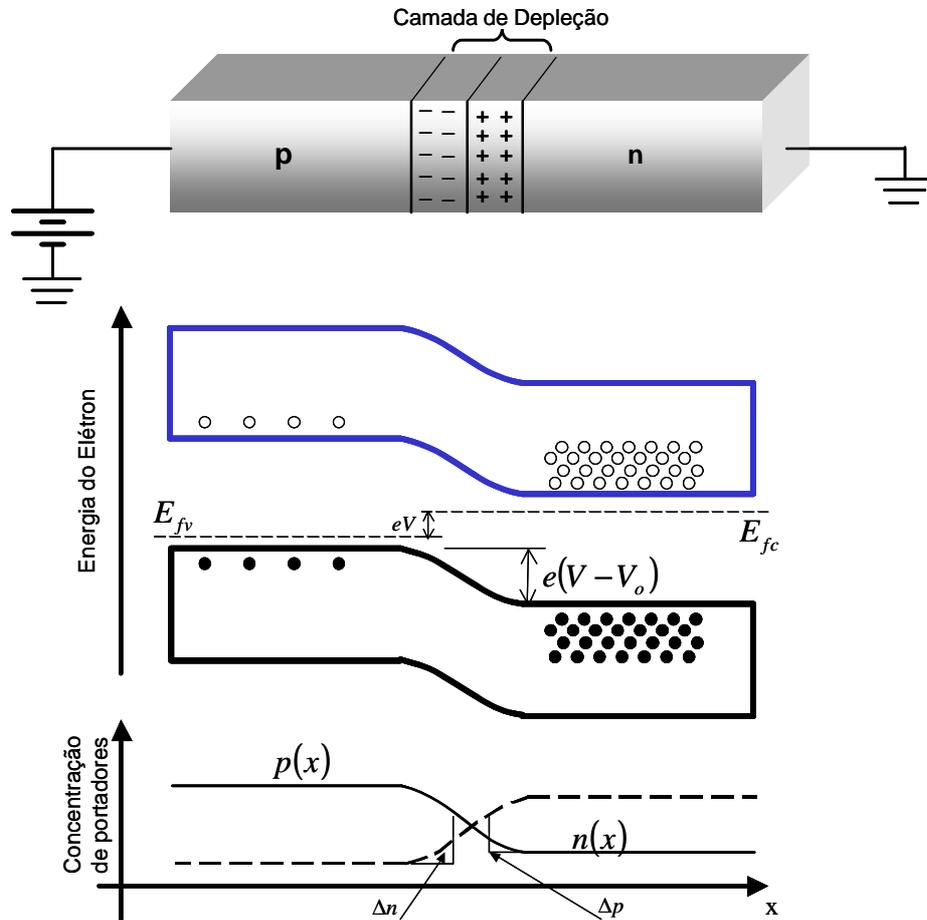


Figura 3.2 - Diagrama de energia e concentração de portadores para junção polarizada diretamente.

A taxa de recombinação pode ser considerada proporcional ao produto das concentrações de elétrons (n) e buracos (p), já que para ocorrer a recombinação é necessária a existência dos dois tipos de portadores, ou seja:

$$\text{Taxa de recombinação} = r.n.p, \quad (3.2-1)$$

onde r (cm^3/s) é um parâmetro que depende do material, da temperatura e também da dopagem do semiconductor.

A concentração de equilíbrio de elétrons e buracos n_o e p_o , respectivamente, são definidas quando a geração e a recombinação estão em equilíbrio, de modo que, as taxas de geração e de recombinação são iguais. Se G_o for tomado como a taxa de geração, tem-se:

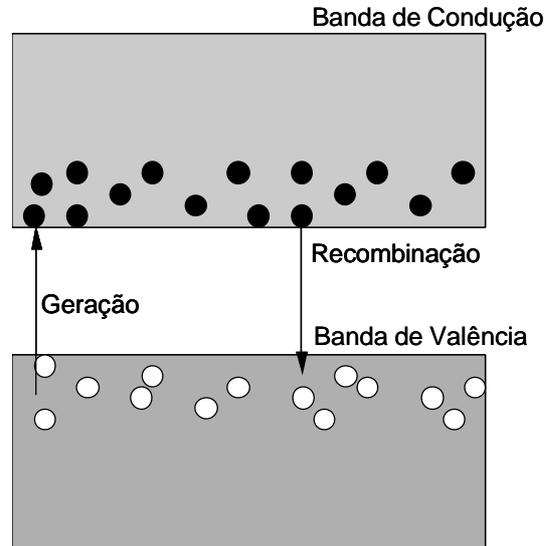


Figura 3.3 – Geração e recombinação de pares elétron-buraco.

$$G_o = r.n_o.p_o. \quad (3.2-2)$$

Vamos supor, agora, que pares elétron-buraco estão sendo gerados a uma taxa R (pares por unidade de volume por unidade de tempo) por meio de um mecanismo externo de injeção. Um novo equilíbrio será atingido com novas concentrações iguais a:

$$\left. \begin{array}{l} n = n_o + \Delta n \\ p = p_o + \Delta p \end{array} \right\}. \quad (3.2-3)$$

Deve estar claro que $\Delta n = \Delta p$ já que elétrons e buracos são gerados aos pares. Para a nova taxa de geração teremos:

$$G_o + R = r.n.p. \quad (3.2-4)$$

Usando esta equação junto com a equação (3.2-2) podemos escrever:

$$R = r(np - n_o p_o) = r(n_o \Delta n + p_o \Delta p + \Delta n^2) = r\Delta n(n_o + p_o + \Delta n). \quad (3.2-5)$$

A seguir vamos definir o tempo de vida dos pares injetados como:

$$t = \frac{1}{r[(n_o + p_o) + \Delta n]}. \quad (3.2-6)$$

E com isso, a equação (3.2-5) fica:

$$R = \frac{\Delta n}{t}. \quad (3.2-7)$$

Se a taxa de injeção for tal que $\Delta n \ll n_o + p_o$ então:

$$t \approx \frac{1}{r(n_o + p_o)}. \quad (3.2-8)$$

Em materiais tipo n onde $n_o \gg p_o$, podemos dizer que:

$$t \approx \frac{1}{rn_o}. \quad (3.2-9)$$

Ou seja, o tempo de vida dos pares é proporcional à concentração de portadores. Para materiais tipo p ($p_o \gg n_o$) chegaríamos a um resultado similar:

$$t \approx \frac{1}{rp_o}. \quad (3.2-10)$$

Se a taxa de injeção R for conhecida a equação (3.2-7) permite que a concentração em estado estacionário seja determinada:

$$\Delta n = R.t. \quad (3.2-11)$$

3.3. Eficiência Quântica Interna

A razão entre a taxa de recombinação radiativa e a taxa de recombinação total (radiativa + não radiativa) é definida como a eficiência quântica interna (h_i) de um material semiconductor. Este parâmetro determina a eficiência da geração de luz no material. Se a taxa total de recombinação (3.2-2) for reescrita separando o parâmetro r em duas partes (uma parte radiativa e outra não radiativa), a eficiência quântica interna pode ser escrita como:

$$h_i = \frac{r_r}{r} = \frac{r_r}{r_r + r_{nr}} . \quad (3.3-1)$$

E com a equação (3.2-7) podemos escrever:

$$\frac{1}{t} (n_o + p_o r) = (n_o + p_o) (r_r + r_{nr}) = \frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_{nr}} . \quad (3.3-2)$$

Assim, a eficiência interna pode ser reescrita da seguinte forma:

$$h_i = \left(\frac{1/t_r}{1/t} \right) = \frac{t}{t_r} = \frac{t_{nr}}{t_r + t_{nr}} . \quad (3.3-3)$$

O tempo de vida da recombinação radiativa governa as taxas de absorção e emissão de fótons. Seu valor depende das concentrações de portadores e do parâmetro r_r do material.

$$t_r = \frac{1}{r_r (n_o + p_o)} . \quad (3.3-4)$$

A tabela 3.1 contém valores típicos para as taxas de recombinação e tempos de vida dos pares injetados para os materiais: silício (Si) e arseneto de gálio (GaAs). Os valores são dados para uma concentração $n_o = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ e uma temperatura $T = 300 \text{ K}$.

O silício possui uma eficiência interna muito menor que a do arseneto de gálio por se tratar de um material de gap indireto. É por isso que materiais de gap direto como o GaAs são mais indicados para fabricação de dispositivos emissores de luz do os de gap indireto como o silício

Tabela 3.1 – Valores típicos de tempos de recombinação e eficiência quântica interna para o silício e o arseneto de gálio [1].

Material	r_r (cm ³ /s)	t_r	t_{nr}	t	h_i
Si	10^{-15}	10 ms	100 ns	100 ns	10^{-5}
GaAs	10^{-10}	100 ns	100 ns	50 ns	0,5

3.4. Interação entre Fótons e Elétrons/Buracos

Passaremos a estudar as propriedades ópticas dos semicondutores dando ênfase aos processos de emissão e absorção que são fundamentais para a operação de fontes e detectores de luz. O tratamento formal dos processos de transição foi abordado no capítulo 2 e aqui vamos discutir o que acontece especificamente nos materiais semicondutores.

3.4.1. Transições Interbanda

Há vários mecanismos que levam a processos de emissão ou absorção. O mais importante para os estudos de leds e fotodetectores é a transição interbanda que vem a ser a transição de um elétron da banda de valência para a banda de condução devido à absorção de um fóton ou a transição contrária resultando na emissão de um fóton. Os outros mecanismos de transição são: transição impureza-banda; transição intrabanda; transições excitônicas e transição com fônons.

Para que as transições entre as bandas de valência e de condução possam ocorrer algumas condições devem ser satisfeitas. A seguir veremos essas condições.

- Conservação de Energia:

A emissão ou absorção de um fóton de energia $h\nu$ requer que a diferença de energia dos estados final e inicial do elétron seja igual à energia do fóton:

$$E_f - E_i = \hbar\omega. \quad (3.4-1)$$

- Conservação de Momento

A conservação de momento também deve ocorrer no processo:

$$p_f - p_i = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda} = p_{\text{fóton}}. \quad (3.4-2)$$

O momento do fóton em geral é desprezível em comparação ao do elétron, de modo que $k_f \approx k_i$. É por esse motivo que se diz que as transições são verticais, pois a mudança no valor de k é desprezível como mostra a figura 3.4.

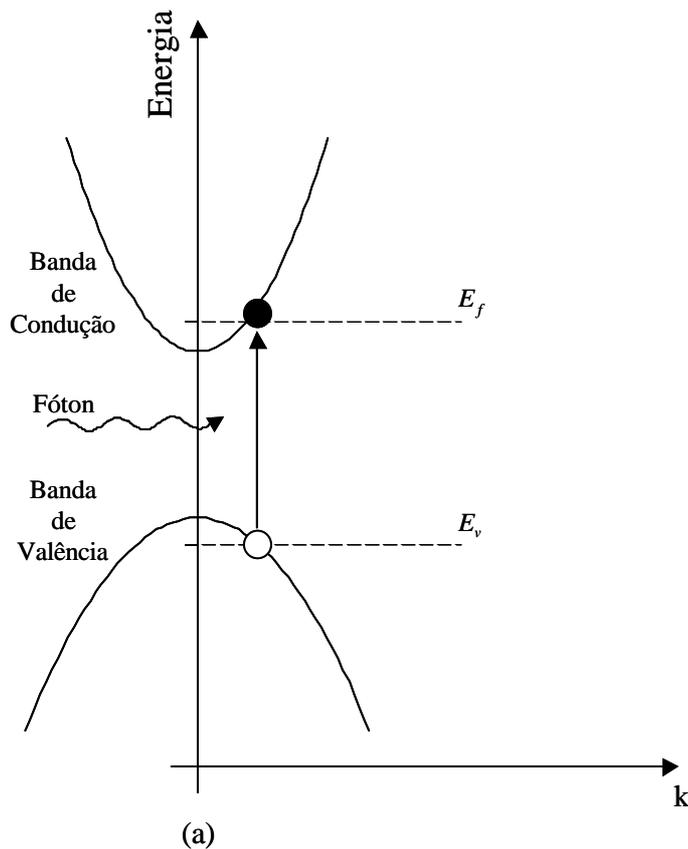


Figura 3.4 – Transições verticais.

- Densidade de Estados

A densidade de estados $r(\omega)$ determina a quantidade de estados (com energia $\hbar\omega$) que podem ser ocupados por elétrons e buracos e é expressa por:

$$r(\omega) = \frac{(2m_r)^{3/2}}{p\hbar^2} (\hbar\omega - E_g)^{1/2}, \quad \hbar\omega \geq E_g. \quad (3.4-3)$$

- Transição em semicondutores de gap indireto

Em materiais de gap indireto as recombinações que ocorrem próximo ao topo da banda de valência e ao fundo da banda de condução requerem uma mudança no momento que não pode ser transmitida ao fóton. A conservação de momento se dá pela geração de fônons que possuem um momento relativamente elevado, porém com energia muito pequena. A probabilidade de que esse tipo de transição ocorra é muito reduzida, de modo que materiais de gap indireto são muito pouco eficientes para geração de luz.

Entretanto, a absorção, que também exige geração de fônons, é mais provável de ocorrer, pois junto com ela acontece um processo de termalização do elétron excitado. Portanto, os materiais de gap indireto podem ser tão eficientes, como detector de luz, quanto os de gap direto. Os fotodetectores utilizados em nosso experimento, por exemplo, foram de silício, um material de gap indireto.

3.4.2. Taxas de Absorção e de Emissão

As transições que ocorrem no semicondutor são modeladas por meio de densidades de probabilidades que são determinadas por: probabilidade de ocupação dos estados; probabilidade de transição e densidade de estados.

Para que uma transição possa ocorrer é necessário que as condições de ocupação sejam satisfeitas. São elas:

Condição de Emissão: Um estado da banda de condução de energia E_f está preenchido com um elétron e um estado da banda de valência de energia E_i está vazio (ocupado por um buraco).

Condição de Absorção: Um estado da banda de condução de energia E_f está vazio e um estado da banda de valência de energia E_i está preenchido.

Matematicamente podemos escrever as probabilidades de emissão e absorção, respectivamente, por:

$$f_e(\mathbf{w}) = f_c(E_f)[1 - f_v(E_i)], \quad (3.4-4)$$

$$f_a(\mathbf{w}) = [1 - f_c(E_f)]f_v(E_i), \quad (3.4-5)$$

onde $f_v(E)$ e $f_c(E)$ são as probabilidades de ocupação de estados com energia E nas bandas de valência e condução, respectivamente.

Uma transição radiativa entre dois níveis discretos de energia E_i e E_f é caracterizada por uma seção de choque $\mathbf{s}(\mathbf{w}) = (I^2 / 8\pi t_r)g(\mathbf{w})$, onde $g(\mathbf{w})$ é uma função que pode ser aproximada por uma função delta de Dirac.

A densidade de probabilidade para emissão espontânea de um fóton em um modo na faixa de frequência \mathbf{n} , $\mathbf{n} + d\mathbf{n}$ é igual a:

$$P_{sp}(\mathbf{w}) = \frac{1}{t_r} g(\mathbf{w})d\mathbf{n}. \quad (3.4-6)$$

E a densidade de probabilidade para a absorção de um fóton em uma frequência entre \mathbf{n} e $\mathbf{n} + d\mathbf{n}$ é dada por:

$$P_{abs}(\mathbf{w}) = f_w \mathbf{s}(\mathbf{w})d\mathbf{n}. \quad (3.4-7)$$

onde f_w é a densidade espectral do fluxo de fótons (fótons por unidade de tempo por unidade de área por unidade de frequência).

Finalmente, as taxas de absorção e emissão (dadas em fótons por segundo por Hertz por cm^3) são expressas por:

$$r_{sp}(\mathbf{w}) = \frac{1}{t_r} r(\mathbf{w}) f_c(\mathbf{w}), \quad (3.4-8)$$

e

$$r_{abs}(\mathbf{w}) = f_w \frac{I^2}{8pt_r} r(\mathbf{w}) f_a(\mathbf{w}). \quad (3.4-9)$$

A equação (3.4-8) é o resultado que descreve o funcionamento de leds enquanto que a (3.4-9) descreve o comportamento dos fotodetectores.

3.5. Leds

Um diodo emissor de luz (LED – **L**ight **E**mitting **D**iode) é um dispositivo de semicondutor capaz de emitir luz nas faixas visível e infravermelho devido a um fluxo de corrente elétrica através dele [2]. Essencialmente trata-se de uma junção p-n feita de materiais diferentes ou idênticos. O comprimento de onda da luz emitida é determinado pela energia dos fótons que, em geral, é aproximadamente igual à energia de gap do material semicondutor na região ativa do dispositivo.

A pastilha semicondutora onde se fabrica o led tem dimensão, tipicamente, igual a $250 \times 250 \mu\text{m}^2$ e tem sua parte inferior eletricamente conectada a um dos terminais. O outro terminal é conectado à parte superior da pastilha por um fio de ligação extremamente fino.

3.5.1. Taxa de Emissão

A estrutura básica de um led consiste de uma junção p-n como a da figura 3.1. Quando esta junção é polarizada diretamente, elétrons são injetados na região p enquanto buracos são injetados na região n permitindo os portadores minoritários se recombinarem com os portadores majoritários, em cada região, emitindo energia em forma de fótons.

A taxa de emissão de fótons pode ser calculada a partir da taxa de injeção de pares elétron-buraco R . O fluxo de fótons f (fótons por segundo) gerados em um volume V do semiconductor é proporcional a R . Usando as equações (3.2-7) e (3.2-8) pode-se escrever as seguintes relações:

$$\Delta n = R t \quad (3.5-1)$$

e

$$R = r(n_o + p_o). \quad (3.5-2)$$

A injeção da quantidade $R.V$ pares por segundo leva à geração de um fluxo de fótons dado por:

$$f = h_i R V = h_i \frac{V \Delta n}{t} = \frac{V \Delta n}{t_r}. \quad (3.5-3)$$

Como se vê, o fluxo interno de fótons é proporcional à taxa de injeção de pares elétron-buraco R . Essa última equação explica porque os materiais de gap direto são mais recomendados para a fabricação de leds, pois esses materiais possuem uma eficiência quântica interna h_i maior que a dos materiais de gap indireto, e portanto, um maior fluxo de fótons será gerado para um mesmo valor de injeção de pares.

A densidade espectral da luz gerada nos leds pode ser determinada usando a taxa de emissão encontrada anteriormente:

$$r_{sp}(\mathbf{w}) = \frac{1}{t_r} \mathbf{r}(\mathbf{w}) f_c(\mathbf{w}). \quad (3.5-4)$$

O fluxo de fótons é obtido a partir dessa equação integrando sobre todas as frequências e multiplicando pelo volume V :

$$\Phi = V \int_0^\infty r_{sp}(\mathbf{w}) d\mathbf{w} = \frac{V(m_r)^{3/2}}{\sqrt{2\mathbf{p}}^{3/2} \hbar^3 t_r} (k_B T)^{3/2} e^{\left(\frac{E_{fc} - E_{fv} - E_g}{k_B T}\right)}, \quad (3.5-5)$$

onde E_{fv} e E_{fc} são os quase-nível de Fermi para as bandas de valência e de condução, respectivamente.

A distribuição espectral de potência da radiação emitida é importante, pois determina os comprimentos de onda que o led irá emitir.

3.5.2. Operação do led

Uma corrente I injetada no led aumenta a concentração de portadores em estado estacionário Δn fazendo com que a recombinação radiativa também aumente. O número total de portadores por segundo passando através da junção é dada por i/e (onde e é a carga do elétron), logo, podemos escrever a taxa de injeção de portadores como:

$$R = \frac{i/e}{V}. \quad (3.5-7)$$

Como $R = \frac{\Delta n}{t}$, temos:

$$\Delta n = \frac{(i/e)t}{V}, \quad (3.5-8)$$

e o fluxo de fótons será dado por (ver equação (3.5-3)):

$$f = h_i \frac{i}{e}. \quad (3.5-9)$$

Ou seja, uma fração h_i dos portadores injetados são efetivamente transformados em fótons. Entretanto, à medida que o fluxo viaja dentro do material, a luz é atenuada devido ao coeficiente de absorção do material. Por isso, o fluxo de fótons que sai do dispositivo é menor que aquele da equação (3.5-9). Para representar esta perda define-se uma eficiência externa h_{ex} e o fluxo resultante será:

$$f_o = h_{ex} h_i f = h_{ex} f, \quad (3.5-10)$$

onde h_e é a eficiência de transmissão do material. Outra forma de se medir a eficiência do led é usando a chamada eficiência de conversão de potência que é definida como razão entre a potência óptica gerada P_o e a potência elétrica aplicada ao dispositivo $I.V$.

$$h = \frac{P_o}{I.V} = \frac{h_{ex} \hbar \omega}{eV}. \quad (3.5-11)$$

Em geral $\hbar \omega \approx eV$, portanto $h \approx h_{ex}$. Esta é a eficiência que usaremos para calcular a redução do ruído da luz gerada por leds no capítulo 5. O led que utilizamos em nosso experimento tem uma eficiência igual a 0,22.

Um gráfico típico da intensidade de um led de luz versus corrente está ilustrado na figura 3.5 a seguir.

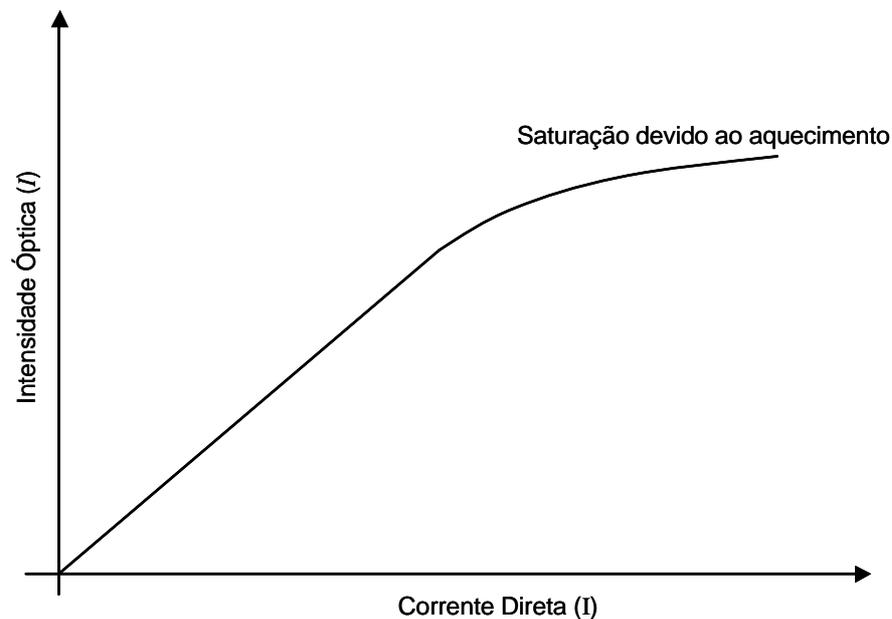


Figura 3.5 – gráfico Intensidade Óptica x Corrente de um led.

A resposta em frequência [3] dos leds é outro parâmetro importante. É definida como a resposta no tempo da emissão de luz do dispositivo a uma modulação criada pela corrente

que alimenta o led. Se a corrente de excitação tem uma frequência ω , então a resposta do led é determinada pela expressão:

$$I(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 t^2}}, \quad (3.5-12)$$

onde t é o tempo de recombinação radiativa. A figura 3.6 ilustra a resposta em frequência de um led.

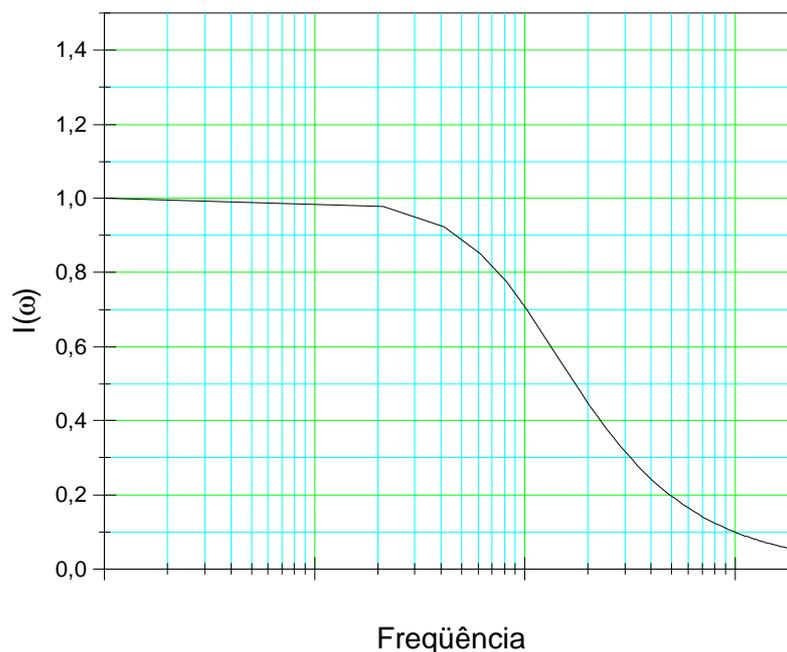


Figura 3.6 – Resposta em frequência do led.

A temperatura também é um fator que pode afetar as características do led quanto à emissão de luz. Este efeito pode ser quantizado com o uso da expressão:

$$I(T) = I_o e^{-\left(\frac{T}{T_l}\right)}, \quad (3.5-13)$$

onde T_l é um parâmetro que depende do material. T_l deve ser o maior possível para evitar a dependência da temperatura na emissão do led. Além da amplitude da intensidade de emissão deve ser lembrado o fato de que o gap do material muda com a temperatura fazendo com que o comprimento de pico da emissão também varie com a temperatura.

3.6. Fotodetectores

Fotodetectores são dispositivos semicondutores que são responsivos a fótons e partículas de alta energia. Os fotodetectores operam absorvendo fótons e gerando um fluxo de corrente proporcional à intensidade da radiação incidente em um circuito externo. Podem ser usados para detectar a presença ou ausência de quantidade mínima de luz e para medições precisas de intensidades que vão de $1\text{pW}/\text{cm}^2$ a $100\text{mW}/\text{cm}^2$. São aplicados em diversas atividades como: espectroscopia, instrumentação, sensores de posição, comunicações ópticas, equipamentos médicos, etc.

Estes dispositivos são feitos basicamente de três tipos de materiais: silício (Si), germânio (Ge) e InGaAs. Há dois tipos de fotodiodos, a saber: PIN e ou APD (Avalanche Photodiode). No nosso experimento os fotodiodos usados foram do tipo PIN, portanto nos ateremos apenas a este tipo de fotodetector.

3.6.1. Absorção Óptica em Semicondutores

Quando a radiação atinge o fotodetector, o fóton pode fazer com que um elétron da banda de valência transite para banda de condução (ver figura 3.7).

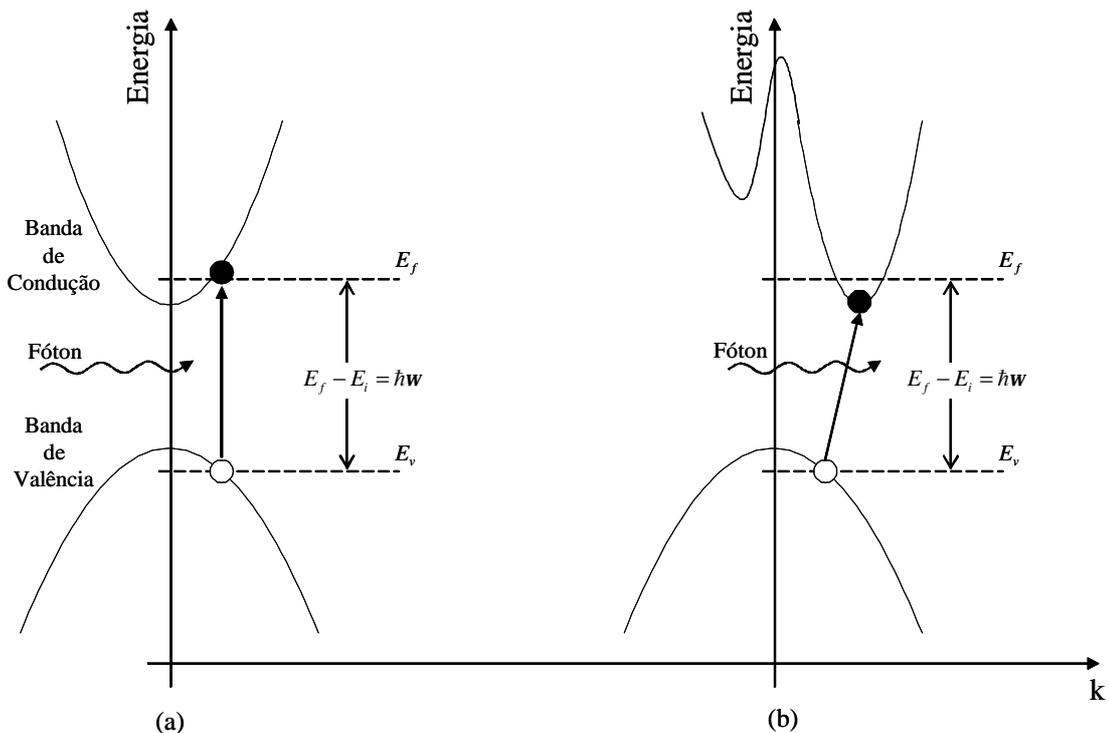


Figura 3.7 – Absorção de um fóton. (a) Absorção direta, (b) Absorção com fóton.

Para que isso ocorra é necessário que a energia do fóton seja pelo menos igual à energia de gap do semiconductor. Este processo de absorção do fóton gera um par elétron-buraco e na existência de um campo elétrico devido à junção p-n esse par irá se separar movendo-se cada carga (elétron e buraco) para lados opostos. Para aumentar a intensidade do campo elétrico aplica-se um potencial reverso à junção para que haja uma separação mais efetiva das cargas, tornando a corrente gerada maior para uma mesma intensidade de luz incidente. O processo de absorção é mais forte quando um fóton causa a transição de um elétron diretamente. Como o momento do fóton é extremamente pequeno quando comparado ao momento do elétron, a conservação de momento faz com que a transição seja praticamente vertical no espaço dos k , como ilustra a figura 3.7a. Essas transições ocorrem próximo ao máximo e ao mínimo das bandas de valência e condução, respectivamente. Para semicondutores de gap direto pode-se expressar o coeficiente de absorção como [4]:

$$\alpha(\hbar\omega) = \frac{2pe^2\hbar^2}{3n_r cm_o^2 e_o} \frac{|p_{cv}|^2}{\hbar\omega} \frac{\sqrt{2}(m_r^*)^{3/2}(\hbar\omega - E_g)}{p^2\hbar^3}, \quad (3.6-1)$$

onde:

m_r^* é a massa reduzida do sistema elétron-buraco; n_r é o índice de refração do material; $\hbar\omega$ é a energia do fóton; E_g é energia de gap e p_{cv} é o elemento de matriz que permite que haja transição.

Quando o semiconductor não é de gap direto as transições verticais não são possíveis e a absorção só ocorre com geração de fônons, conforme ilstado na figura 3.7b.

3.6.2. Fotocorrente em Fotodiodos PIN

O fotodetector PIN é uma junção p-n com uma camada semicondutora de caráter isolante. A figura 3.8 ilustra o esquema de um fotodetector deste tipo. À medida que a luz se propaga na junção p-n do dispositivo sua intensidade vai sendo diminuída devido à absorção que gera pares elétron-buraco. A fotocorrente gerada por essa absorção de fótons pode ser calculada por [5]:

$$I_L = Ae \int_0^W (1-R)G_L dx, \quad (3.6-2)$$

onde G_L é a taxa com que a luz vai sendo absorvida (eq. 3.6-3), ou pares elétron-buraco vão sendo criados, $(1-R)$ indica a fração de fótons incidentes que penetrou no fotodetector, W é o comprimento da região de depleção onde estamos considerando que se dá toda a absorção e A sua área.

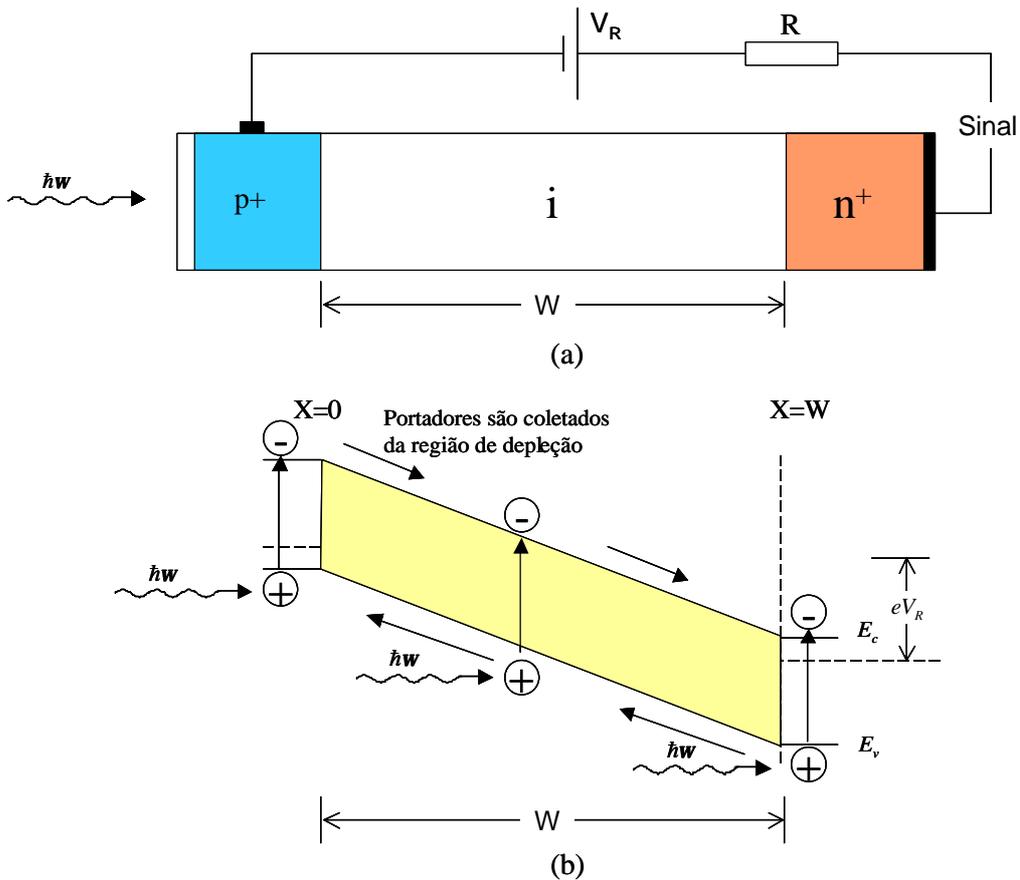


Figura 3.8 – Esquema do fotodetector tipo PIN. Fluxo de portadores [4].

$$G_L = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{h\nu} I_o e^{-ax} \right] \quad (3.6-3)$$

Fazendo-se a integração da equação (3.6-2) pode-se chegar ao resultado para a fotocorrente gerada:

$$I_L = I_o \frac{Ae}{h\nu} (1-R) (1 - e^{-aW}) \quad (3.6-4)$$

I_o é a intensidade de luz que incide na superfície do fotodetector. A diminuição da refletividade R é feita com uma camada anti-refletora na superfície de incidência da luz no fotodiodo, aumentando-se a corrente gerada.

3.6.3. Responsividade e Eficiência Quântica

A responsividade R do fotodetector é a relação entre a corrente gerada e a intensidade óptica que incide sobre ele, ou seja:

$$R = \frac{I_f}{I_o} = \frac{Ae}{\hbar\omega} (1-R)(1-e^{-a\omega}) = \frac{AeI}{hc} (1-R)(1-e^{-a\omega}) \quad (3.6-5)$$

A responsividade depende do comprimento de onda dos fótons incidentes, por exemplo, se a energia dos fótons for menor do que a energia de gap do material semiconductor eles não serão absorvidos e não haverá geração de fotocorrente. Se, por outro lado, o comprimento de onda dos fótons for menor que o comprimento de onda de corte do fotodetector, ou seja, a energia do fóton é maior que a do gap, a fotocorrente será gerada e a diferença de energia será transformada em calor. O gráfico da figura 3.9 ilustra a responsividade para um fotodetector de silício e a responsividade de um fotodetector ideal. Note que só há geração de fotoelétrons quando o comprimento de onda destes for maior que o comprimento de onda de corte determinado pela energia de gap do material.

A eficiência quântica é outro parâmetro importante dos fotodetectores. É definida como a razão entre o número de elétrons gerados e o número de fótons que os gerou.

$$h = \frac{I_f/e}{I_o/\hbar\omega} = \frac{eI}{hc} (1-R)(1-e^{-a\omega}). \quad (3.6-6)$$

3.6.4. Resposta em Frequência

A resposta em frequência dos fotodetectores depende de parâmetros físicos do dispositivo assim como dos parâmetros do circuito externo de polarização. Considerando o

circuito de polarização mostrado na figura 3.8a o tempo de subida (10 a 90% da carga total) do fotodetector é calculado como:

$$t_r = \frac{2,2R}{W} eA, \quad (3.6-7)$$

onde A é a área da junção e e , a permissividade elétrica do material.

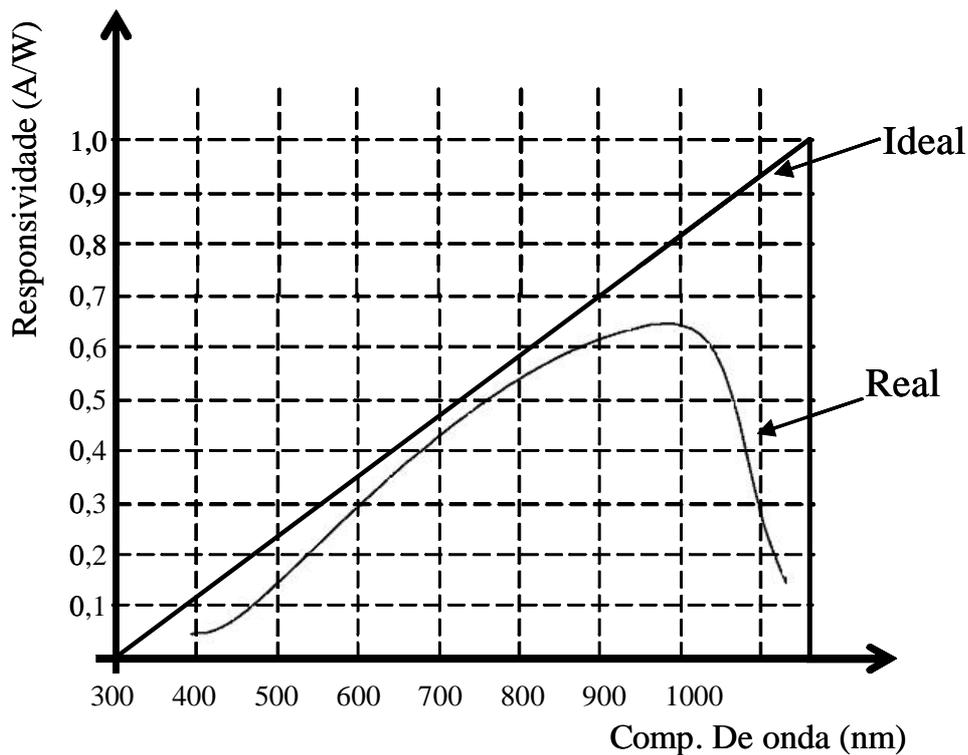


Figura 3.9 – Responsividade de fotodetector de silício e fotodetector ideal.

3.6.5. Ruído em Fotodetectores PIN

Podemos definir o processo de detecção óptica como o processo de contagem de fótons por meio de uma contagem de elétrons que é feita medindo-se a corrente elétrica gerada [5]. Entretanto, durante o processo, fontes indesejadas podem alterar o valor da contagem. Essas fontes são consideradas ruído do processo de detecção. Os principais tipos de ruído são: ruído balístico, corrente de escuro e ruído térmico. A contribuição destes ruídos na fotocorrente é dada por:

Ruído balístico:

$$I_{rb} = \sqrt{2eI\Delta f} \quad (3.6-8)$$

Ruído térmico:

$$I_t = \sqrt{\frac{4kT\Delta f}{R}}, \quad (3.6-9)$$

onde I é a corrente média gerada pelo fotodetector, Δf a banda de frequência considerada e R a resistência.

Corrente de Escuro:

A corrente de escuro é a corrente gerada pelo fotodetector mesmo na ausência de incidência luminosa.

Detecção da Luz

Capítulo 4 – Detecção da Luz

Neste capítulo trataremos duas teorias de detecção da luz, a saber: teoria semiclássica, que modela a radiação eletromagnética como uma onda *clássica* e a emissão de fotoelétrons como um fenômeno *quântico* e a teoria quântica, que modela tanto a radiação eletromagnética como a emissão de fotoelétrons como fenômenos *quânticos*. A teoria clássica, não tratada aqui, modela tanto a radiação como o elétron emitido classicamente e existem várias “versões” sendo a de Mandel [1] a mais completa cujos resultados se igualam aos das teorias semiclássicas.

4.1. Teoria Semiclássica da Detecção Óptica

Nesta seção apresentaremos a teoria de detecção óptica que modela a radiação eletromagnética como uma onda *clássica* e a emissão de fotoelétrons como um fenômeno *quântico*. Neste caso o campo eletromagnético é representado por um potencial externo que perturba os elétrons do fotodetector. Tal aproximação é conhecida como semiclássica e é muito mais simples do que o tratamento totalmente quântico. Apesar da relativa simplicidade tal aproximação tem limitações que, entretanto, não influem em sua utilidade em determinadas circunstâncias. Nossa aproximação nesta seção será aquela adotada por Mandel, Sudarshan e Wolf em seu trabalho sobre detecção óptica publicado em 1964 [2].

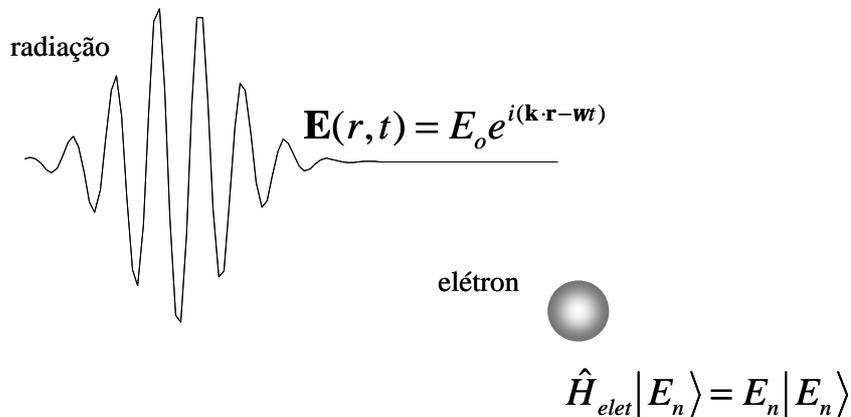


Figura 4.1 – Representação do modelo semiclássico

4.1.1. Probabilidade Diferencial de Fotodetecção

Considere uma radiação eletromagnética *quase-monocromática*, representada pelo seu vetor potencial $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ interagindo com um sistema quântico (elétron em um estado ligado $|y_1\rangle$) que faz o papel de um fotodetector. Suponha que o estado ligado, juntamente com um *continuum* de estados não ligados, forma um conjunto completo ortonormal de auto-estados do Hamiltoniano independente do tempo \hat{H}_o do sistema.

$$\hat{H}_o |E_o\rangle = E_o |E_o\rangle,$$

onde $|E_o\rangle$ é o auto-estado relativo ao estado ligado com auto-valor E_o . Para o elétron no estado ligado E_o tipicamente tem valor negativo e da ordem de -1eV . Se expressarmos a energia em termos da frequência $|E_o| = \hbar\omega_o$, então ω_o seria da ordem de 10^{15} Hz. Sob a influência do campo de radiação o elétron pode transitar do estado inicial (estado ligado) para outro de um conjunto de auto-estados de energia positiva $|E\rangle$:

$$\hat{H}_o |E\rangle = E |E\rangle, \quad (4.1-1)$$

havendo, assim, a emissão do elétron. A probabilidade dessa transição ocorrer, em um intervalo de tempo Δt , pode ser calculada a partir da equação (2.2-33).

$$\text{Probabilidade de Transição} = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int \langle E | \hat{H}_I(t_1) | E_o \rangle dt_1 \right|^2, \quad (4.1-2)$$

Sendo $\hat{H}_I(t_1)$ o Hamiltoniano de interação expresso, usando a equação (2.2-25), por:

$$\hat{H}_I(t_1) = \frac{-e}{m} e^{[j\hat{H}_o(t_1-t_o)/\hbar]} \hat{\mathbf{p}}(t_o) e^{[-j\hat{H}_o(t_1-t_o)/\hbar]} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (4.1-3)$$

Usando essa relação podemos escrever o elemento de matriz como segue:

$$\langle E | \hat{H}_I(t_1) | E_o \rangle = \frac{-e}{m} \langle E | e^{[j\hat{H}_o(t_1-t_o)/\hbar]} \hat{\mathbf{p}}(t_o) e^{[-j\hat{H}_o(t_1-t_o)/\hbar]} | E_o \rangle \mathbf{A}(\mathbf{r}, t),$$

$$\langle E | \widehat{H}_I(t_1) | E_o \rangle = \frac{-e}{m} e^{(E-E_o)(t_1-t_o)/\hbar} \langle E | \widehat{\mathbf{p}}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (4.1-4)$$

Como foi dito, estamos supondo que a radiação seja *quase-monocromática* e com uma frequência central igual a \mathbf{w} . Se escolhermos o intervalo Δt muito maior que o período de oscilação $\frac{2\pi}{\mathbf{w}}$, porém desprezível se comparado ao tempo de coerência da radiação, pode-se representar o vetor potencial $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ da seguinte forma:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t_o) e^{i\mathbf{w}(t_1-t_o)} + \mathbf{V}^*(\mathbf{r}, t_o) e^{-i\mathbf{w}(t_1-t_o)}, \quad (4.1-5)$$

onde o termo $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ é a representação analítica [3 e 4] de $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{w}t}$ é uma função envoltória que varia suavemente e se comporta como constante em intervalo de tempo muito menor que o tempo de coerência. Reescrevendo a equação (4.1-3) com o auxílio das relações descritas acima (4.1-4) e (4.1-5), teremos:

$$\begin{aligned} \text{Probabilidade de Transição} &= \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_{t_o}^{t_o+\Delta t} \langle E | \widehat{H}_I(t_1) | E_o \rangle dt_1 \right|^2 = \\ &= \left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \int_0^{\Delta t} [\mathbf{V}(\mathbf{r}, t_o) e^{i[(E-E_o)/\hbar - \mathbf{w}]t'} + \mathbf{V}^*(\mathbf{r}, t_o) e^{-i[(E-E_o)/\hbar - \mathbf{w}]t'}] dt' \right|^2, \end{aligned} \quad (4.1-6)$$

onde $t' = t_1 - t_o$.

O termo proporcional a $\mathbf{V}^*(\mathbf{r}, t)$ na integral oscila com uma frequência igual a $\frac{E}{\hbar} - \frac{E_o}{\hbar} + \mathbf{w}$ que é da ordem de 10^{15} Hz fazendo com que sua contribuição para o resultado da integral seja desprezível para a condição $\Delta t \geq 10^{-15}$ s. Porém o termo proporcional a $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ tem uma frequência igual a $\frac{E - E_o}{\hbar} - \mathbf{w}$, oscilando muito mais lentamente, pois $\frac{(E - E_o)}{\hbar} \sim \mathbf{w}$, portanto com uma contribuição que não pode ser desprezada. Calculando a integral de (4.1-6), desprezando o termo proporcional a $\mathbf{V}^*(\mathbf{r}, t)$, tem-se:

$$Prob. \text{ de Transição} = \left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{V}(\mathbf{r}, t_o) \left[\frac{\text{sen } \frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t}{\frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t} \right]^2 \right|. \quad (4.1-7)$$

Note que esta expressão se refere à probabilidade de o elétron transitar do estado ligado $|E_o\rangle$ para um estado livre $|E\rangle$ em um intervalo de tempo Δt e o que queremos é calcular a probabilidade de o elétron ser emitido, ou seja, transitar do estado ligado para qualquer outro estado livre, não importando qual seja esse estado. Para encontrar essa probabilidade basta integrar a expressão (4.1-7) sobre todos as energias positivas usando o conceito de densidade de estados [5] $\mathbf{s}(E)$, onde $\mathbf{s}(E)dE$ é igual ao número de estados existentes com valor de energia pertencente ao intervalo dE . Além disso, deve-se levar em consideração o fato de que o processo de detecção não se dá de forma homogênea para valores diferentes de energia, ou seja, elétrons com valores diferentes de energia terão probabilidades de transição diferentes. Podemos expressar essa não homogeneidade por meio de uma função $f(E)$, que funciona como peso e multiplica a expressão (4.1-7) antes de ser integrada. Então a probabilidade de que haja emissão do fotoelétron, ou que o elétron seja detectado se preferirmos, será igual a:

Prob. de Emissão =

$$\left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 \int_0^\infty \left\{ \mathbf{s}(E) f(E) \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{V}(\mathbf{r}, t_o) \right|^2 \left[\frac{\text{sen } \frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t}{\frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t} \right]^2 \right\} dE. \quad (4.1-8)$$

Esta expressão ainda nos parece muito complicada e difícil de tirar conclusões práticas, porém podemos fazer algumas simplificações de modo a facilitar a análise. O termo

$$\left[\frac{\text{sen } \frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t}{\frac{1}{2} [(E - E_o)/\hbar - \mathbf{w}] \Delta t} \right]^2$$

tem um comportamento muito aproximado de uma função delta de Dirac, centrada em $(E = E_o + \hbar\mathbf{w})$, se $(E_o + \hbar\mathbf{w})\Delta t \gg 1$. Podemos calcular a integral (4.1-8) com a ajuda da relação [6]:

$$\int_0^{\infty} f(x) \mathbf{d}(x - x_o) dx = \begin{cases} f(x_o), & x_o > 0 \\ 0, & x_o < 0 \end{cases} \quad (4.1-9)$$

Teremos então:

Prob. de Emissão =

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 \int_0^{\infty} \left\{ \mathbf{s}(E) f(E) \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{V}(\mathbf{r}, t_o) \right|^2 \mathbf{d}(E - E_o - \hbar\omega) \right\} dE \\ &= \begin{cases} \left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 \mathbf{s}(E_o + \hbar\omega) f(E_o + \hbar\omega) \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{e} \right|^2 2p\hbar I(\mathbf{r}, t_o) \Delta t, & E_o + \hbar\omega > 0 \\ 0, & E_o + \hbar\omega < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.1-10)$$

Nesta expressão estamos levando em consideração o estado de polarização da luz por meio do vetor de polarização unitário \mathbf{e} e $I(\mathbf{r}, t_o)$ é a intensidade instantânea da luz no ponto \mathbf{r} do espaço.

$$I(\mathbf{r}, t) = |V(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (4.1-11)$$

Se na superfície iluminada do fotodetector estão contidos N elétrons ligados e se a luz incidente é uma onda do tipo plana e se diferentes emissões não influenciam umas às outras, então a probabilidade de fotodetecção, em um pequeno intervalo de tempo Δt , é proporcional à intensidade da luz incidente e a Δt :

$$P(t)\Delta t = \mathbf{h} I(\mathbf{r}, t) \Delta t, \quad (4.1-12)$$

onde \mathbf{h} é a eficiência do detector para determinada polarização e frequência da luz:

$$\mathbf{h} = \begin{cases} \left(\frac{e}{m\hbar} \right)^2 N \mathbf{s}(E_o + \hbar\omega) f(E_o + \hbar\omega) \left| \langle E | \mathbf{p}(t_o) | E_o \rangle \mathbf{e} \right|^2 2p\hbar, & E_o + \hbar\omega > 0 \\ 0, & E_o + \hbar\omega < 0 \end{cases} \quad (4.1-13)$$

4.1.2. Probabilidade Integral de Fotodetecção

Um fato importante que deve ser lembrado é que $P(t)\Delta t$ é uma probabilidade diferencial e só tem significado se $hI(\mathbf{r},t)\Delta t \ll 1$, ou seja, se a intensidade da luz não for muito elevada. Mesmo se escolhêssemos Δt muito pequeno não poderíamos usar a aproximação feita para derivar a equação (2.2-28).

Estamos interessados em encontrar uma expressão para o número médio de detecções $\langle n \rangle$ em um intervalo de tempo finito $(t, t+T)$. Esse intervalo não é necessariamente muito menor que o tempo de coerência, podendo haver, dentro dele, flutuação no valor da intensidade. Inicialmente consideremos uma única realização do experimento, que é a medição da intensidade da luz, sobre o *ensemble*. Ou seja, estamos descartando qualquer aleatoriedade na variação da intensidade da luz. A equação (4.1-12) nos diz qual o número de detecções esperado em um curto intervalo Δt , portanto, se dividirmos o intervalo T em intervalos diferenciais Δt , o valor esperado de detecções durante o intervalo total T será igual à soma daqueles para os intervalos diferenciais:

$$\langle n \rangle = h \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' . \quad (4.1-14)$$

Este resultado representa uma média de detecções em um dado intervalo e não pode ser tratado como probabilidade. Entretanto, se considerarmos que em dado intervalo Δt ocorra no máximo 1 detecção e que as emissões em intervalos de tempo distintos são independentes, então a probabilidade de ocorrer n detecções no intervalo T é igual a [7]

$$p(n, t, T) = \frac{1}{n!} \left[h \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' \right]^n e^{-[h \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt']} , \quad (4.1-15)$$

que é uma distribuição de Poisson devido ao fato de termos considerado que não havia flutuação na intensidade. Porém, em geral, a intensidade $I(\mathbf{r}, t)$ é um processo aleatório e nada pode ser dito sobre a estatística dos fotoelétrons (equação (4.1-15)) a não ser que a forma das flutuações de $I(\mathbf{r}, t)$ seja especificada. Para derivar uma expressão apropriada para o caso onde há variação aleatória na intensidade devemos fazer uma média sobre o *ensemble*, a partir da expressão (4.1-15) que foi derivada admitindo-se uma única realização:

$$p(n, t, T) = \left\langle \frac{1}{n!} \left[\mathbf{h} \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' \right]^n e^{-[\mathbf{h} \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt']} \right\rangle = \frac{1}{n!} W^n e^{-W}, \quad (4.1-16)$$

onde $W = \left[\mathbf{h} \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' \right]$, a intensidade integrada vezes a eficiência \mathbf{h} , é uma variável aleatória. A expressão (4.1-16), portanto, deve ser vista como uma probabilidade condicional $P(n | W)$, que é a probabilidade de ocorrer n detecções condicionada ao conhecimento de W . O que se mede na prática é a probabilidade incondicional dada por [8]:

$$\begin{aligned} p(n, t, T) &= \int_0^\infty P(n | W) \wp(W) dW \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{n!} W^n e^{-W} \wp(W) dW, \end{aligned} \quad (4.1-17)$$

onde $\wp(W)$ é a densidade de probabilidade de W .

Em nosso experimento o que se mede são os momentos e não a própria distribuição $p(n, t, T)$. As expressões para a média e a variância podem ser encontradas com o uso da equação (4.1-17):

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \sum_{n=1}^\infty n p(n, t, T) = \int_0^\infty \left(\sum_{n=1}^\infty \frac{n W^n}{n!} e^{-W} \wp(W) \right) dW = \\ &= \int_0^\infty \left(W \sum_{n=1}^\infty \frac{W^{n-1}}{(n-1)!} e^{-W} \wp(W) \right) dW = \int_0^\infty W \wp(W) dW = \langle W \rangle. \end{aligned} \quad (4.1-18)$$

E a variância é dada por:

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle n(n-1) \rangle + \langle n \rangle - \langle n \rangle^2, \quad (4.1-19)$$

onde

$$\langle n(n-1) \rangle = \sum_{n=2}^\infty n(n-1) p(n, t, T) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) \frac{W^n}{n!} e^{-W} \wp(W) dW = \\
 &= \int_0^{\infty} W^2 \wp(W) dW = \langle W^2 \rangle,
 \end{aligned} \tag{4.1-20}$$

portanto:

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \langle n(n-1) \rangle + \langle n \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle W^2 \rangle + \langle W \rangle - \langle W \rangle^2 = \langle n \rangle + \langle (\Delta W)^2 \rangle. \tag{4.1-21}$$

Note que a variância não é igual à média, portanto não se trata de uma distribuição Poissoniana. Além disso, segundo este resultado, a variância do número de elétrons detectados é, no mínimo, igual à média. Veremos que a teoria quântica prevê um resultado diferente deste, onde é possível obter uma variância menor que a média para certos estados quânticos da luz. Neste caso tem-se uma distribuição subpoissoniana.

Note que a expressão (4.1-21) mostra que há duas contribuições para a variância do número de fotodetecções. Um termo linear com a intensidade integrada $\langle W \rangle$ que representa o ruído introduzido pela emissão aleatória de fotoelétrons, referido como ruído balístico e outro devido às flutuações da onda incidente $\langle (\Delta W)^2 \rangle$, que é chamado de ruído de onda. Pode-se notar a semelhança entre este resultado e aquele apresentado por Einstein (equação (1-1)). Entretanto a expressão de Einstein refere-se a flutuações de energia para o campo elétrico específico de um corpo negro, enquanto que a equação (4.1-21) foi obtida para uma onda clássica arbitrária.

4.1.3. Dois Casos Limite

Para ilustrar vamos aplicar o resultado da equação (4.1-21) em dois casos limite:

i) O intervalo T é muito maior que o tempo de correlação da intensidade:

Neste caso a intensidade $I(\mathbf{r}, t)$ varia muitas vezes durante o intervalo T e podemos considerar a sua integral no tempo dividida pelo período de integração como sendo uma média:

$$W = \mathbf{h} \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' = \mathbf{h} \langle I(\mathbf{r}, t) \rangle T. \quad (4.1-22)$$

Portanto, W varia muito pouco e $\wp(W)$ pode ser descrita por uma função delta

$\mathbf{d}(W - \mathbf{h} \langle I \rangle T)$. Da equação (4.1-17), obtém-se:

$$p(n, t, T) = \frac{1}{n!} (\mathbf{h} \langle I \rangle T)^n e^{-(\mathbf{h} \langle I \rangle T)}, \quad (4.1-23)$$

que se trata de uma distribuição de Poisson.

ii) *O intervalo T é pequeno comparado ao tempo de correlação da intensidade:*

Para este caso podemos considerar que a intensidade varia muito pouco no intervalo de integração, portanto:

$$W = \mathbf{h} \int_t^{t+T} I(\mathbf{r}, t') dt' \approx \mathbf{h} I(\mathbf{r}, t) T, \quad (4.1-24)$$

ou seja, W é proporcional à intensidade $I(\mathbf{r}, t)$, logo sua distribuição de probabilidade se torna proporcional à distribuição da intensidade. A partir da equação (4.1-17):

$$p(n, t, T) = \int_0^\infty \frac{1}{n!} (\mathbf{h} I T)^n e^{-(\mathbf{h} I T)} P(I) dI, \quad (4.1-25)$$

onde $P(I)$ é a densidade de probabilidade da intensidade.

Imagine agora o caso da detecção de luz polarizada proveniente de uma fonte em equilíbrio térmico. O campo em um determinado ponto pode ser expresso pela soma de uma infinidade de campos de fontes independentes, portanto, pelo teorema do limite central [9], a distribuição do sinal analítico $V(\mathbf{r}, t)$ que representa este campo resultante será Gaussiana e a distribuição da intensidade, $I = |V|^2$, será exponencial:

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\left(\frac{I}{\langle I \rangle}\right)}. \quad (4.1-26)$$

Substituindo em (4.1-25), tem-se:

$$P(n, t, T) = \frac{1}{n! \langle I \rangle} \int_0^\infty (\mathbf{h}IT)^n e^{-[I(\mathbf{h}T + 1/\langle I \rangle)]} dI, \quad (4.1-27)$$

$$P(n, t, T) = \frac{1}{[1 + \mathbf{h}\langle I \rangle T] \left[1 + \frac{1}{\mathbf{h}\langle I \rangle T} \right]^n},$$

que é a distribuição de Bose-Einstein com parâmetro

$$\langle n \rangle = \mathbf{h}\langle I \rangle T. \quad (4.1-28)$$

Esses dois casos limites ilustram o fato de que a probabilidade $P(n, t, T)$ não precisa ser necessariamente Poissoniana.

4.1.4. Geração de Fotocorrente

Na prática o que se faz é medir a corrente gerada por um fotodetector para podermos analisar o comportamento da radiação eletromagnética, portanto é interessante saber qual a relação entre as intensidades da fotocorrente, que é o que se mede, e da radiação eletromagnética, sendo o que se deseja analisar. Nós vimos no capítulo 3 que a luz ao incidir sobre um fotodetector gera pares de elétrons e buracos os quais, sob o efeito de um campo elétrico aplicado externamente, dão origem a pulsos de corrente elétrica a qual chamamos fotocorrente. Nas seções 4.1.1 e 4.1.2 fizemos uma análise estatística desses pulsos. Entretanto em alguns experimentos, como é o caso do nosso, não é feito um tratamento dos pulsos individualmente. O que se faz é tratar a corrente gerada como um processo aleatório contínuo $J(t)$. Vamos então analisar estatisticamente $J(t)$ e relacionar os resultados com as flutuações da luz.

Se considerarmos que cada par elétron-buraco gerado no instante t' dá origem a um pulso de corrente $k(t - t')$ (ver fig. 4.2), que é nulo para $t < t'$, então a fotocorrente pode ser expressa por:

$$J(t) = \sum_j k(t - t_j), \quad (4.1-29)$$

onde t_j representa todos os instantes de emissão aleatórios. Podemos também escrever a corrente $J_{n,T}(t)$ gerada pela emissão de exatamente n pulsos de corrente dentro de um intervalo T .

$$J_{n,T}(t) = \sum_{j=1}^n k(t - t_j) \quad \left(-\frac{T}{2} \leq t_j \leq \frac{T}{2} \right). \quad (4.1-30)$$

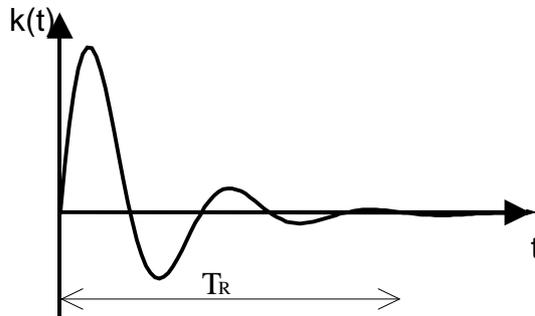


Figura 4.2 – Pulso de corrente. T_R é o tempo de resposta do fotodetector.

Para um processo estacionário a probabilidade de que haja a emissão de um pulso j no instante t_j , dentro de um intervalo dt_j , é dt_j/T . Podemos usar esse resultado para calcular o valor esperado de $J_{n,T}(t)$.

$$\langle J_{n,T}(t) \rangle_n = \sum_{j=1}^n \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} k(t - t_j) (dt_j/T) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} k(t') dt' \approx \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n Q = \frac{nQ}{T}, \quad (4.1-31)$$

onde

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} k(t) dt. \quad (4.1-31)$$

é a carga total gerada por um pulso de corrente.

Poderemos agora determinar a fotocorrente média $\langle I(t) \rangle$ a partir de $\langle J_{n,T}(t) \rangle_n$ fazendo uma média em n no limite em que T é muito longo:

$$\langle J(t) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} p(n, T) \frac{nQ}{T} = \langle n \rangle \frac{Q}{T} = h \langle I \rangle Q, \quad (4.1-32)$$

onde $p(n, T)$ é a probabilidade de que n pulsos sejam emitidos dentro do intervalo T e $\langle n \rangle / T$ é a intensidade média de luz incidente $\langle I \rangle$ (fótons/segundo) multiplicada pela eficiência quântica do detector h . Temos, então uma relação entre as intensidades da fotocorrente e da luz detectada.

4.2. Teoria Quântica da Detecção Óptica

Na teoria quântica o campo eletromagnético não é mais tratado como uma variável aleatória clássica, em vez disso, os campos são representados por operadores quânticos. Uma onda eletromagnética plana tem seu campo elétrico representado pelo seguinte operador:

$$\hat{E} = i\mathbf{w} \sqrt{\frac{\hbar}{2V\mathbf{e}_o\mathbf{w}}} \left[\hat{a} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\mathbf{w}t)} - \hat{a}^+ e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\mathbf{w}t)} \right], \quad (4.2-1)$$

onde:

\mathbf{w} é a frequência angular,

\mathbf{k} é o vetor de onda,

V é o volume de quantização,

\hat{a} e \hat{a}^+ são os operadores de destruição e criação para os fótons, respectivamente.

Estes operadores aparecem na solução dos osciladores harmônicos quânticos e é normal que apareçam na representação do campo elétrico já que este se trata de uma onda, ou campo oscilante. Os operadores de criação e destruição obedecem à seguinte regra de comutação:

$$[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1. \quad (4.2-2)$$

O operador número, usado para definir o número de fótons no campo, é dado por:

$$\hat{n} = \hat{a}^+ \hat{a}. \quad (4.2-3)$$

Precisamos agora definir os estados que podem ser ocupados pelo campo descrito por (4.2-1). Vamos nos ater a dois conjuntos de estados que formam uma base, os *estados número* $|n\rangle$ [10 e 11], ou *estados de Fock* e os *estados coerentes* $|\mathbf{a}\rangle$ [10, 11, 12 e 13]. Os estados número são autovetores do operador número definido em 4.2-3, ou seja:

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle, \quad (4.2-4)$$

onde os autovalores $n = 0, 1, 2, \dots$. A ação dos operadores criação e destruição sobre o estado número dá os seguintes resultados:

$$\hat{a}^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \text{ e} \quad (4.2-5)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle. \quad (4.2-6)$$

Esses resultados explicam o porquê dos nomes criação e destruição, já que a aplicação do operador criação em um estado $|n\rangle$ gera um estado de ordem superior $|n+1\rangle$, o contrário ocorrendo quando se aplica o operador destruição levando a um estado de ordem inferior $|n-1\rangle$.

O outro conjunto de estados, os estados coerentes, são os autovetores do operador destruição:

$$\hat{a}|\mathbf{a}\rangle = \mathbf{a}|\mathbf{a}\rangle. \quad (4.2-7)$$

Estes são os estados quânticos que mais se assemelham a uma onda eletromagnética clássica. Pelo fato de o operador destruição não ser Hermitiano, os autovalores α são números complexos. Os estados coerentes podem ser expressos como uma combinação dos estados número, os quais formam uma base, resolvendo a equação de autovalor (4.2-7). Podemos escrever:

$$\hat{a}|\mathbf{a}\rangle = \mathbf{a}|\mathbf{a}\rangle = \mathbf{a} \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n\rangle, \quad (4.2-8)$$

e com o uso da eq. 4.2-6, podemos reescrever a equação acima como:

$$\hat{a}|\mathbf{a}\rangle = \hat{a} \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \hat{a}|n\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sqrt{n} |n-1\rangle, \quad (4.2-9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \sqrt{n} |n-1\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{a} c_n |n\rangle. \quad (4.2-10)$$

Desta relação podemos dizer que:

$$c_n \sqrt{n} = \mathbf{a} c_{n-1} \quad (4.2-11)$$

$$\Rightarrow c_n = \frac{\mathbf{a}}{\sqrt{n}} c_{n-1}, \quad (4.2-12)$$

e a partir desta relação de recorrência, chegamos a

$$c_n = \frac{\mathbf{a}^n}{\sqrt{n!}} c_0 \text{ e} \quad (4.2-13)$$

$$|\mathbf{a}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{a}^n}{\sqrt{n!}} c_0 |n\rangle. \quad (4.2-14)$$

Para calcularmos o valor de c_0 vamos usar o fato de o estado coerente estar normalizado, ou seja:

$$\langle \mathbf{a} | \mathbf{a} \rangle = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{a}^*)^m}{\sqrt{m!}} \frac{\mathbf{a}^n}{\sqrt{n!}} |c_0|^2 \langle m | n \rangle = 1, \quad (4.2-15)$$

com

$$\langle m | n \rangle = \mathbf{d}_{m,n}, \quad (4.2-16)$$

onde $\mathbf{d}_{m,n}$ é o delta de Kronecker. Resta apenas um termo do somatório interno que é exatamente o termo em que $n = m$, ficando:

$$\langle \mathbf{a} | \mathbf{a} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\mathbf{a}|^{2n}}{n!} |c_0|^2 = 1. \quad (4.2-17)$$

Podemos usar a seguinte relação:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\mathbf{a}|^{2n}}{n!} = e^{|\mathbf{a}|^2}, \quad (4.2-18)$$

e encontrar a expressão para C_0 igual a:

$$|c_0|^2 = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\mathbf{a}|^{2n}}{n!} \right)^{-1} = e^{-|\mathbf{a}|^2}. \quad (4.2-19)$$

Substituindo esse resultado em 4.2-13 chegamos ao resultado que estávamos buscando para representar o estado coerente:

$$|\mathbf{a}\rangle = e^{-|\mathbf{a}|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{a}^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (4.2-20)$$

4.2.2. Estatística do Número de Fótons

Agora que representamos o campo elétrico oscilante quanticamente e definimos os estados que o campo pode ocupar veremos como se comporta estatisticamente o campo elétrico associado a cada estado. Começemos analisando o caso do estado número. Para um estado número qualquer $|m\rangle$, o valor esperado do campo elétrico é calculado pela expressão:

$$\langle \hat{E} \rangle = \langle n | \hat{E} | n \rangle = i\mathbf{w} \sqrt{\frac{\hbar}{2V\mathbf{e}_o \mathbf{w}}} \left[\langle n | \hat{a} | n \rangle e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \right] - i\mathbf{w} \sqrt{\frac{\hbar}{2V\mathbf{e}_o \mathbf{w}}} \left[\langle n | \hat{a}^+ | n \rangle e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \right], \quad (4.2-21)$$

que é igual a zero devido às relações (4.2-5) e (4.2-6). Porém o valor esperado de \hat{E}^2 é não nulo e pode ser calculado como:

$$\langle n | \hat{E}^2 | n \rangle = \left(\frac{\hbar \omega}{2V \epsilon_0} \right) \left\{ \langle n | \hat{a} \hat{a}^\dagger | n \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a} | n \rangle - \langle n | \hat{a} \hat{a} | n \rangle e^{-2i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + \langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger | n \rangle e^{2i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}, \quad (4.2-22)$$

que pode ser simplificada, usando as expressões (4.2-5) e (4.2-6) e o fato de que

$$(\hat{a} \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a}) = 1 \Rightarrow (\hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a}) = (2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1), \quad (4.2-23)$$

para:

$$\langle n | \hat{E}^2 | n \rangle = \left(\frac{\hbar \omega}{\epsilon_0 V} \right) \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (4.2-24)$$

Para um campo elétrico em um estado $|\mathbf{y}\rangle$, então a probabilidade de que haja n fótons contidos no campo é igual a:

$$P(n) = |\langle n | \mathbf{y} \rangle|^2, \quad (4.2-25)$$

portanto, para o estado número $|m\rangle$ teremos:

$$P(n) = |\langle n | m \rangle|^2 = \mathbf{d}_{n,m} \quad (4.2-26)$$

Logo o campo contém um número bem definido de fótons que é igual a m . Estamos interessados em calcular os momentos da distribuição estatística do número de fótons. Para o campo no estado $|\mathbf{y}\rangle$ a média e a variância do número de fótons são dadas por:

$$\langle \hat{n} \rangle = \langle \mathbf{y} | \hat{n} | \mathbf{y} \rangle \text{ e} \quad (4.2-27)$$

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle = \langle (\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 \rangle = \langle \mathbf{y} | \hat{n}^2 | \mathbf{y} \rangle - \langle \mathbf{y} | \hat{n} | \mathbf{y} \rangle^2. \quad (4.2-28)$$

Para o caso em que o estado $|\mathbf{y}\rangle$ é igual ao estado número $|m\rangle$ temos:

$$\langle n \rangle = m \quad \text{e} \quad (4.2-29)$$

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle = 0. \quad (4.2-30)$$

Isto é totalmente consistente já que, nas condições (4.2-27) e (4.2-29), se trata de um campo que contém um número definido de fótons e não apresenta flutuações nesse valor. Se existisse um fotodetector perfeito o qual possuísse uma eficiência de 100%, ou seja, cada fóton que o atingisse gerasse um elétron, seria possível detectar essa radiação com uma variância nula na fotocorrente. Este resultado só pode ser previsto com o uso da teoria quântica.

Vejamos o que acontece para o caso de o campo estar associado a um estado coerente $|\mathbf{a}\rangle$. O valor esperado para o operador campo elétrico será:

$$\langle \hat{E} \rangle = \langle \mathbf{a} | \hat{E} | \mathbf{a} \rangle = E_o \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (4.2-31)$$

onde E_o é a amplitude do campo, \mathbf{k} é o vetor de onda e ω a frequência angular. Indicando, portanto, que o campo médio possui uma amplitude e uma fase do mesmo modo que uma onda clássica. A distribuição do número de fótons é dada por:

$$P(n) = |\langle n | \mathbf{a} \rangle|^2 = \left| \langle n | e^{-|\mathbf{a}|^2/2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mathbf{a}^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle \right|^2, \quad (4.2-32)$$

que pode ser reescrita como:

$$P(n) = e^{-|\mathbf{a}|^2} \left| \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mathbf{a}^m}{\sqrt{m!}} \langle n | m \rangle \right|^2, \quad (4.2-33)$$

e finalmente

$$P(n) = e^{-|\mathbf{a}|^2} \frac{|\mathbf{a}|^{2n}}{n!}. \quad (4.2-34)$$

Portanto os estados coerentes possuem uma distribuição do número de fótons Poissoniana tendo média e variância dadas em função do parâmetro $|\mathbf{a}|$ iguais a:

$$\langle \hat{n} \rangle = |\mathbf{a}|^2 \quad (4.2-35)$$

e

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle = |\mathbf{a}|^2 = \langle \hat{n} \rangle \quad (4.2-36)$$

Se usássemos um fotodetector perfeito para captar essa luz, a distribuição do número de fótons seria Poissoniana sendo um resultado igual àquele das teorias clássica e semiclassical. Então podemos afirmar que os resultados dessas teorias para uma onda de amplitude constante podem ser reproduzidos pela teoria quântica usando o estado coerente como o estado da luz que se deseja detectar.

4.2.3. Modelo de Semi-espelho para Detecção

Precisamos modelar a fotodetecção da luz associada aos estados descritos na seção anterior para termos resultados quantitativos relativos ao processo de detecção. O estudo detalhado da detecção foi estabelecido por Kelley e Kleiner em seu trabalho publicado em 1964 [14]. Aqui vamos abordar apenas os resultados relevantes aos nossos propósitos quais sejam o comportamento estatístico dos fotoelétrons gerados no processo.

Como foi exposto anteriormente, um fotodetector perfeito converteria 100% dos fótons incidentes em elétrons fazendo com que a distribuição estatística apresentada pelos fotoelétrons fosse idêntica àquela apresentada pelos fótons incidentes. A existência de imperfeições no detector insere “ruído” nesta correspondência entre fótons e elétrons de modo que os resultados previstos pela teoria quântica apresentados acima podem ser ocultados. Para entender os efeitos que essas imperfeições acarretam é necessário um modelo que quantifique as perdas que elas causam. Em vez de tratar as ineficiências no fotodetector vamos usar um modelo equivalente. O modelo escolhido supõe a existência de um semi-espelho entre a fonte de luz e o detector. O detector é tratado como um detector perfeito, ou seja, com eficiência unitária. A presença do semi-espelho causa uma reflexão de uma parte da luz, inserindo uma perda no montante que é efetivamente detectado. A estatística do feixe de luz, agora modificada pelas perdas impostas

pelo semi-espelho, pode, então, ser analisada. A figura 4.5 mostra o esquema do modelo usando um semi-espelho.

Os campos analisados no modelo estão rotulados por seus operadores de destruição correspondentes \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{a}_3 e \hat{a}_4 . A luz que se deseja detectar é aquela representada pelo operador \hat{a}_3 , a perda inserida pelo semi-espelho é a fração representada por \hat{a}_4 . O campo detectado é o \hat{a}_3 cuja estatística é idêntica à da luz detectada por um fotodetector real (com eficiência menor que 1). Os operadores definidos na figura 4.3 devem ser relacionados por coeficientes de reflexão e refração do campo elétrico, como todo processo de reflexão e refração. Os coeficientes são definidos como r_1 , r_2 , t_1 e t_2 e as relações entre eles e os operadores são:

$$\hat{a}_3 = t_1 \hat{a}_1 + t_2 \hat{a}_2 \quad (4.2-37)$$

e

$$\hat{a}_4 = r_1 \hat{a}_1 + r_2 \hat{a}_2. \quad (4.2-38)$$

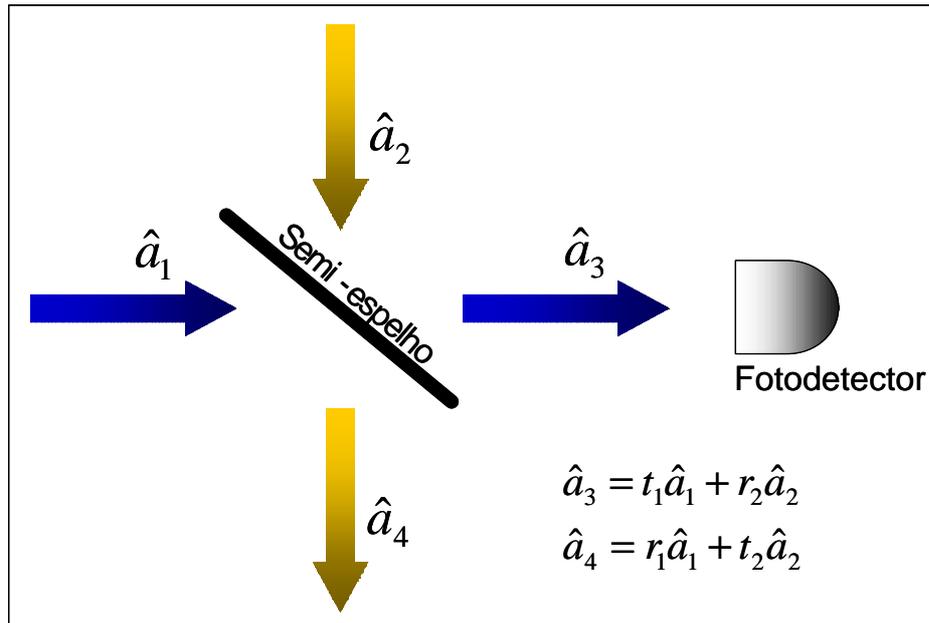


Figura 4. 3 – Esquema de detecção modelando as perdas por semi-espelhos.

Esses coeficientes devem satisfazer algumas condições de modo a respeitar regras como conservação da energia [15] e em geral são números complexos. Considerando que o semi-espelho não absorve a luz então a energia total que incide nele deve ser igual à que sai. Além disso, os operadores devem ser tais que possam ser independentemente medidos. Para tanto é necessário que os operadores comutem entre si:

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^+] = \mathbf{d}_{i,j}. \quad (4.2-39)$$

Uma solução que satisfaz às condições mencionadas é aquela em que os coeficientes satisfazem à seguinte relação:

$$t = t_1 = t_2, \quad (4.2-40)$$

$$r = -r_1 = r_2 \text{ e} \quad (4.2-41)$$

$$|t|^2 + |r|^2 = 1. \quad (4.2-42)$$

Com este resultado as equações (4.2-37) e (4.2-38) podem ser reescritas como:

$$\hat{a}_3 = t\hat{a}_1 + r\hat{a}_2 \text{ e} \quad (4.2-43)$$

$$\hat{a}_4 = -r\hat{a}_1 + t\hat{a}_2. \quad (4.2-44)$$

Donde conclui-se que o campo representado por \hat{a}_3 depende não só de \hat{a}_1 , mas também de \hat{a}_2 , o que pode parecer estranho do ponto de vista clássico, onde certamente o modo \hat{a}_2 seria ignorado já que toda radiação incidente no fotodetector é devida a \hat{a}_1 . No entanto, no tratamento quântico o modo \hat{a}_2 torna-se necessário para garantir que as relações descritas por (4.2-39) sejam satisfeitas. Então surge um problema de como especificar o estado do campo no modo \hat{a}_2 . Como toda radiação é exclusivamente devida a \hat{a}_1 , o estado do modo \hat{a}_2 deve ser um estado de energia nula. Um estado com tal característica é denominado de *estado de vácuo* e é representado por $|0\rangle$, o qual tanto pode ser um estado número com $n = 0$ ou um estado coerente com $\mathbf{a} = 0$.

Vamos encontrar a estatística dos fótons no modo \hat{a}_3 , que é o modo detectado pelo fotodetector ideal. Como \hat{a}_3 depende de dois modos (eq. 4.2-43) vamos representar esse estado por dois números quânticos, ou seja:

$$|\hat{a}_3\rangle \rightarrow |n_1; 0\rangle \quad (4.2-45)$$

significando que \hat{a}_1 é um estado número contendo n_1 fótons enquanto \hat{a}_2 é o estado de vácuo. E

$$|\hat{a}_3\rangle \rightarrow |\mathbf{a}_1; 0\rangle \quad (4.2-46)$$

indicando que \hat{a}_1 é um estado coerente enquanto \hat{a}_2 é o estado de vácuo.

Estamos interessados em encontrar o valor da média e da variância do número de fótons para o estado \hat{a}_3 , que são $\langle \hat{n}_3 \rangle$ e $\langle (\Delta \hat{n}_3) \rangle$ respectivamente. O operador número de fótons para \hat{a}_3 pode ser calculado usando a equação (4.2-3).

$$\hat{n}_3 = \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3, \quad (4.2-47)$$

e usando (4.2-37), tem-se:

$$\hat{n}_3 = (t^* \hat{a}_1^\dagger + r^* \hat{a}_2^\dagger)(t \hat{a}_1 + r \hat{a}_2) = |t|^2 \hat{n}_1 + |r|^2 \hat{n}_2 + t^* r \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + r^* t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 \quad (4.2-48)$$

Agora que temos uma expressão para o operador número correspondente ao estado \hat{a}_3 podemos encontrar o valor esperado e a variância usando a definição (4.2-27). Vamos analisar dois casos separadamente:

i) \hat{a}_1 é um estado número logo $|\hat{a}_3\rangle \rightarrow |n_1; 0\rangle$. O valor esperado será:

$$\langle \hat{n}_3 \rangle = \langle n_1; 0 | |t|^2 \hat{n}_1 + |r|^2 \hat{n}_2 + t^* r \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + r^* t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 | n_1; 0 \rangle$$

$$\langle \hat{n}_3 \rangle = |t|^2 n_1 = \mathbf{h} n_1, \quad (4.2-49)$$

onde a eficiência \mathbf{h} é a fração de fótons que atingem o fotodetector depois de passar pelo semi-espelho e é igual ao módulo ao quadrado do coeficiente de transmissão do semi-espelho. Podemos calcular a variância de uma forma análoga chegando ao seguinte resultado:

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = \langle n_1; 0 | \hat{n}_3^2 | n_1; 0 \rangle - \langle n_1; 0 | \hat{n}_3 | n_1; 0 \rangle^2$$

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = |r|^2 |t|^2 n_1 = (1 - |t|^2) |t|^2 n_1$$

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = (1 - \mathbf{h}) \langle \hat{n}_3 \rangle, \quad (4.2-50)$$

onde usamos as relações (4.2-42) e (4.2-49).

É possível notar que se tivéssemos um detector perfeito, ou seja $\mathbf{h} = 1$, a variância do número de fótons para um campo no estado número seria nula, como é esperado, e o número médio de fótons se igualaria ao número de fótons do estado incidente $\langle \hat{n}_3 \rangle = n_1$. Já para o caso real onde a eficiência é menor que 1 a distribuição do número de fótons detectados apresenta uma flutuação, mesmo que esta flutuação não exista no campo de luz incidente. Vejamos o segundo caso:

ii) \hat{a}_1 é um estado coerente logo $|\hat{a}_3\rangle \rightarrow |\mathbf{a}_1; 0\rangle$. O valor esperado será:

$$\langle \hat{n}_3 \rangle = \langle \mathbf{a}_1; 0 | |t|^2 \hat{n}_1 + |r|^2 \hat{n}_2 + t^* r \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + r^* t \hat{a}_2^+ \hat{a}_1 | \mathbf{a}_1; 0 \rangle$$

$$\langle \hat{n}_3 \rangle = |t|^2 |\mathbf{a}_1|^2 = \mathbf{h} |\mathbf{a}_1|^2, \quad (4.2-51)$$

e a variância:

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = \langle \mathbf{a}_1; 0 | \hat{n}_3^2 | \mathbf{a}_1; 0 \rangle - \langle \mathbf{a}_1; 0 | \hat{n}_3 | \mathbf{a}_1; 0 \rangle^2$$

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = |t|^2 |\mathbf{a}_1|^2 = \langle \hat{n}_3 \rangle. \quad (4.2-52)$$

Para o caso do estado da luz incidente ser coerente, a distribuição do número de fótons detectados possui uma média igual à variância (distribuição Poissoniana), tendo o mesmo comportamento de quando não há atenuação devido às imperfeições do detector.

4.2.4. Fator de Fano

Os resultados encontrados na seção anterior podem ser resumidos por meio das seguintes equações:

Para luz no estado número:

$$\langle \hat{n}_3 \rangle = \mathbf{h}n_1 \quad (4.2-53)$$

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = (1 - \mathbf{h}) \langle \hat{n}_3 \rangle \quad (4.2-54)$$

Para luz no estado coerente:

$$\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle = \langle \hat{n}_3 \rangle = \mathbf{h}|\mathbf{a}_1|^2 \quad (4.2-55)$$

Uma forma usual de se representar a amplitude do ruído é utilizando o fator de Fano que é definido como a razão entre a variância do sinal detectado e a variância do ruído balístico de um sinal com mesmo valor médio. Lembrando que o ruído balístico apresenta variância igual à sua média

$$\langle (\Delta \hat{n})^2_{rb} \rangle = \langle (\hat{n})_{rb} \rangle. \quad (4.2-56)$$

O fator de Fano para luz incidente no estado número é expresso por:

$$F_{en} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle}{\langle (\Delta \hat{n})^2_{rb} \rangle} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle}{\langle \hat{n}_3 \rangle} = \frac{(1 - \mathbf{h}) \langle \hat{n}_3 \rangle}{\langle \hat{n}_3 \rangle} = (1 - \mathbf{h}), \quad (4.2-57)$$

e para luz no estado coerente, tem-se:

$$F_{ec} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle}{\langle (\Delta \hat{n})^2_{rb} \rangle} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_3)^2 \rangle}{\langle \hat{n}_3 \rangle} = \frac{\langle \hat{n}_3 \rangle}{\langle \hat{n}_3 \rangle} = 1 \quad (4.2-58)$$

Conclui-se que o fator de Fano para luz no estado número decresce com o aumento da eficiência do detector, enquanto que para luz no estado coerente seu valor é fixo e igual a 1.

4.3. Contagem de Fótons

O uso de luz para fins de comunicações, espectroscopia, medicina, etc. requer processos de geração e detecção para que possa haver análise da qual se possam retirar o resultados. Para exemplificar como é tratado o processo de detecção em um caso prático vamos analisar o caso de comunicações ópticas onde esse processo tem importância fundamental, pois tem grande influência na qualidade da informação recebida.

4.3.1. O Contador de Fótons e o Limite Quântico

Vamos representar, para fins de análise, a radiação monocromática que se quer detectar por:

$$S = \sqrt{P_s} e^{j\omega_o t}, \quad (4.3-1)$$

onde $|S|^2 = P_s$

é a potência média (*Watts*) da radiação e ω_o sua frequência angular. Para a luz infravermelha que temos interesse em detectar ω , é da ordem de 10^{14} rad/s. Considere uma fonte de luz cuja saída é dada pela equação (4.3-1). Como a potência média da radiação emitida é P_s , então podemos dizer que o número médio de fótons emitidos por segundo é dado por:

$$I_p = \frac{P_s}{h\nu}, \quad (4.3-2)$$

O momento exato em que um fóton é emitido não pode ser predeterminado. Na verdade o número de emissões em um determinado intervalo de tempo é modelado aleatoriamente por um processo estocástico que pode ser o de Poisson como foi visto na seção 4.2.

Considere um sistema de transmissão óptica OOK [13] em que um pulso de luz é enviado para representar o bit UM enquanto que o bit ZERO é representado pela ausência de

luz. O que o detector faz é contar, por um intervalo de tempo T , o número de fótons que chegam, comparar com um limiar pré-estabelecido e determinar se um bit ZERO ou um bit UM foi transmitido dependendo do número de fótons contados. Se o número de fótons for menor ou maior que o limiar um bit ZERO ou UM será decodificado, respectivamente. A fig. 4.4 ilustra um receptor e o contador de fótons.



Figura 4.4 – Representação do receptor de um sistema de comunicação óptica. O parâmetro “a” modula a intensidade da radiação emitida. Se um bit ZERO for emitido então “a” é nulo e se um bit UM for emitido “a” é não nulo.

Se um bit ZERO for efetivamente transmitido então o número de fótons que chegarão ao receptor será exatamente zero, porém se um bit UM for transmitido o número de fótons que chegam ao receptor terá uma distribuição de Poisson com média I_p . Ou seja, a probabilidade de se detectar N fótons em T segundos, dado que um bit UM foi transmitido, será dada por:

$$P(N \text{ fótons} | UM) = \frac{(I_p T)^N e^{-I_p T}}{N!} \quad (4.3-3)$$

Note que há a possibilidade de não termos nenhum fóton chegando ao receptor mesmo que um bit UM seja transmitido. Isso nos leva ao cálculo da taxa de erro por bit, TEB (Taxa de Erro por Bit) [16]. Considerando que os bits ZERO e UM são equiprováveis, a TEB pode ser calculada pela seguinte relação [17]:

$$TEB = \frac{1}{2} P(N = 0 | UM) + \frac{1}{2} P(N \neq 0 | ZERO), \quad (4.3-4)$$

ou seja:

$$TEB = \frac{1}{2} P(N = 0|UM) = \frac{1}{2} e^{-I_p T} \tag{4.3-5}$$

pois $P(N \neq 0|ZERO) = 0$.

Essa expressão nos dá um limite inferior da TEB chamado de *Limite Quântico* [18]. Ela também informa o valor mínimo de potência necessário para que um sistema OOK consiga atingir um dado valor para a TEB. O gráfico da equação (4.3-5) para várias taxas (vários valores do período T) está ilustrado na figura 4.5. Note que à medida que a taxa de transmissão ($1/T$) aumenta a probabilidade de erro, para a mesma potência (mesmo valor de I_p) de sinal óptico, aumenta.

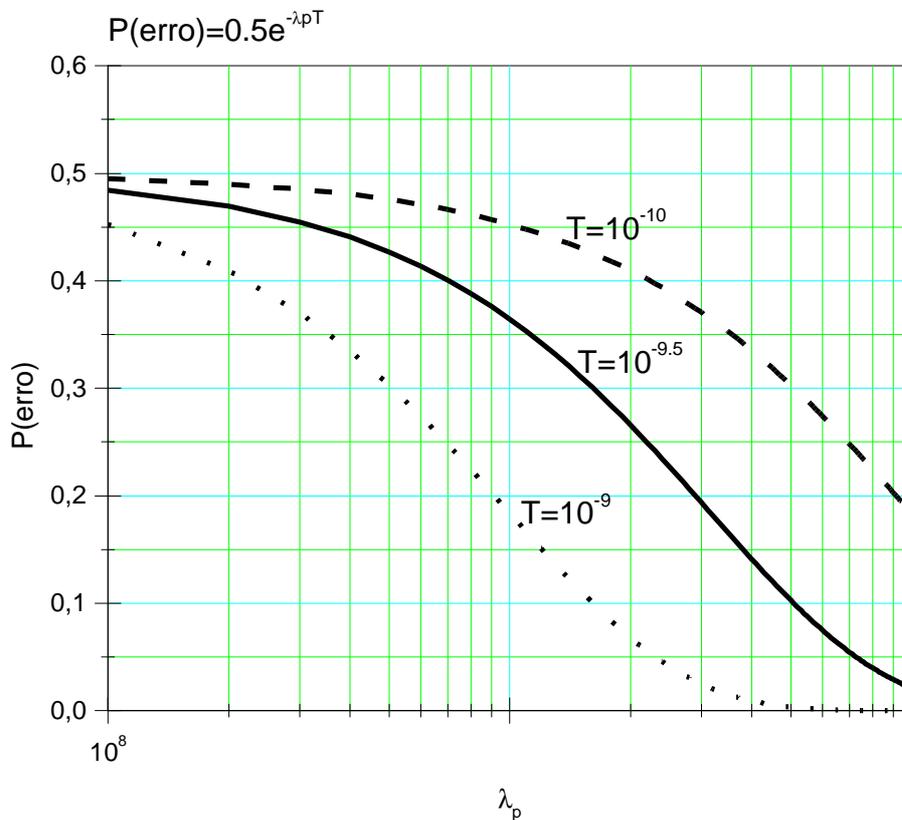


Figura 4.5 – Probabilidade de erro para vários valores de taxa de transmissão $1/T$.

Por outro lado se tivermos um número de fótons transmitidos por bit muito grande a distribuição estatística passa a ser do tipo Gaussiana e não mais Poissoniana. O número médio de fótons ter valor alto significa aumentar a potência transmitida, e conseqüentemente I_p . Em casos como este o valor da TEB pode ser calculado usando a expressão para a distribuição Gaussiana. A fotocorrente gerada pelo processo de detecção do sinal pode ser representada

como mostra a figura 4.6. P_1 e P_0 são as distribuições estatísticas dos sinais para o bit UM e ZERO com variâncias iguais a s_1^2 e s_2^2 e médias I_1 e I_0 , respectivamente, ou seja,

$$P_1(I) = \frac{1}{\sqrt{2ps_1}} e^{-\frac{(I-I_1)}{2s_1^2}} \quad (4.3-6)$$

e

$$P_0(I) = \frac{1}{\sqrt{2ps_0}} e^{-\frac{(I-I_0)}{2s_0^2}}. \quad (4.3-7)$$

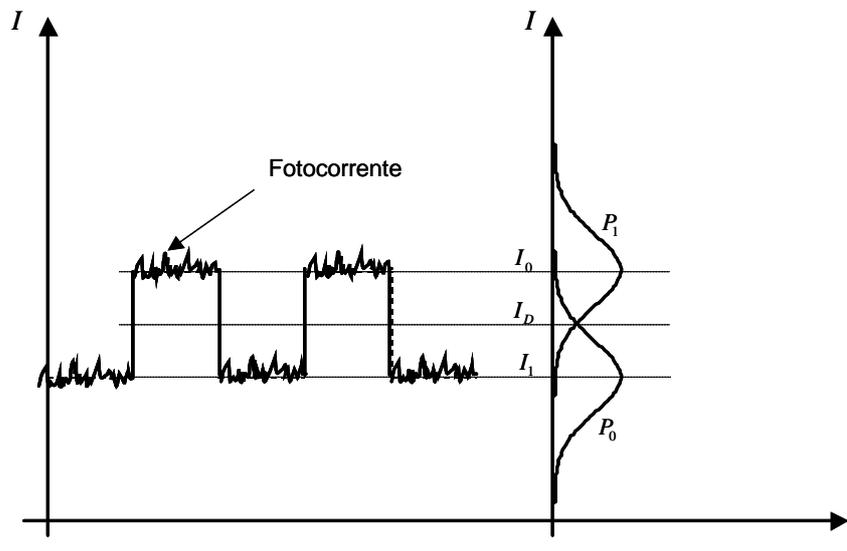


Figura 4.6 – Fotocorrente gerada e distribuição probabilística de sua intensidade. I_1 é a intensidade média do bit UM, I_0 a intensidade média do bit ZERO e I_D é o valor do limiar de decisão a partir do qual se decide se o bit detectado é ZERO ou UM.

Para o caso em que o bit ZERO é representado pela ausência de luz, isto é, $I_0 = 0$ a TEB é calculada por meio da seguinte expressão [17]

$$TEB = \frac{1}{4} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{I_1 - I_D}{\sqrt{2s_1}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{I_D}{\sqrt{2s_0}} \right) \right]. \quad (4.3-8)$$

A idéia de utilizar luz subpoissoniana em comunicações é devido ao fato de que a incerteza no número de fótons transmitidos para indicar um bit UM é reduzida. Isto fará com que a probabilidade de se detectar um bit ZERO no lugar de UM seja menor, melhorando a BER e a performance do sistema.

Geração de Luz Subpoissoniana

Capítulo 5 – Geração de Luz Subpoissoniana

A radiação eletromagnética com distribuição estatística subpoissoniana dos fótons não é um fato recente para os pesquisadores de óptica. Contudo sua geração em dispositivos emissores de luz de semicondutor ainda é assunto de pesquisas onde se buscam modelos que expliquem com precisão os resultados experimentais e sejam, ao mesmo tempo, matematicamente simples e acessíveis. Esses modelos tratam, especificamente, dos ruídos da intensidade da radiação e dos ruídos da fotocorrente gerada em um processo de detecção.

Neste capítulo iremos apresentar alguns trabalhos que se destacaram na literatura em relação a estudos de detecção e ruídos ópticos, assim como à geração de luz com estatística subpoissoniana.

5.1. Revisão Bibliográfica

Em 1959, Leonard Mandel [1] publicou a teoria clássica da detecção da luz cujos resultados se mostrariam idênticos aos da teoria semiclássica, também desenvolvida por ele, publicada em 1964 [2]. Essas teorias não previam que era possível gerar e detectar luz com estatística subpoissoniana, ou seja, o valor da variância da fotocorrente gerada seria, no mínimo, igual ao seu valor médio (ver capítulo 4).

Em 1965, Kelley e Kleiner publicaram seu trabalho sobre detecção da radiação eletromagnética [3] onde usaram fundamentos de mecânica quântica para desenvolver sua teoria. Foi previsto que certos estados quânticos do campo elétrico da radiação, os quais apresentam uma flutuação no número de fótons igual a zero, quando detectados geram fotocorrente com um ruído em sua amplitude que é menor que o ruído apresentado por um sinal de corrente com característica de ruído balístico com mesmo valor médio.

Na teoria clássica de detecção óptica a luz não é quantizada, isto é, a luz não possui ruído quântico e o ruído balístico é tratado como o ruído gerado no fotodetector devido à aleatoriedade que existe na conversão de fótons em elétrons [4]. Portanto, o ruído balístico é tido como inevitável. Do ponto de vista quântico, o ruído balístico é descrito como *ruído quântico da fonte de luz* podendo ser controlado. O ruído balístico pode ser distribuído

igualmente entre as componentes *em fase* (*componente senoidal*) e *em quadratura* (*componente cossenoidal*) (figura 5.1) do campo elétrico satisfazendo a desigualdade de Heisenberg (equação 5.1-2).

$$\hat{E}(t) = E_o (\hat{X} \cos \omega t + \hat{Y} \sin \omega t), \quad (5.1-1)$$

com

$$\Delta X \Delta Y \geq \frac{1}{4}, \quad (5.1-2)$$

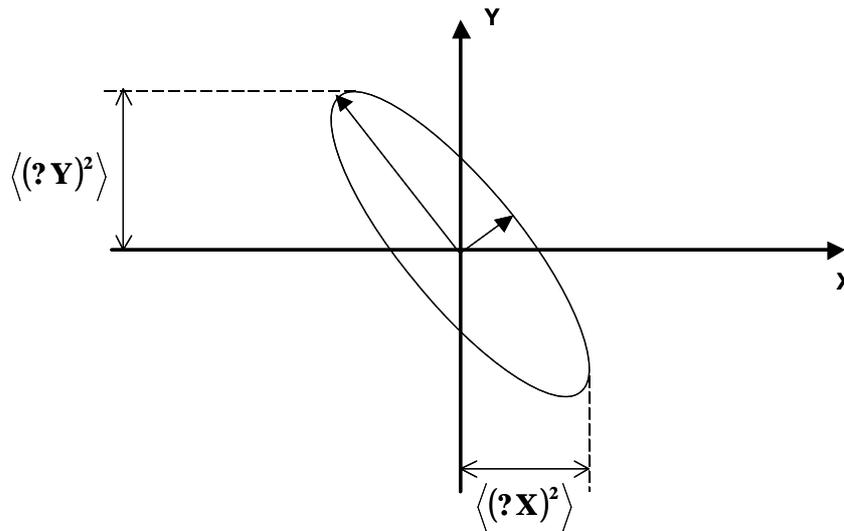


Figura 5.1- Estados comprimidos e as incertezas em X e em Y.

onde $\Delta X = \left(\langle (\Delta X)^2 \rangle \right)^{1/2}$. Para os estados coerentes a relação (5.1-2) se torna uma igualdade com $\Delta X = \Delta Y = \frac{1}{2}$ [5]. O princípio da incerteza, no entanto, permite que haja um “desbalanceamento” na incerteza das duas amplitudes. Isso significa que uma das componentes do ruído pode ser reduzida abaixo do ruído balístico enquanto que a outra, ao mesmo tempo, tem seu valor aumentado de modo que o princípio da incerteza seja respeitado. Um campo óptico que possua esse desbalanceamento em suas componentes é chamado de estado comprimido da luz (do inglês *squeezed state of light*) [5].

A geração e a detecção experimental desses tipos de luz podem ser alcançadas de diversas formas e utilizando diversos tipos de fontes ópticas. Em 1985, Jakeman e Walker [6] analisaram teoricamente um método para geração de luz subpoissoniana usando uma

técnica na qual um obturador óptico é utilizado junto com um experimento de conversão paramétrica, conforme ilustrado na figura 5.2.

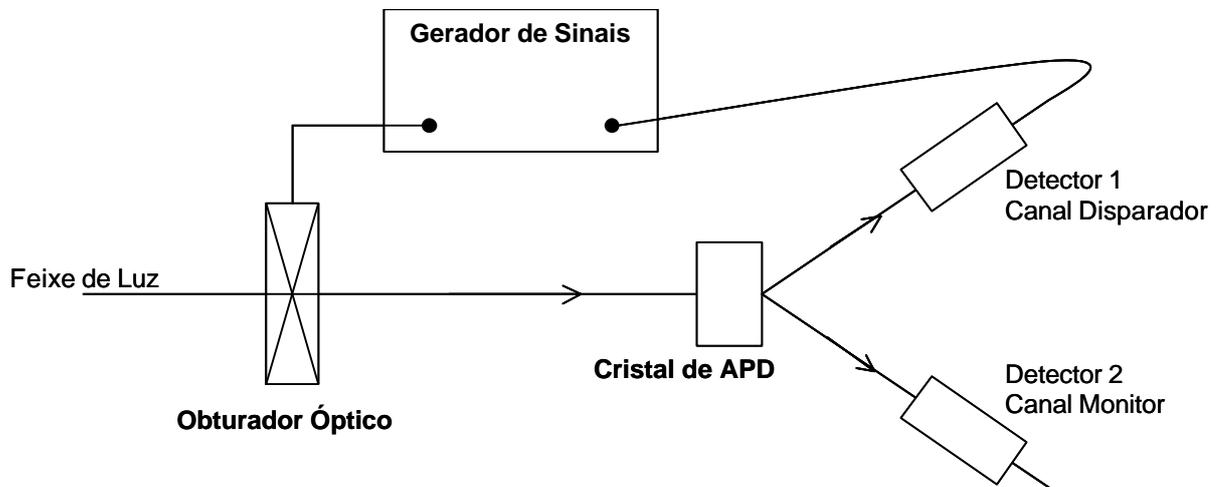


Figura 5.2 – Esquema da montagem proposta por Jakeman em sua discussão sobre geração de luz subpoissoniana.[6]

O feixe de luz é dividido em dois pelo cristal para produzir dois trens de fótons idênticos. Os fótons detectados pelo *Detector 1* disparam o gerador de sinais para que o obturador seja fechado por um determinado tempo. A correlação entre os dois feixes de fótons é analisada.

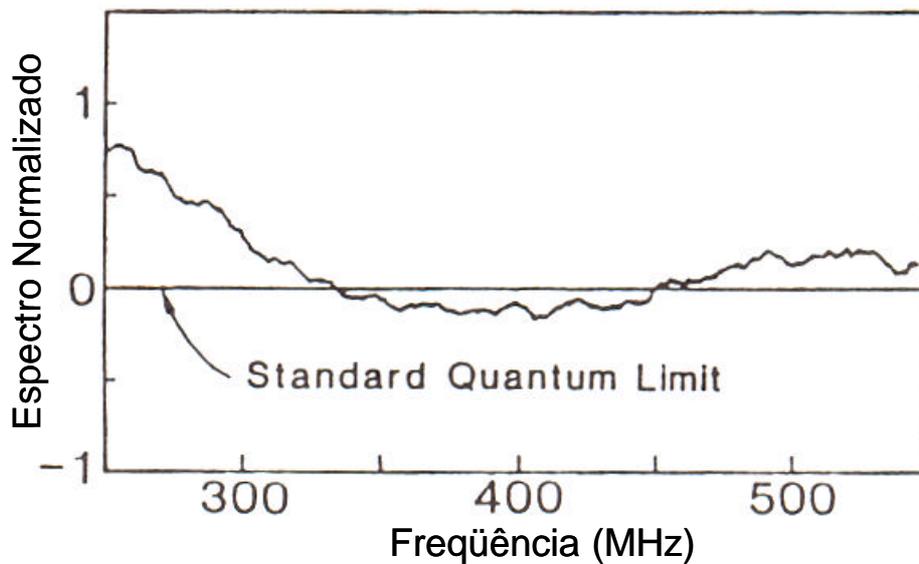


Figura 5.3 – Resultado obtido por Yamamoto mostrando redução abaixo do limite quântico (SQL) com Laser de semiconductor.

Ainda em 1985, Saleh e Teich [7] discutiram a geração de luz subpoissoniana por meio de apagamento seletivo de emissões atômicas cascadeadas e em 1987 Yamamoto apresentou quatro esquemas de geração desse tipo de luz entre os quais estava um que utilizava laser de semiconductor alimentado por uma fonte com ruído limitado. Foi observada experimentalmente (figura 5.3) uma redução de 1 dB em relação ao limite quântico padrão SQL (Standard Quantum Limit).

Em 1983 Lugiato [8] tratou da geração de estados comprimidos por meio de processos de geração de segundo harmônico. Em 1985 Slusher observou a geração destes estados por mistura de quatro ondas [9] em uma cavidade óptica e em 1986 Ling-Na Wu [10] observou os estados comprimidos por meio de conversão paramétrica.

L. Z. Wang e Shi-Yao Zhu [11] obtiveram, em 1990, estatística de fótons em lasers e estudaram as condições necessárias para se gerar luz subpoissoniana obtendo o gráfico mostrado abaixo:

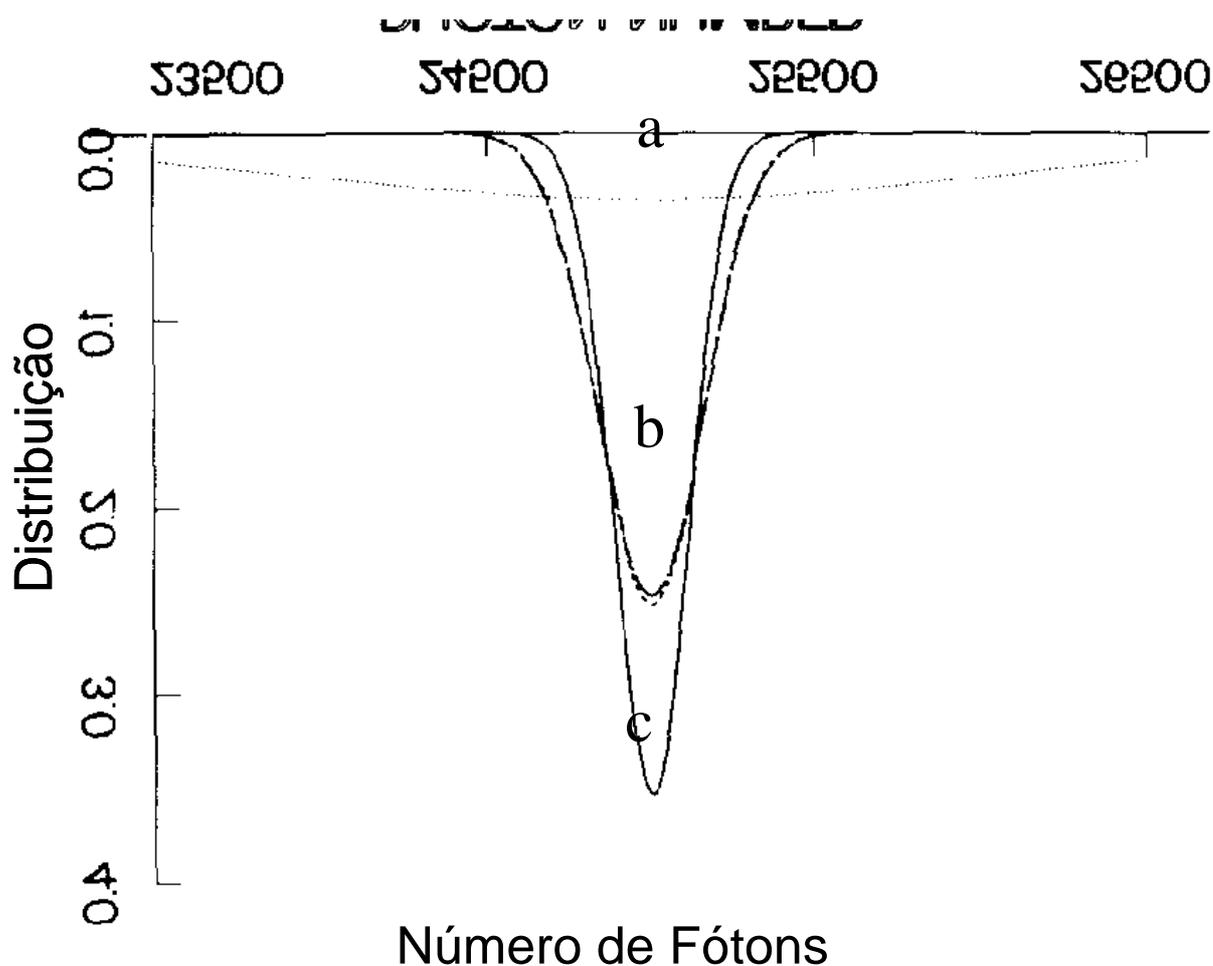


Figura 5.4 – Distribuição do número de fótons obtida por Wang. A curva (a) é uma distribuição Subpoissoniana, a curva (b) é uma distribuição Poissoniana e a curva (c) uma distribuição Superpoissoniana.

Em trabalho publicado em 1991 Richardson [12] mostrou ter obtido experimentalmente uma redução de 8,3 dB, em relação ao SQL, do ruído da fotocorrente gerada, usando laser de semiconductor. Também investigaram a geração em leds e a figura 5.5 ilustra o resultado obtido.

Os trabalhos citados até aqui têm uma característica em comum: a montagem experimental complexa que exige cuidados extremos e condições específicas para funcionar. Uma forma de simplificar o processo de geração de luz subpoissoniana é utilizar diodos emissores de luz (LED) com uma eficiência quântica elevada. Os leds são dispositivos mais simples do que os lasers e requerem fontes de alimentação menos complexas. Por isso, no próximo tópico, iremos abordar as teorias que procuraram descrever a geração de luz subpoissoniana nesses dispositivos.

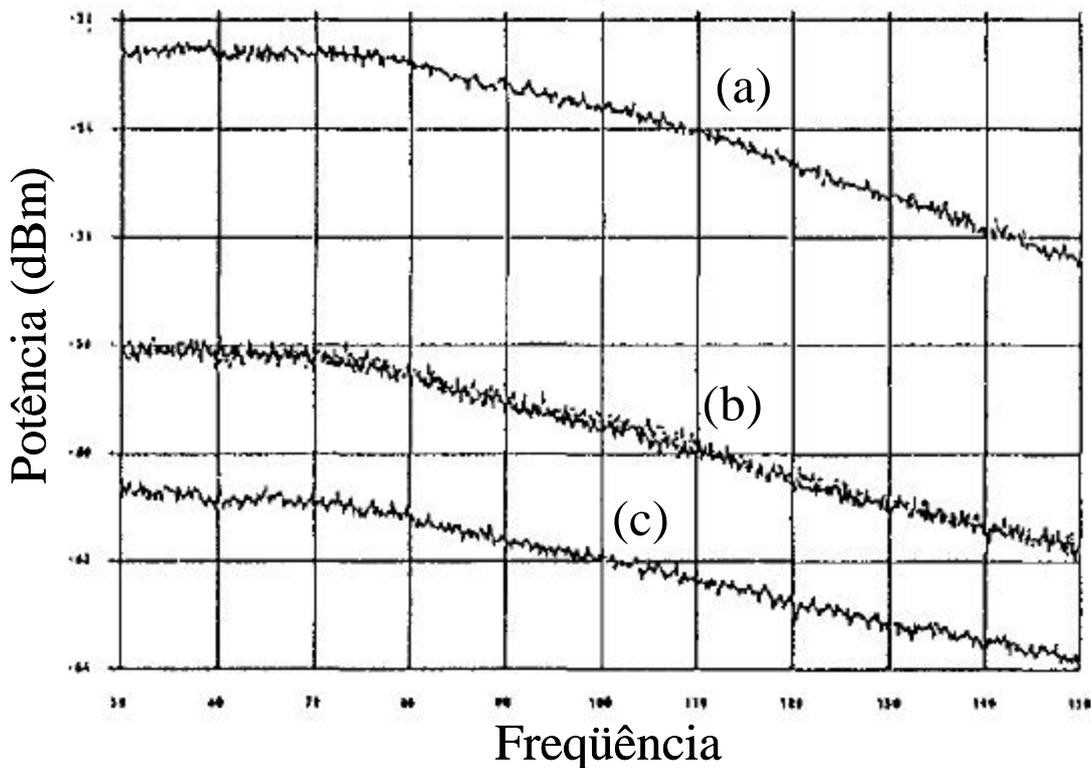


Figura 5.5 – Potência espectral do ruído em laser semiconductor obtida por Richardson. (a) Ruído do led, (b) Ruído do laser (c) Ruído de escuro.

5.2. Geração de Luz Subpoissoniana em Leds

Vários autores procuraram descrever, por meio de modelos, como se dá a geração da luz subpoissoniana em diodos emissores de luz. Veremos a seguir alguns destes modelos

iniciando com aquele apresentado por P. J. Edwards em 1993 [13] que descreve a geração como um processo estocástico pontual de Poisson como veremos.

5.2.1. Ruído da Corrente

Considere o circuito equivalente de ruído para o led ilustrado na figura 5.6. Onde:

h é a eficiência quântica;

C é a capacitância de difusão do diodo;

R é a resistência externa ligada em série;

r é a resistência do diodo;

v_s é o ruído de Nyquist associado à resistência em série;

v_n é o ruído balístico associado à resistência do diodo

$v(t)$ é a flutuação na tensão de junção;

$i(t)$ é a flutuação na corrente de recombinação;

$i_d(t)$ é a flutuação na corrente do fotodetector e

$q(t)$ é a flutuação na carga armazenada no capacitor.

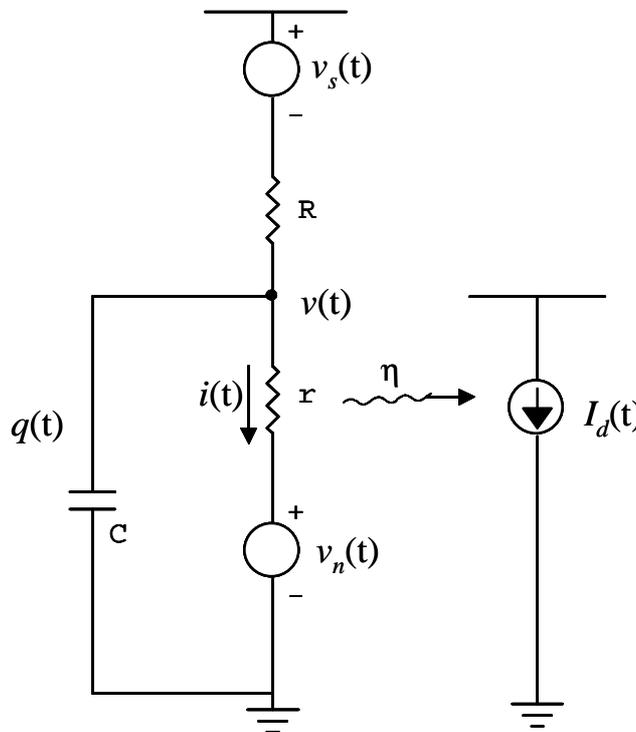


Figura 5.6 – Circuito de ruído equivalente de um led.

Aplicando a lei de Kirchoff dos nós ao circuito acima, encontramos a seguinte relação:

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t) - v_s}{R} + \frac{v(t) - v_n}{r} = 0,$$

ou

$$C \frac{dv(t)}{dt} = v(t) \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right] + \frac{v_s}{R} + \frac{v_n}{r}. \quad (5.2-1)$$

Com a relação

$$v(t) = \frac{q(t)}{C}, \quad (5.2-2)$$

podemos escrever:

$$\frac{dq(t)}{dt} = q(t) \left[\frac{1}{RC} + \frac{1}{rC} \right] + \frac{v_s}{R} + \frac{v_n}{r} \quad (5.2-3)$$

Podemos reescrever essa expressão em termos de correntes elétricas da seguinte forma:

$$\frac{dq(t)}{dt} = q(t) \left[\frac{1}{RC} + \frac{1}{rC} \right] + f_i, \quad (5.2-4)$$

onde fizemos a definição

$$\frac{v_s}{R} + \frac{v_n}{r} = f_i \quad (5.2-5)$$

sendo f_i é a contribuição das duas fontes de ruído independentes com valor médio quadrático dado por

$$\langle f_i^2 \rangle = \frac{\langle v_n^2 \rangle}{r^2} + \frac{\langle v_s^2 \rangle}{R^2} = \langle i_n^2 \rangle + \langle i_s^2 \rangle \quad (5.2-6)$$

A densidade espectral de f_i , $s_i(f)$, pode ser encontrada usando relações conhecidas, pois o primeiro termo representa o ruído da corrente de recombinação, i_n , que flui quando a tensão da junção é constante. Este ruído é do tipo balístico. Já o segundo termo, i_s , representa o ruído da corrente total da junção que flui na resistência externa quando esta é muito maior que a resistência do led ($R \gg r$). Este ruído é do tipo térmico também chamado de ruído de Nyquist. Podemos escrever a densidade espectral de ruído como:

$$S_i(f) = 2Ie + 4kT/R, \quad (5.2-7)$$

com $2Ie$ sendo a densidade espectral do ruído balístico e $4kT/R$ a densidade espectral do ruído de Nyquist [14], onde:

I é a corrente média (valor médio esperado),

e é a carga do elétron

k é a constante de Boltzman e

T a temperatura.

Continuando coma análise vamos reescrever a equação (5.2-1) com segue:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{(v_n - v(t))}{rC} + \frac{(v_s - v(t))}{RC}. \quad (5.2-8)$$

Se $R \gg r$ o primeiro termo dominará o segundo na equação acima, portanto, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$\frac{dv(t)}{dt} \approx \frac{(v_n - v(t))}{rC} = \frac{(v_n - v(t))}{\tau}, \quad (5.2-9)$$

onde $\tau = rC$ é o tempo de vida dos portadores. Para frequências baixas (no caso $f \ll \tau^{-1}$), de modo que $\frac{dv(t)}{dt} \tau \approx 0$, a partir da equação (5.2-9) podemos escrever:

$$v_n - v(t) \approx 0$$

ou

$$v_n \approx v(t). \quad (5.2-10)$$

Ou seja, a tensão $v(t)$ na junção se aproxima do valor da tensão de ruído balístico, e o ruído da corrente de recombinação

$$i(t) = \frac{(v(t) - v_s)}{r} \quad (5.2-11)$$

é próximo de zero. O valor do ruído, de fato, será igual ao ruído de Nyquist, já que, para baixas frequências, a corrente que circula no capacitor será muito reduzida em comparação à que circula no braço resistivo do circuito. Portanto:

$$\langle i^2 \rangle = \langle i_s^2 \rangle \quad (5.2-12)$$

e a relação entre as densidades espectrais dos ruídos de Nyquist e do ruído balístico será:

$$F = \frac{4kT}{R2Ie} \ll 1, \quad (5.2-13)$$

que é, por definição, igual ao fator de Fano. Note que o ruído da corrente de recombinação é menor que o ruído balístico. A redução do ruído da corrente é devido a um mecanismo interno de realimentação que está ilustrado na figura 5.7.

A carga armazenada $q(t)$, que faz o papel de variável de estado [15], determina a flutuação na tensão da junção (equação (5.2-2)), que implica uma redução do ruído por meio da malha de realimentação negativa. Para frequências elevadas ($f \gg 1/\tau$), a malha de realimentação é desabilitada, ou seja, os valores de $q(t)$ e $v(t)$ para altas frequências são desprezíveis e a corrente que flui tem ruído balístico:

$$i = i_n = \frac{v_n}{r} \quad (5.-14)$$

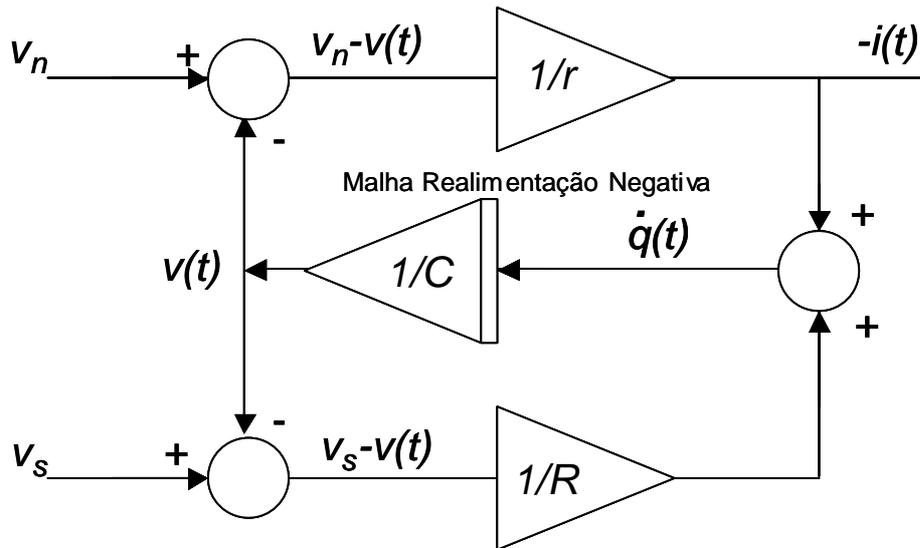


Figura 5.7 – Diagrama de blocos do mecanismo interno de realimentação negativa.

Para o caso em que $R \ll r$ conclui-se, por analogia, que o ruído da corrente de recombinação será igual ao ruído balístico:

$$i(t) = i_n(t). \quad (5.2-15)$$

5.2.2. Ruído da Luz Gerada

Nesta seção vamos encontrar uma expressão para o ruído da luz gerada pelo diodo emissor de luz. A emissão espontânea por meio de recombinação radiativa é um processo estocástico com probabilidade igual a $1/t$ por unidade de portador por unidade de tempo. Se a tensão da junção, a carga da junção e o número de portadores, dados, respectivamente, por

$$V(t) = \langle V \rangle + v(t), \quad (5.2-16)$$

$$Q(t) = \langle Q \rangle + q(t) \quad (5.2-17)$$

e

$$N(t) = \langle N \rangle + n(t) \quad (5.2-18)$$

forem todos constantes, então o processo é um processo de Poisson com taxa média:

$$I = \frac{\langle N \rangle}{t} \tag{5.2-19}$$

Se houver uma realimentação negativa destes três parâmetros todos eles serão modulados por um processo de ruído balístico (de Poisson) filtrado por um filtro passa-baixa como ilustra a figura 5.8. Isto constitui um processo pontual auto-excitável o qual faz a variância do número de portadores e a densidade espectral do ruído da corrente em uma faixa de frequência que esteja dentro da banda da malha de realimentação.

A seguinte relação para a flutuação do número de portadores pode ser escrita dividindo a equação (5.2-4) pela carga do elétron e :

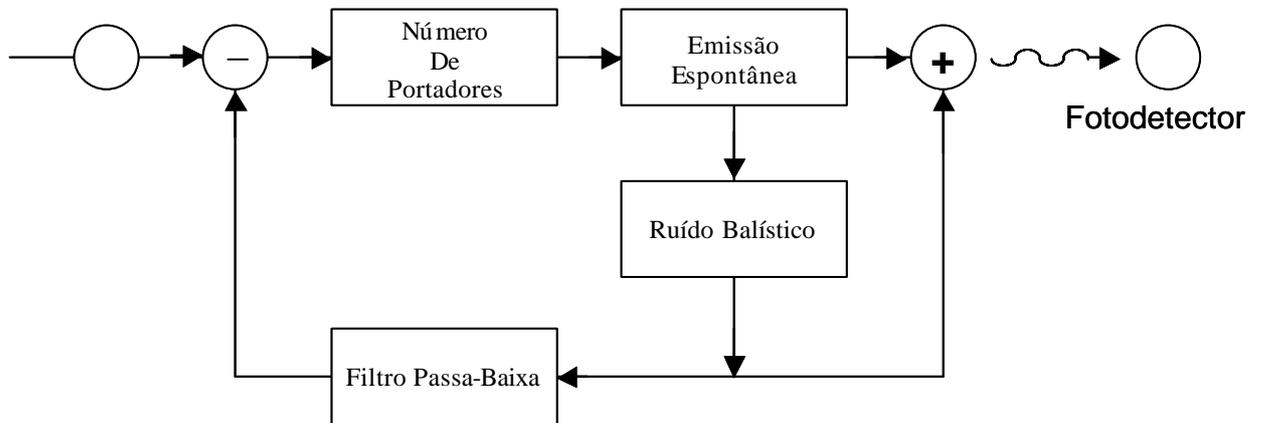


Figura 5.8 – Diagrama de blocos representando a supressão de ruído balístico fotônico em um led por meio de realimentação negativa. O número de portadores flutua em resposta a flutuações aleatórias na taxa de recombinação espontânea.

$$\frac{dn(t)}{dt} = -n(t) \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{RC} \right] + \frac{f_i(t)}{e},$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = -n(t) \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{RC} \right] + f_n(t), \tag{5.2-20}$$

onde o termo $f_n(t) = \frac{f_i(t)}{e}$ é o termo de ruído de Langevin para o número de portadores. A densidade espectral da flutuação do número de portadores é expressa por:

$$S_n(f) = \frac{2I}{e} + \frac{4kT}{e^2 R}, \quad (5.2-21)$$

já que, a partir da equação (5.2-7):

$$\langle f_n^2 \rangle = \frac{\langle v_n^2 \rangle}{e^2 r^2} + \frac{\langle v_s^2 \rangle}{e^2 R^2} = \frac{1}{e^2} [\langle i_n^2 \rangle + \langle v_s^2 \rangle], \quad (5.2-22)$$

portanto

$$S_n(f) = \frac{S_i(f)}{e^2}. \quad (5.2-23)$$

E após a passagem pelo filtro passa-baixa da figura 5.8 torna-se:

$$S_n(f) = \frac{2\langle N \rangle / 2}{(1 + (\omega r C)^2)} + \frac{4kT / (e^2 R)}{(1 + (\omega R C)^2)}, \quad (5.2-24)$$

onde utilizamos a relação $I = \frac{\langle N \rangle}{t} e$.

A equação (5.2-20) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\frac{n(t)}{rC} - \frac{n(t)}{RC} + \frac{v_n}{re} + \frac{v_s}{R.e} \quad (5.2-25)$$

para podermos analisar a expressão acima para o caso em que $R \gg r$. Se esta condição for verdadeira então podemos considerar que a flutuação do número de portadores devido ruído de Nyquist pode ser desprezado ($i_s = v_s/R \ll v_n/r$). Portanto:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{v_n}{re} - \frac{n(t)}{rC} = \frac{i_n(t)}{e} - \frac{n(t)}{t}. \quad (5.2-26)$$

Para frequências tais que $f \ll 1/t$, teremos:

$$t \frac{dn(t)}{dt} = n(t) - \frac{i_n(t)}{e} t \approx 0 \therefore \frac{n(t)}{t} - \frac{i_n(t)}{e} \approx 0 \quad (5.2-27)$$

Portanto, para $R \gg r$, a taxa de emissão de fótons (equação (5.2-26)) pode ter uma flutuação próxima de zero, em frequências baixas $f \ll 1/t$, havendo uma redução do ruído da luz gerada. Este ruído pode, portanto, ser abaixo do ruído balístico.

Se a eficiência da conversão da corrente do led na corrente do fotodetector ($h = I_d/I$) for igual a um, então a fotocorrente será dada por:

$$I_d(t) = eI(t) = I(t), \quad (5.2-28)$$

onde $I(t)$ é a taxa de recombinação (ou de emissão de fótons). Logo $\langle i_d^2 \rangle = \langle i^2 \rangle$, portanto, se a corrente da junção I não possuir flutuação o mesmo acontecerá com a fotocorrente I_d .

Para o caso mais geral onde a eficiência não é unitária ($h < 1$) devemos levar em consideração o ruído adicional, previsto pela teoria quântica do capítulo 4, na fotocorrente representado por uma função $r_a(t)$, de modo que:

$$I_d(t) = hI(t) + r_a(t), \quad (5.2-29)$$

portanto:

$$\langle i_d^2 \rangle = h^2 \langle i^2 \rangle + \langle r_a^2 \rangle, \quad (5.2-30)$$

onde o termo de ruído devido ao apagamento de fótons, $\langle r_a^2 \rangle$, é dado por:

$$\langle r_a^2 \rangle = h(1-h) \langle i_n^2 \rangle. \quad (5.2-31)$$

Para o caso em que $\langle i^2 \rangle = \langle i_s^2 \rangle$ (equação (5.2-12)) teremos $\langle i^2 \rangle \ll \langle i_n^2 \rangle$ pois o ruído de Nyquist tem intensidade muito menor que o ruído balístico. Portanto o fator de Fano será:

$$F = \frac{\langle i_d^2 \rangle}{h \langle i_n^2 \rangle} = 1 - h. \quad (5.2-32)$$

5.3. Modelo da Eficiência Diferencial

Embora os resultados teóricos demonstrados por Edwards fossem muito próximos aos resultados experimentais obtidos com leds de alta eficiência, em 1996 Takuya Hirano [16] mostrou que a estatística de fótons gerados por um led alimentado por uma fonte Poissoniana de corrente poderia ser superpoissoniana quando a eficiência diferencial fosse maior que a eficiência média do processo. Com isso a teoria que descrevia a geração de luz Subpoissoniana por meio de processos estocásticos pontuais mostra-se limitada.

Hirano propôs que a eficiência fosse tratada em termos da análise de pequenos sinais [17] como ilustra a figura 5.9.

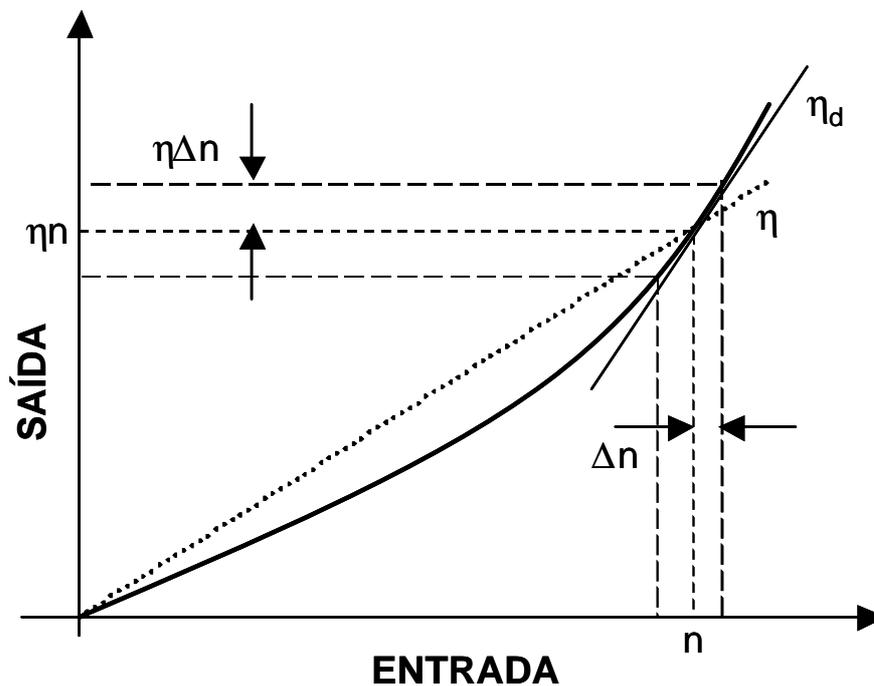


Figura 5.9 – Gráfico da função transferência não linear do led.

A função transferência é considerada não linear, e a eficiência média é tomada como o valor da tangente da reta traçada a partir da origem até o ponto de operação. A eficiência diferencial é definida como a inclinação da reta tangente à curva de transferência no mesmo

ponto. Pode ser notado que, sob essas condições, a eficiência diferencial h_d é maior que a eficiência média h . Para um valor médio de corrente de entrada, representado por n , a média na saída será hn . E quando houver uma flutuação Dn no valor da entrada, a saída flutuará com valor $h_d Dn$.

A proposta feita por Hirano em seu trabalho foi que o valor da potência espectral normalizada de ruído poderia ser calculado com o uso da seguinte expressão:

$$F = \frac{(1-h)}{\left(1-h + \frac{h_d^2}{h}\right)}, \quad (5.3-1)$$

que leva em consideração as eficiências diferencial e média. Os resultados experimentais mostraram que essa expressão era consistente tendo uma discrepância muito menor que aquele proposto por Edwards, equação (5.2-32), como mostra a tabela a seguir:

Tabela 5.1 – Resultados teóricos e experimentais obtidos por Hirano que comprovam a limitação do modelo proposto por Edwards.

I_d	Resultado Experimental	$(1 - ?)$	$(1 - ?) / (1 - ? + ?_d^2 / ?)$
5 μ A	0,90	0,93	0,89
50 μ A	0,84	0,89	0,85
500 μ A	0,81	0,85	0,80

5.4. Modelo de Realimentação por Resistência Externa

Vários trabalhos [18, 19 e 20] foram desenvolvidos onde se propunha um modelo quântico baseado no efeito Stark e Bloqueio de Coulomb para explicar a geração de luz subpoissoniana nos leds. Em 2001, Jiangping Yin [21] propôs um novo modelo semiclássico que descrevia a redução de ruídos em leds em função da resistência em série da fonte de alimentação. A figura 5.10 mostra o circuito de alimentação do led e o fotodetector.

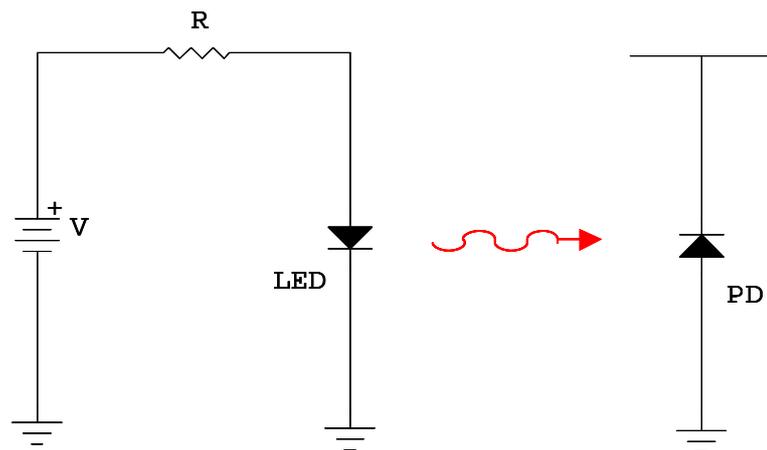


Figura 5.10 – Circuito de alimentação do led com a fonte de alta impedância R .

Na figura 5.10, V é a fonte de tensão livre de ruído e R é a resistência série que juntas formam uma fonte de alimentação de alta impedância para o led. A designação *alta impedância* é devida ao fato de que consideramos o caso em que $R \gg r$, onde r é a resistência do diodo e é inversamente proporcional à corrente que nele circula (ver figura 5.11).

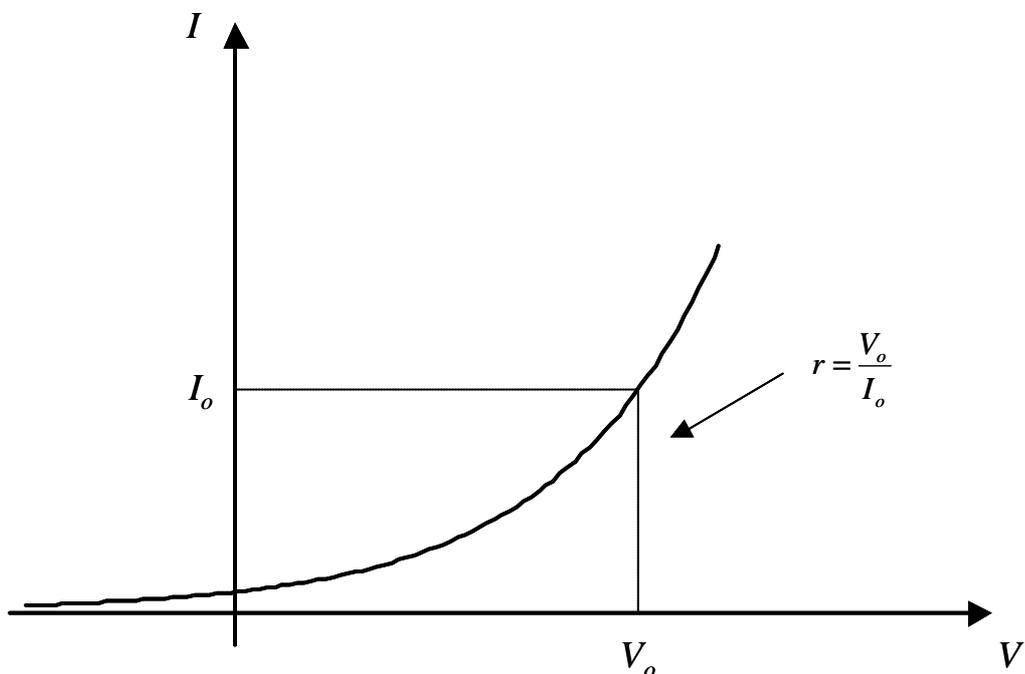


Figura 5.11 – Curva $I \times V$ de um led. A resistência do diodo é igual à relação entre a tensão e a corrente de operação do led.

O circuito equivalente ao da figura 5.10 está desenhado na figura 5.12:

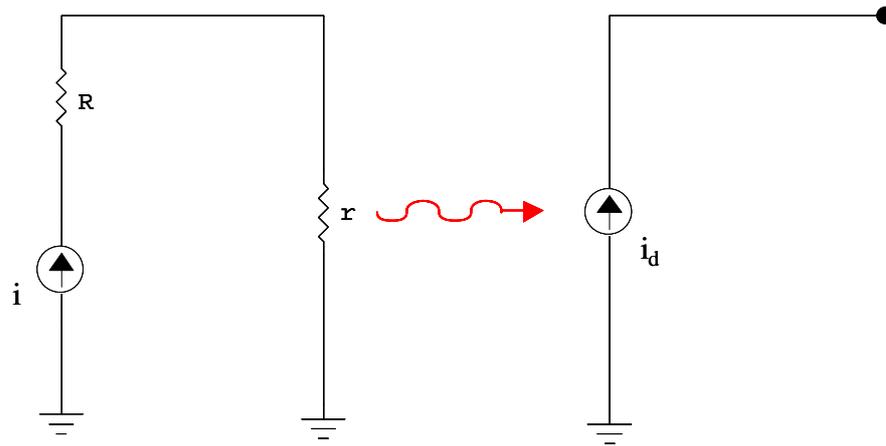


Figura 5.12 – Circuito equivalente de alimentação do led.

Onde:

i é a corrente de alimentação;

i_d é a fotocorrente gerada no fotodetector;

$h = h_E h_C h_D$ é a eficiência total ($h = \langle I_d / I \rangle$);

h_E é a eficiência de emissão de fótons

h_C é a eficiência de luz coletada pelo fotodetector

h_D é a eficiência de detecção da luz

5.4.1. Ruído da Corrente de Alimentação

Como foi estabelecido por Edwards, a fonte de alimentação com alta impedância permite que a tensão de junção do diodo flutue e o número de portadores seja auto-estabilizado por meio de um efeito de realimentação negativa interna do processo de recombinação. Então uma fonte de corrente subpoissoniana pode ser interpretada como o resultado do processo de emissão auto-estabilizada de fótons realimentado por meio do resistor R . Isto está ilustrado na figura 5.13.

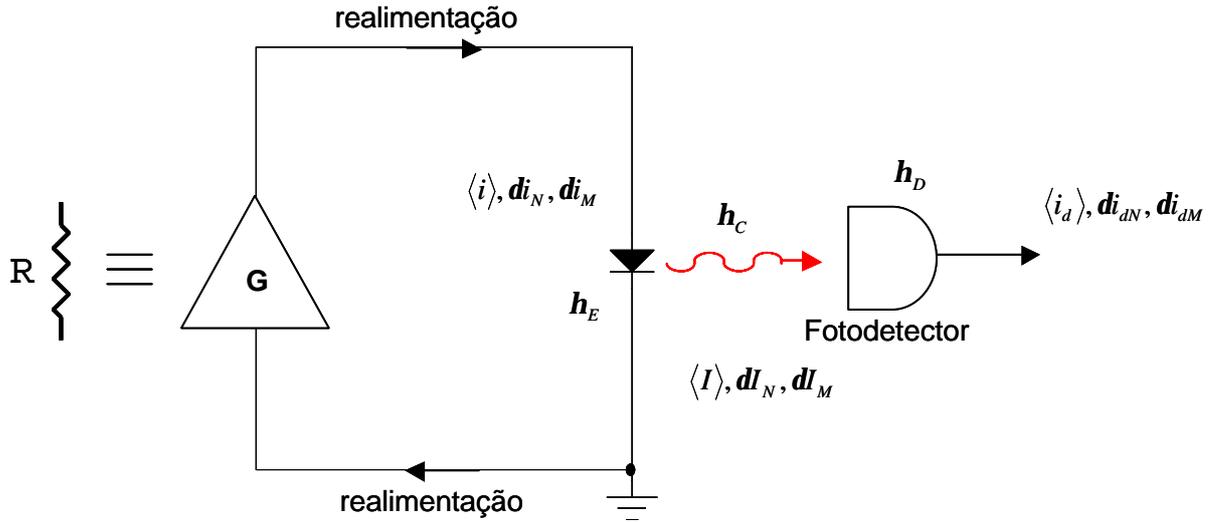


Figura 5.13 – Modelo simplificado para supressão de ruído no led alimentado por uma fonte de alta impedância.

A flutuação na corrente de alimentação é composta de dois termos: uma componente de ruído quântico di_N , proveniente de um ruído Poissoniano da corrente de alimentação quando $R = 0$; e uma componente de ruído clássico modulado di_M do sinal de realimentação negativa da resistência da fonte R .

Quando a realimentação negativa da resistência fizer com que o ruído clássico modulado se oponha ao ruído quântico isto é, quando houver uma anticorrelação entre as duas componentes de ruído, a corrente de alimentação terá um ruído reduzido abaixo do limite quântico padrão (SQL). O ruído total da corrente de alimentação, equação (5.4-2), será controlado por um sinal de realimentação igual a $-G(di_N + di_M)$, onde

$$G = \frac{R}{r}. \quad (5.4-1)$$

Assumindo que o ruído de Nyquist é desprezível e portanto, $\langle di_N^2 \rangle = \langle i \rangle$, vamos descrever matematicamente esse modelo. O ruído total da corrente será dado por:

$$di = di_M + di_N, \quad (5.4-2)$$

que será amplificado pela malha de realimentação com ganho igual a $-G$ e será convertido na componente modulada de ruído clássico di_M :

$$-G(\mathbf{di}_M + \mathbf{di}_N) = \mathbf{di}_M \Rightarrow \mathbf{di}_M = \frac{-G}{1+G} \mathbf{di}_N. \quad (5.4-3)$$

Com isso podemos calcular a função de correlação das duas componentes de ruído, assim como seu coeficiente de correlação:

$$\Gamma_{MN}^{(i)} = \langle \mathbf{di}_M \mathbf{di}_N \rangle = -\frac{G}{1+G} \langle \mathbf{di}_N^2 \rangle, \quad (5.4-4)$$

$$\mathbf{r}_{MN}^{(i)} = \frac{\langle \mathbf{di}_M \mathbf{di}_N \rangle}{[\langle \mathbf{di}_M^2 \rangle \langle \mathbf{di}_N^2 \rangle]^{1/2}} \quad (5.4-5)$$

O resultado da equação (5.4-4) mostra que pode haver uma forte anticorrelação entre as componentes de ruído da corrente total com uma intensidade que depende do ganho G . E a equação (5.4-5) diz que essa anticorrelação pode ser completa, isto é, igual a -1 , nas condições em que o ruído de Nyquist é desprezado. Portanto, a flutuação na corrente pode ser reduzida a um valor menor que o do ruído balístico. Com o uso das equações (5.4-2) e (5.4-3) podemos escrever:

$$\langle \mathbf{di}^2 \rangle = \langle (\mathbf{di}_M + \mathbf{di}_N)^2 \rangle \quad (5.4-6)$$

e

$$(\mathbf{di}_M + \mathbf{di}_N) = -\frac{1}{G} \mathbf{di}_M = -\frac{1}{1+G} \mathbf{di}_N, \quad (5.4-7)$$

portanto:

$$\langle (\mathbf{di}_M + \mathbf{di}_N)^2 \rangle = \frac{1}{(1+G)^2} \langle \mathbf{di}_N^2 \rangle = \frac{1}{(1+G)^2} \langle i \rangle \quad (5.4-8)$$

e o fator de Fano pode ser calculado como:

$$F_i = \frac{\langle \mathbf{di}^2 \rangle}{\langle \mathbf{di} \rangle} = \frac{\langle \mathbf{di}^2 \rangle}{\langle i \rangle} = \frac{1}{(1+G)^2} \quad (5.4-9)$$

Note que essa expressão é dada em função do ganho e , conseqüentemente, em função da resistência da fonte R . Para um valor de R muito maior que a resistência do diodo ($R \gg r$) o ruído será praticamente nulo, enquanto que se $R \approx 0$ o fator de Fano se aproximará de um e tem-se, portanto, um ruído balístico na corrente de alimentação do led.

5.4.2. Ruído da Luz Gerada

Tendo encontrado as características da corrente que alimenta o led passaremos a estudar o que acontece em relação ao ruído da luz gerada por essa corrente. Podemos calcular as mesmas funções encontradas no tópico anterior para a luz gerada no led. Considere que a intensidade de luz média é expressa por $\langle I \rangle$ e as flutuações quântica Poissoniana e clássica são designadas por dl_N e dl_M , respectivamente. A eficiência da emissão do fóton é dada por:

$$h_E = \frac{\langle I \rangle}{\langle i \rangle}, \quad (5.4-10)$$

com isso, podemos escrever:

$$\langle I \rangle = h_E \langle i \rangle, \quad (5.4-11)$$

$$dl_M = h_E di_M \quad (5.4-12)$$

e

$$\langle dl_M^2 \rangle = h_E^2 \langle di_M^2 \rangle = h_E^2 \left(\frac{G}{1+G} \right)^2 \langle di_N^2 \rangle = \frac{G}{1+G} h_E^2 \langle i \rangle, \quad (5.4-13)$$

$$\langle dl_N^2 \rangle = h_E^2 \langle di_N^2 \rangle + h_E (1 - h_E) \langle i \rangle \quad (5.4-14)$$

Essa última equação é similar àquela usada por Edwards (5.2-30) e (5.2-31).. A função de correlação e o coeficiente de correlação podem ser calculados como:

$$\Gamma_{MN}^{(I)} = \langle dI_M dI_N \rangle = -\frac{G}{1+G} h_E^2 \langle i \rangle = -\frac{G}{1+G} h_E \langle I \rangle \quad (5.4-15)$$

e

$$\mathbf{r}_{MN}^{(I)} = -\sqrt{h_E} . \quad (5.4-16)$$

Note que a anticorrelação entre as componentes do ruído da intensidade de luz é incompleto, ou seja, depende da eficiência da emissão de fótons h_E . Se essa eficiência for menor que um, o que acontece nos casos práticos, teremos uma anticorrelação menor que 100%. O cálculo da intensidade da flutuação da luz está demonstrado a seguir:

$$\langle dI^2 \rangle = \langle (dI_M + dI_N)^2 \rangle = \langle dI_M^2 + dI_N^2 + 2dI_M dI_N \rangle \quad (5.4-17)$$

$$\langle dI^2 \rangle = \left(\frac{G}{1+G} \right)^2 h_E \langle I \rangle + \langle I \rangle + 2dI_M dI_N$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{G}{1+G} h_E + \frac{1+G}{G} - 2h_E \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{G^2 h_E + (1+G)^2 - 2h_E(1+G)G}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{G^2 h_E + 1 + G^2 + 2G - 2h_E G - 2h_E G^2}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{G^2(h_E + 1 - 2h_E) + 2G(1 - h_E) + 1}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{G^2(1 - h_E) + 2G(1 - h_E) + 1}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{(1 - h_E)(G^2 + 2G) + 1}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{(1 - h_E)[(1+G)^2 - 1] + 1}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{(1 - h_E)(1+G)^2 - (1 - h_E) + 1}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{(1 - h_E)(1+G)^2 + h_E}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{G}{1+G} \left[\frac{(1-h_E)(1+G)^2}{(1+G)G} + \frac{h_E}{(1+G)G} \right] \right]$$

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[\frac{(1-h_E)(1+G)^2}{(1+G)G} \frac{G}{1+G} + \frac{h_E}{(1+G)G} \frac{G}{1+G} \right],$$

finalmente chegamos à expressão final:

$$\langle dI^2 \rangle = \langle I \rangle \left[(1-h_E) + \frac{h_E}{(1+G)^2} \right]. \quad (5.4-18)$$

A partir disto podemos encontrar o fator de Fano:

$$F_I = \frac{\langle dI^2 \rangle}{\langle dI_{RB}^2 \rangle} = \frac{\langle dI^2 \rangle}{\langle I \rangle} = (F_i + 1 - h_E), \quad (5.4-19)$$

onde o subscrito *RB* indica ruído balístico. Novamente para o caso em que $R \gg r$, portanto $G \gg 1$, e $F_i \approx 0$, o fator de Fano será:

$$F_I = 1 - h_E, \quad (5.4-20)$$

e haverá a geração de luz subpoissoniana, pois $F_I < 1$.

5.4.3. Geração de Fotocorrente

Finalmente vamos analisar a geração de fotocorrente a partir da detecção da luz gerada pelo led. Considere que $\langle i_d \rangle$ seja a corrente média gerada e suas componentes de ruído quântico e clássico sejam di_{dN} e di_{dM} , respectivamente. Teremos:

$$\langle i_d \rangle = h_C h_D \langle I \rangle = h_C h_D h_E \langle i \rangle = h \langle i \rangle, \quad (5.4-21)$$

$$\mathbf{di}_{dM} = \mathbf{h}_C \mathbf{h}_D \mathbf{dI}_M = \mathbf{h}_C \mathbf{h}_D \mathbf{h}_E \mathbf{di}_M = \mathbf{h} \mathbf{di}_M \quad (5.4-22)$$

e

$$\langle \mathbf{di}_{dM}^2 \rangle = (\mathbf{h}_C \mathbf{h}_D)^2 \langle \mathbf{dI}_N^2 \rangle + \mathbf{h}_C \mathbf{h}_D (1 - \mathbf{h}_C \mathbf{h}_D) \langle I \rangle. \quad (5.4-23)$$

A função e o coeficiente de correlação serão dados, respectivamente, por:

$$\Gamma_{MN}^{i_d} = (\mathbf{h}_C \mathbf{h}_D)^2 \langle \mathbf{dI}_M \mathbf{dI}_N \rangle = \mathbf{h}^2 \frac{G}{1+G} \langle i \rangle \quad (5.4-24)$$

e

$$\mathbf{r}_{MN}^{(i_d)} = -\sqrt{\mathbf{h}}, \quad (5.4-25)$$

e novamente as duas componentes de ruído não são completamente anticorrelacionadas devido ao fato da eficiência não ser igual a um. A flutuação pode ser calculada por:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{di}_d^2 \rangle &= \langle (\mathbf{di}_{dM} + \mathbf{di}_{dN})^2 \rangle = \mathbf{h} \langle i \rangle \left[\frac{\mathbf{h}}{(1+G)^2} + 1 - \mathbf{h} \right] \\ \langle \mathbf{di}_d^2 \rangle &= \langle i_d \rangle [F_i \mathbf{h} + 1 - \mathbf{h}]. \end{aligned} \quad (5.4-26)$$

e o fator de Fano será:

$$F_{i_d} = \frac{\langle \mathbf{di}_d^2 \rangle}{\langle \mathbf{di}^2 \rangle} = \frac{\langle \mathbf{di}_d^2 \rangle}{\langle i_d \rangle} = F_i \mathbf{h} + 1 - \mathbf{h}, \quad (5.4-27)$$

mas se $R \gg r$, $F_i \rightarrow 0$ e

$$F_{i_d} \approx 1 - \mathbf{h}. \quad (5.4-28)$$

As flutuações na fotocorrente são reduzidas abaixo do ruído balístico com a intensidade desta redução igual ao valor da eficiência de conversão da corrente de alimentação do led na fotocorrente gerada no fotodetector.

Montagem Experimental

Capítulo 6 – Montagem Experimental

Abordaremos agora os trabalhos realizados como parte experimental na análise da detecção óptica. Os circuitos foram montados segundo as referências [1, 2 e 3] que tinham o mesmo propósito: detecção, amplificação e análise do sinal detectado. Foram projetados e montados vários circuitos eletrônicos todos descritos separadamente nas seções seguintes de uma forma mais detalhada. Os circuitos construídos foram: um amplificador de baixo ruído integrado a um circuito para o fotodetector e 3 circuitos de alimentação para os Led's.

O principal objetivo do trabalho é detectar ruídos com nível de potência espectral abaixo do ruído balístico. Para isso montou-se um aparato cujo diagrama em blocos encontra-se ilustrado na figura 6.1

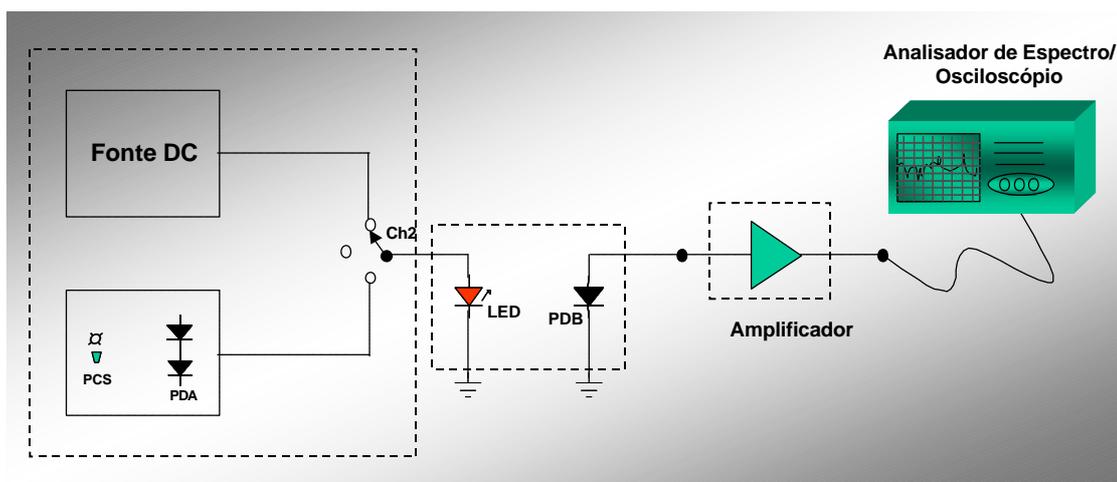


Figura 6.1 – Diagrama em blocos da montagem

Cada um dos blocos expostos na figura acima será explicado nos tópicos e nos capítulos seguintes.

A montagem dos circuitos teve como uma das principais preocupações evitar que houvesse qualquer tipo de interferência a qual poderia adicionar ruídos indesejáveis ao sinal medido, já que o experimento tem como objetivo era a análise apenas do ruído do sinal detectado. Portanto daremos ênfase também às medidas tomadas para minimizar o efeito dos campos eletromagnéticos exteriores sobre os circuitos.

6.1. Redução de Interferência nos Circuitos

Para que os efeitos de interferência sobre os circuitos fossem reduzidos foram tomadas várias medidas:

- ✓ Blindagem dos circuitos;
- ✓ Filtragem da alimentação;
- ✓ Uso de fontes estabilizadas;
- ✓ Reguladores de tensão e
- ✓ Integração dos circuitos.

A blindagem [4] foi feita mantendo-se as placas de circuito dentro de caixas metálicas (Alumínio) evitando, assim, a interferência de campos externos, como ilustra a figura 6.2.

Para evitar possíveis e indesejadas flutuações da fonte de alimentação utilizou-se filtros *RLC* convencionais e reguladores de tensão em todos os circuitos de alimentação. Essa medida mostrou-se eficaz, pois sem o uso de filtros o sinal da alimentação era muito ruidoso. O regulador de tensão utilizado foi da série 78XX (tensões positivas) e 79XX (tensões negativas). A figura 6.3 mostra como os filtros e os reguladores foram utilizados.

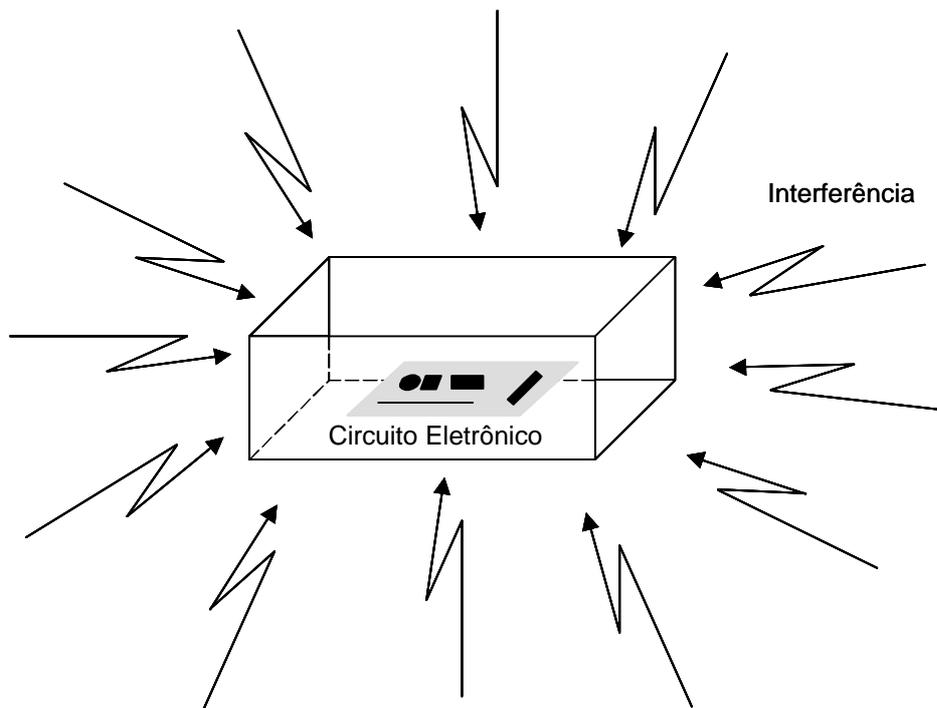


Figura 6.2 – O circuito eletrônico fica imune à interferência do campo eletromagnético externo

Para evitar que o sinal fosse transmitido por cabos de um ponto a outro a montagem foi feita visando integrar ao máximo as partes separadas como os circuitos de detecção e amplificação do sinal, e os circuitos da alimentação do LED e o próprio LED. Toda a circuitaria ficou montada em duas caixas havendo a necessidade de cabo apenas para transmitir o sinal aos equipamentos de medida como oscilador, multímetro, etc. A figura 6.4 ilustra a montagem final.

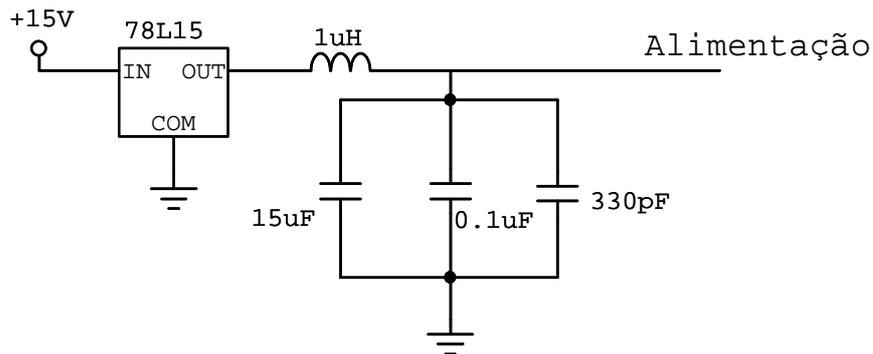


Figura 6.3 – A filtragem da alimentação evita que as flutuações da fonte sejam transmitidas ao sinal.

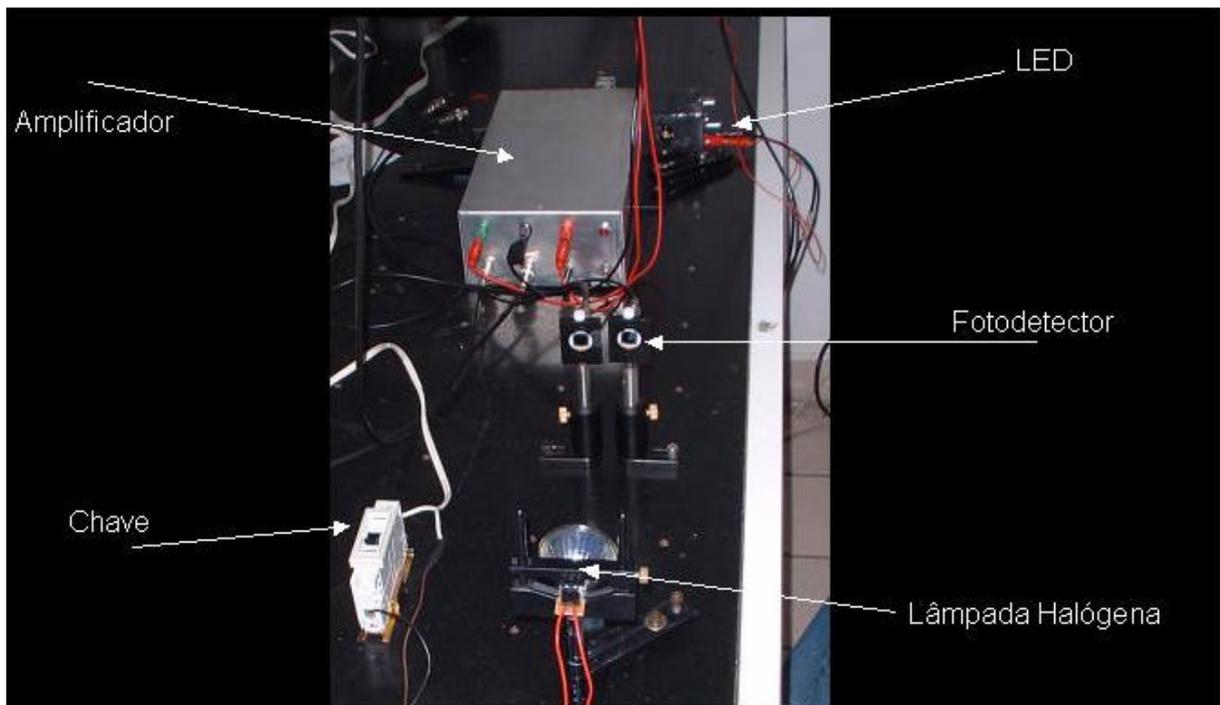


Figura 6.4 – Foto da montagem experimental.

6.2. Amplificador de Trans-impedância

A potência espectral do ruído a ser detectado era da ordem de -90 dBm sendo necessário, portanto o uso de um amplificador para tornar o sinal mensurável por um osciloscópio ou analisador de espectro. Como o fotodetector gera *corrente elétrica* e a entrada dos equipamentos de medição é *tensão*, o amplificador utilizado foi de trans-impedância, ou seja, sua função transferência tem como unidade de medida o OHM (Ω). Outro fato é que o amplificador deveria ser o menos ruidoso possível, portanto utilizou-se o amplificador integrado da *Analog Devices Amp01 FX* o qual possui uma excelente qualidade quanto a ruído (da ordem de μV) apesar de ter uma resposta em frequência limitada (500 kHz) limitando a faixa espectral do sinal analisado. Porém, isso não impede que sejam obtidos resultados consistentes com o esperado.

Como foi observado no tópico anterior, todos os cuidados para evitar a presença de ruídos indesejados foram tomados tanto no projeto como na construção do amplificador. A seguir discutiremos os detalhes do principal instrumento eletrônico usado nos experimentos, o amplificador de trans-impedância.

6.2.1. Amp01

O **Amp01** é um amplificador integrado da *Analog Devices* muito utilizado em instrumentação eletrônica onde é requerida uma alta performance por parte dos componentes para que haja confiabilidade dos resultados medidos.

O baixo ruído do Amp01 foi um dos principais motivos da escolha desse componente para montagem do amplificador de trans-impedância. A figura 6.6 ilustra o que foi observado a respeito do ruído nesse componente.

Outra característica do Amp01 é estabilidade quanto à temperatura. Essa estabilidade foi comprovada no ensaio de temperatura do amplificador que será mostrada mais adiante. O gráfico da figura 6.5 ilustra o que estamos falando: a densidade espectral de ruído é da ordem de 10^{-9} na faixa de frequência de nosso interesse.

A configuração básica de um Amp01 está mostrada na figura 6.6. Esta configuração é a mais usada quando se deseja atingir valores de ganho que variam de 0,1 até 10.000. Na nossa montagem utilizamos um resistor R_g de $5\text{k}\Omega$ e um potenciômetro R_s de $10\text{k}\Omega$ para obter ganhos na faixa de 0 - 40. O ganho da configuração é dado por:

$$G = \frac{20R_s}{R_G} \tag{6.2-1}$$

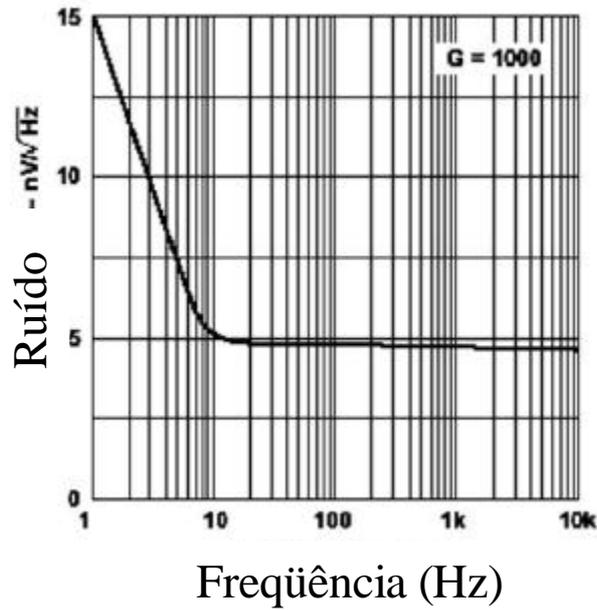


Figura 6.5 – Característica de ruído do AMP01.

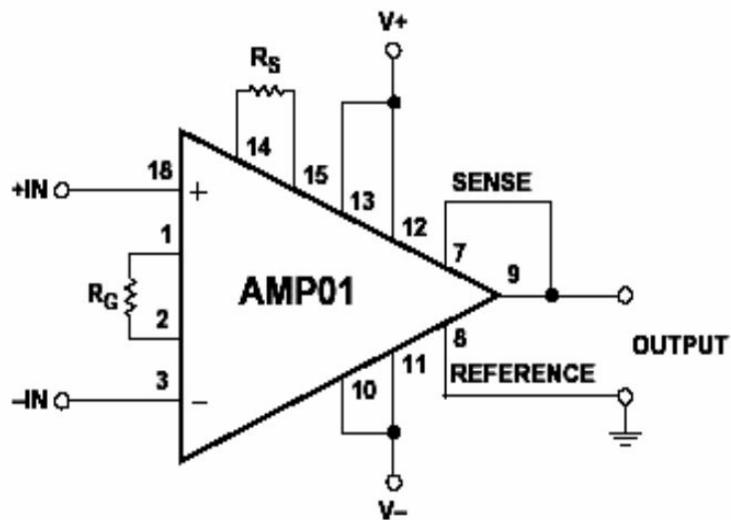


Figura 6.6 – Configuração básica do Amp01.

6.2.2. Simulações e Ensaio do Amplificador

Antes da montagem o amplificador foi simulado no programa *Circuitmaker*^â e para caracterizar melhor o amplificador também foram realizados alguns ensaios. A seguir apresentaremos e discutiremos os resultados.

SIMULAÇÃO

O circuito apresentado na figura 6.7 foi simulado para obter as formas de onda de entrada e saída do amplificador feito com o Amp01.

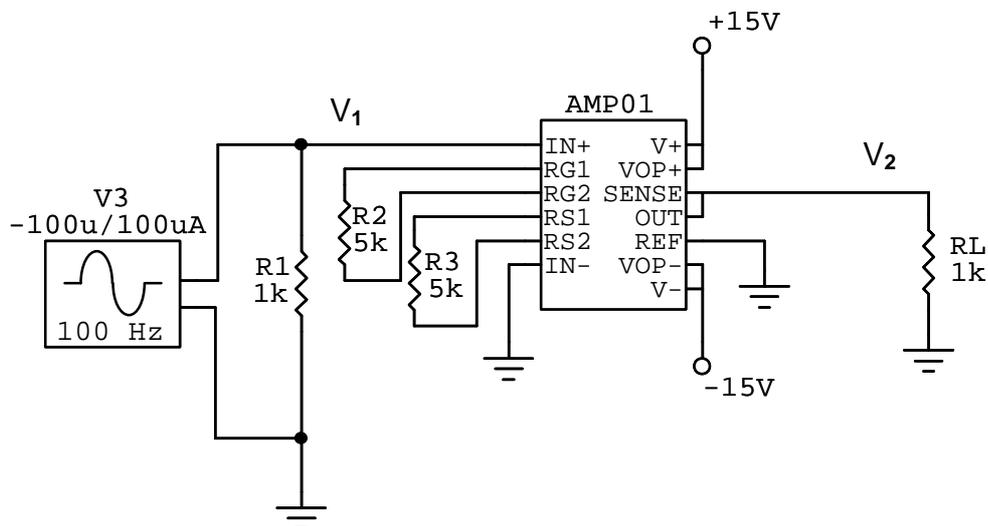


Figura 6.7 – Amplificador com Amp01 usado na simulação

As formas de onda obtidas estão apresentadas nas figuras 6.8 e 6.9. Pode-se notar que o ganho para esse caso foi de $\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_2}{V_1} = 20$, onde $V_1 = 100\text{ mV}$ é a amplitude do sinal de entrada e $V_2 = 2.5\text{ V}$ a amplitude do sinal de saída.

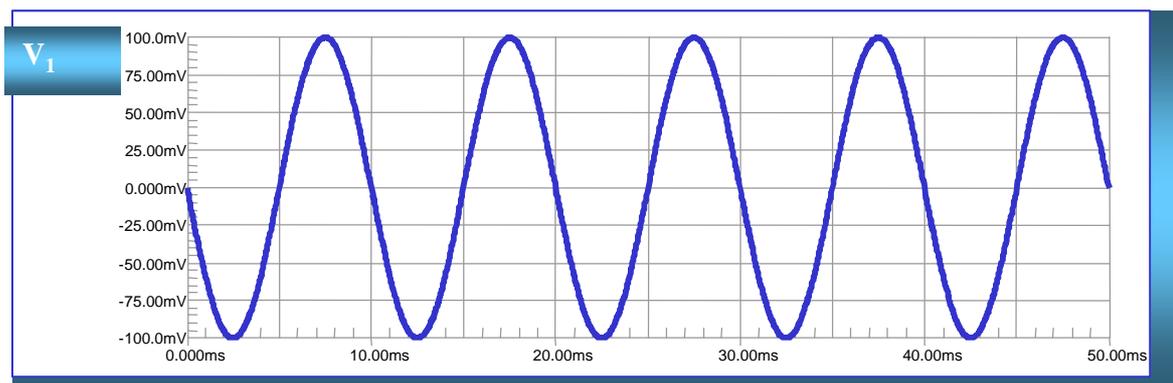


Figura 6.8 – Forma de onda na entrada do amplificador.

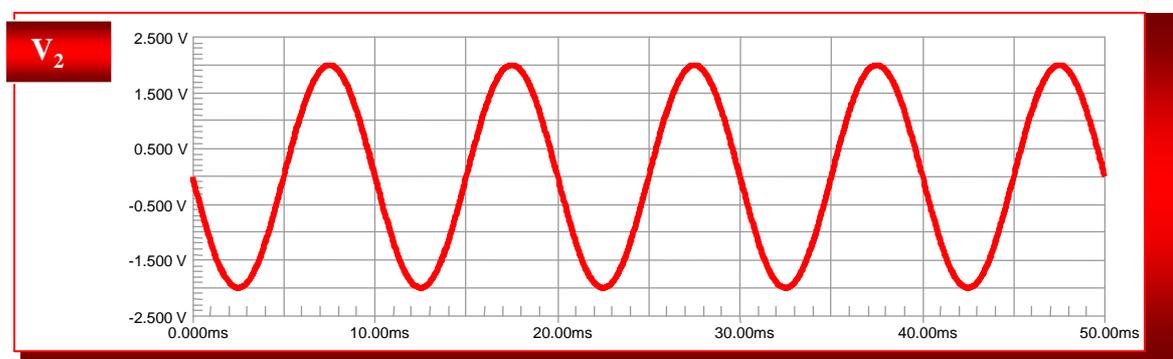


Figura 6.9 – Forma de onda na saída do amplificador.

ENSAIOS

Foram realizados três tipos de ensaio com o amplificador depois de ter sido montado: de temperatura, resposta em frequência e de escuro para observar o ruído do amplificador sem sinal na entrada.

No ensaio de temperatura o circuito foi mantido em uma caixa térmica de isopor, ou seja, uma estufa onde a temperatura interna podia ser variada por meio de um resistor de potência (figura 6.10). O ganho foi medido para uma determinada frequência. O resultado que está mostrado no gráfico da figura 6.11, embora pareça surpreendente, condiz com a estabilidade térmica do principal componente do amplificador, o Amp01 FX apresentada na folha de dados.

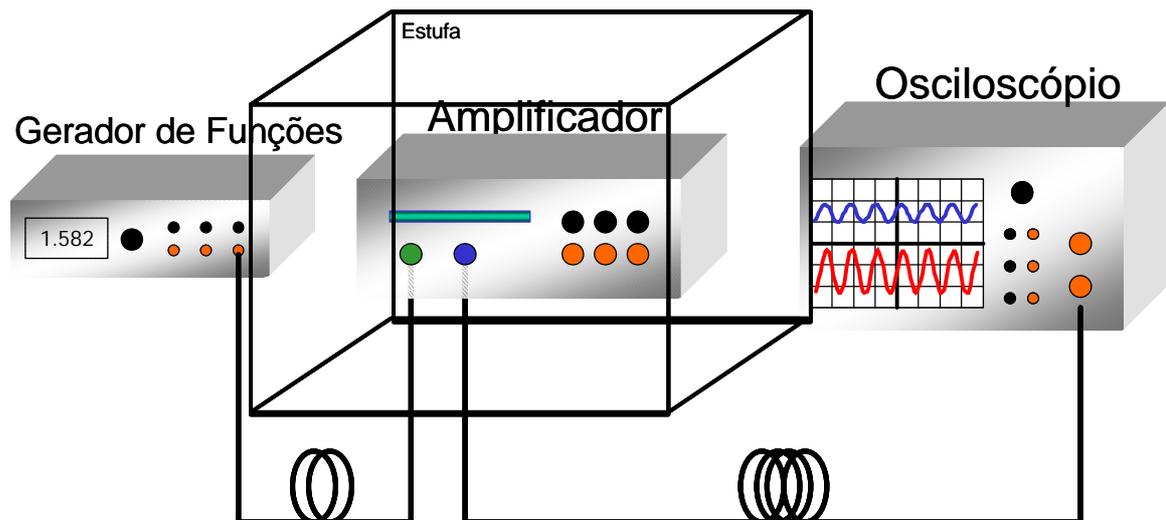


Figura 6.10 – Ensaio de temperatura do amplificador.

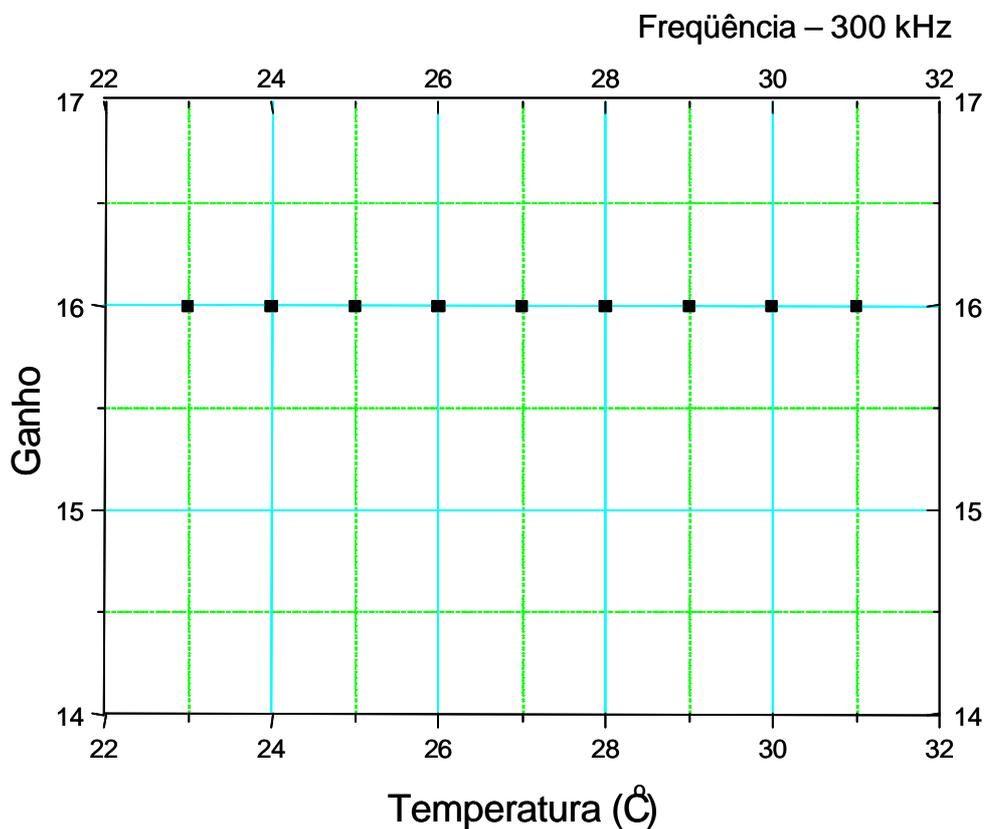


Figura 6.11 – Resultado do ensaio em temperatura do amplificador. Note que o ganho não variou com a temperatura.

O ensaio de resposta em frequência foi feito da forma usual. Utilizamos um gerador de sinais (*Agilent*^â 33120A) e medimos o ganho para várias frequências do sinal senoidal de entrada (figura 6.12).

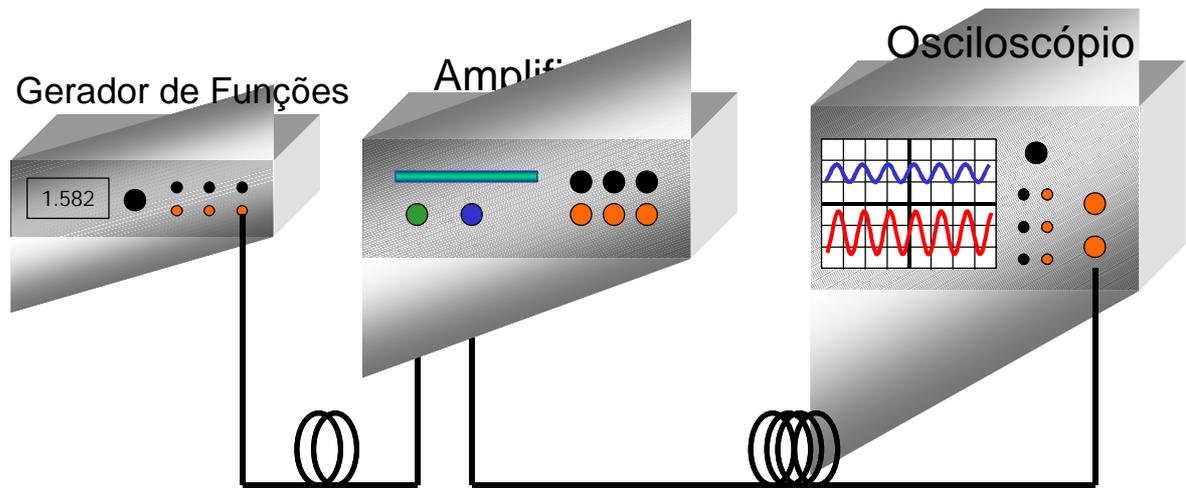


Figura 6.12 – Montagem para ensaio de resposta em frequência do amplificador

A figura 6.13 mostra o resultado do ensaio em frequência.

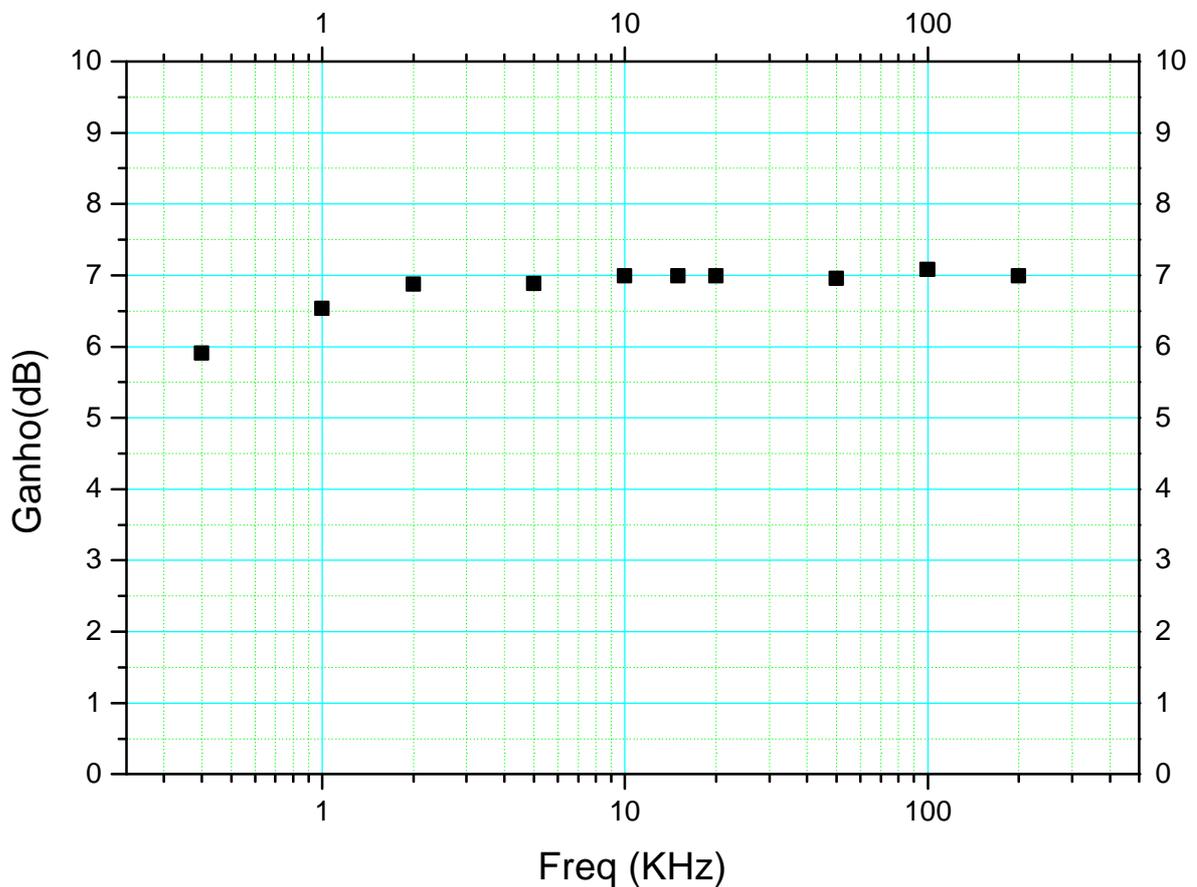


Figura 6.13 – Resposta em frequência do amplificador

O ensaio de ruído foi realizado para observar o ruído do circuito eletrônico da seguinte forma: sem a aplicação de qualquer sinal na entrada do amplificador, o sinal na saída, que é tomado como ruído do circuito, foi medido. Este resultado é importante por que

estamos interessados em observar ruídos com potência espectral muito reduzida (-90 dBm), sendo necessário, portanto, um sistema eletrônico que tenha um nível de ruído abaixo do ruído que se deseja medir. Esse ensaio foi feito em duas etapas: uma com o amplificador fora da caixa metálica e outra com o amplificador dentro da caixa para comparar a redução da interferência externa no circuito. A figura 6.14 ilustra o esquema que foi montado para realizar o ensaio de escuro do amplificador e a figura 6.15 mostra os resultados do ensaio.

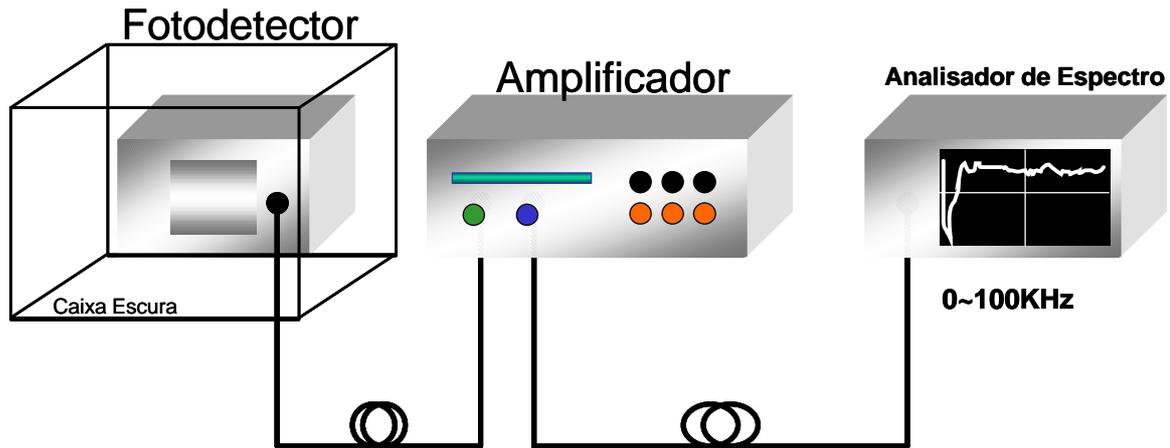


Figura 6.14 – Esquema da montagem usada para realizar o ensaio de escuro

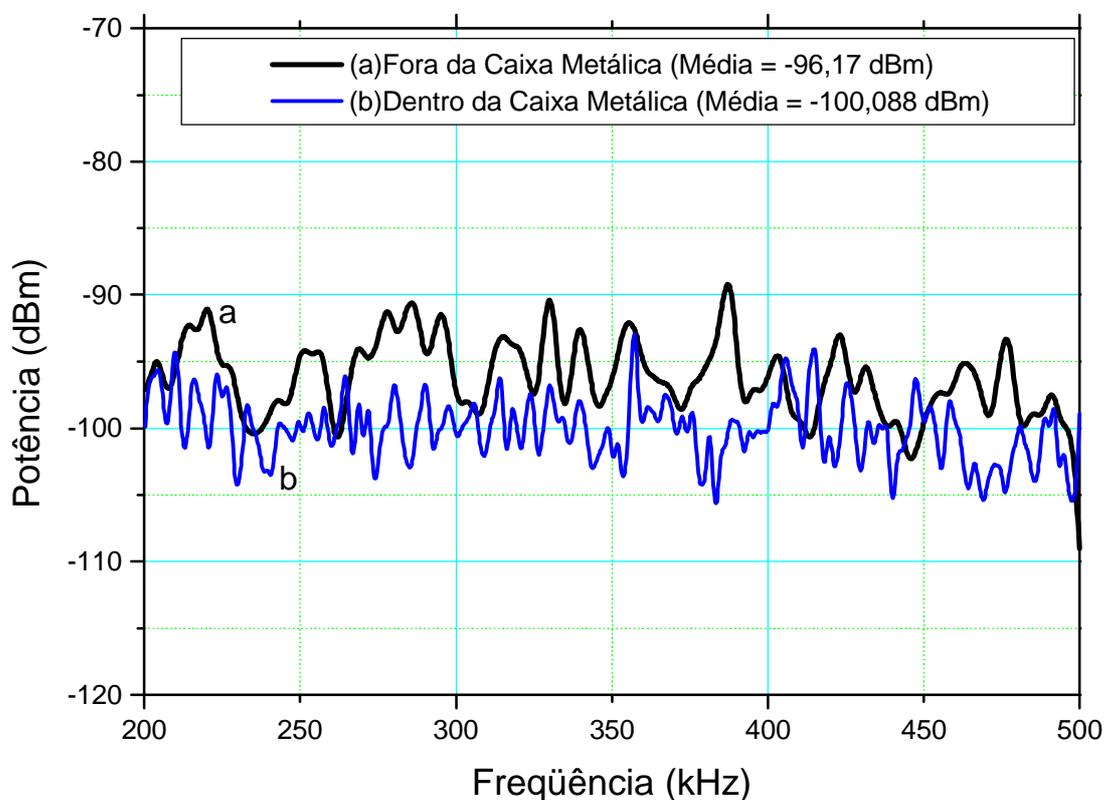


Figura 6.15 – Resultado ensaio de escuro. A potência do ruído do amplificador foi da ordem de -100 dBm

6.2.3. Montagem do Amplificador

Passaremos agora a explicar com detalhes como foi feita a montagem do amplificador de trans-impedância. O esquema elétrico do amplificador está mostrado na figura 6.16.

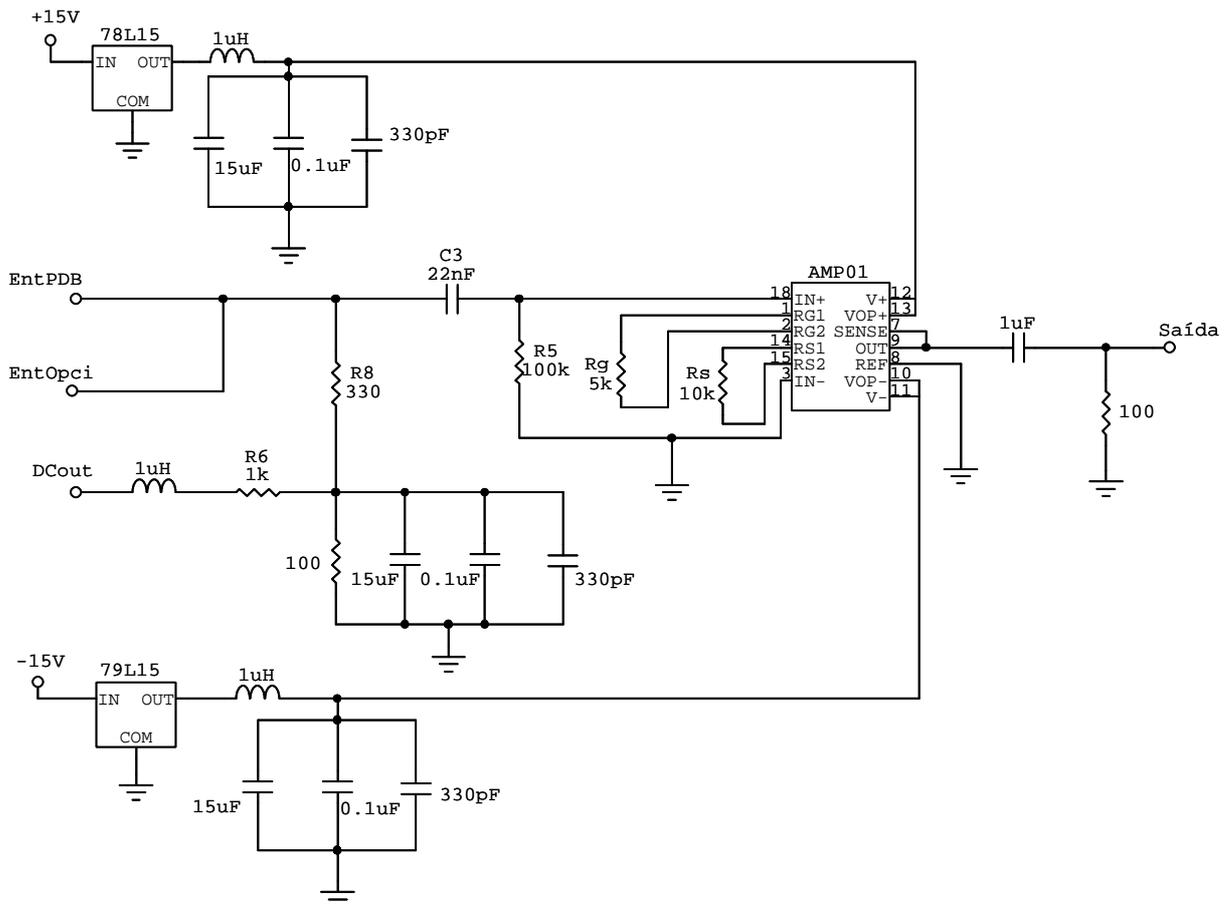


Figura 6.16 – Diagrama elétrico do amplificador.

Os indutores que aparecem no esquema nos filtros *RLC* foram feitos manualmente enrolando-se um fio esmaltado (~ 8 voltas) em uma caneta e servem para filtragem de sinais indesejáveis de alta frequência. Esse circuito foi montado em placa de circuito impresso e acomodado em uma caixa de alumínio. A figura 6.17 ilustra o *layout* do circuito.

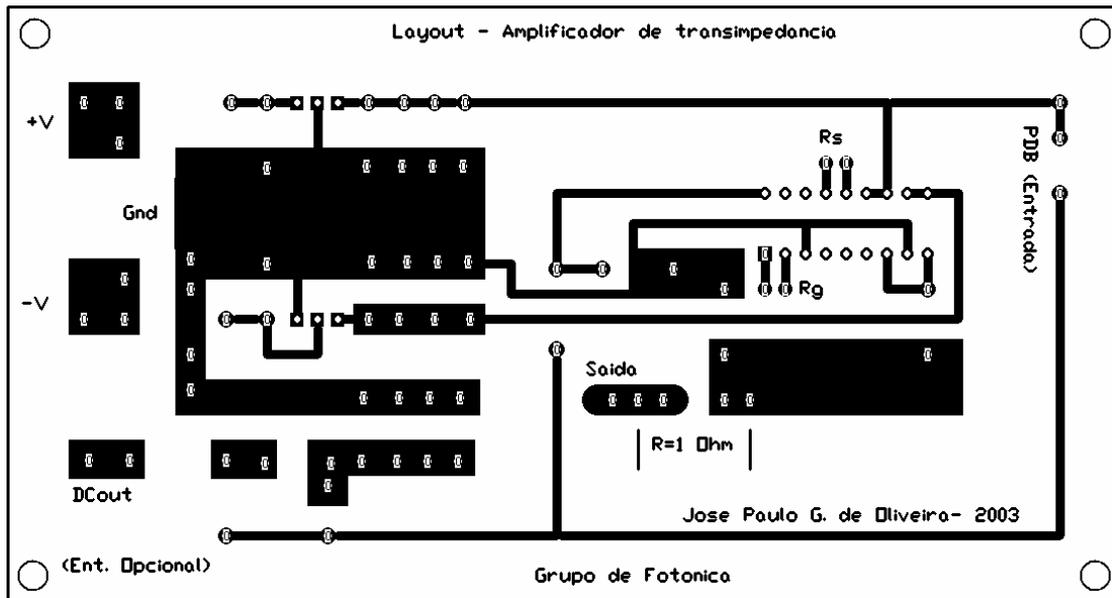


Figura 6.17 – Layout do amplificador.

Na mesma caixa metálica ficou acomodado o fotodetector (Hamamatsu S5107) sendo ligado internamente à entrada *EntPDB* do amplificador evitando, assim, o uso de cabos para transferir o sinal detectado. A entrada *EntOpci* é opcional para injeção direta de sinais elétricos vindos de um gerador de sinais, por exemplo, para se realizar ensaios de ganho e de frequência. A saída *Dcout* é por onde sai a parte DC do sinal gerado pelo fotodetector a partir da qual se calcula a fotocorrente média. A saída principal (denominada *Saída* no circuito) contém a parte alternada do sinal detectado, ou seja, as flutuações na fotocorrente que é o ruído que se deseja analisar. Abaixo se encontram as fotos do amplificador montado em caixas metálicas (figuras 6.18, 6.19, 6.20).

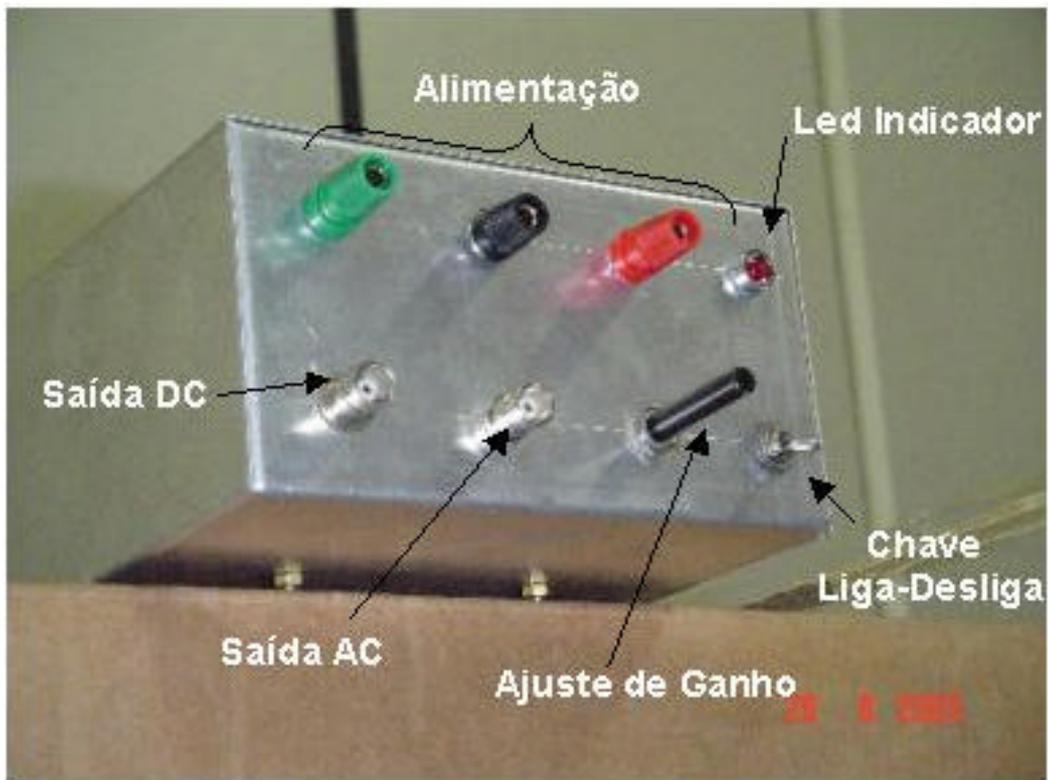


Figura 6.18 – Painel frontal do amplificador.

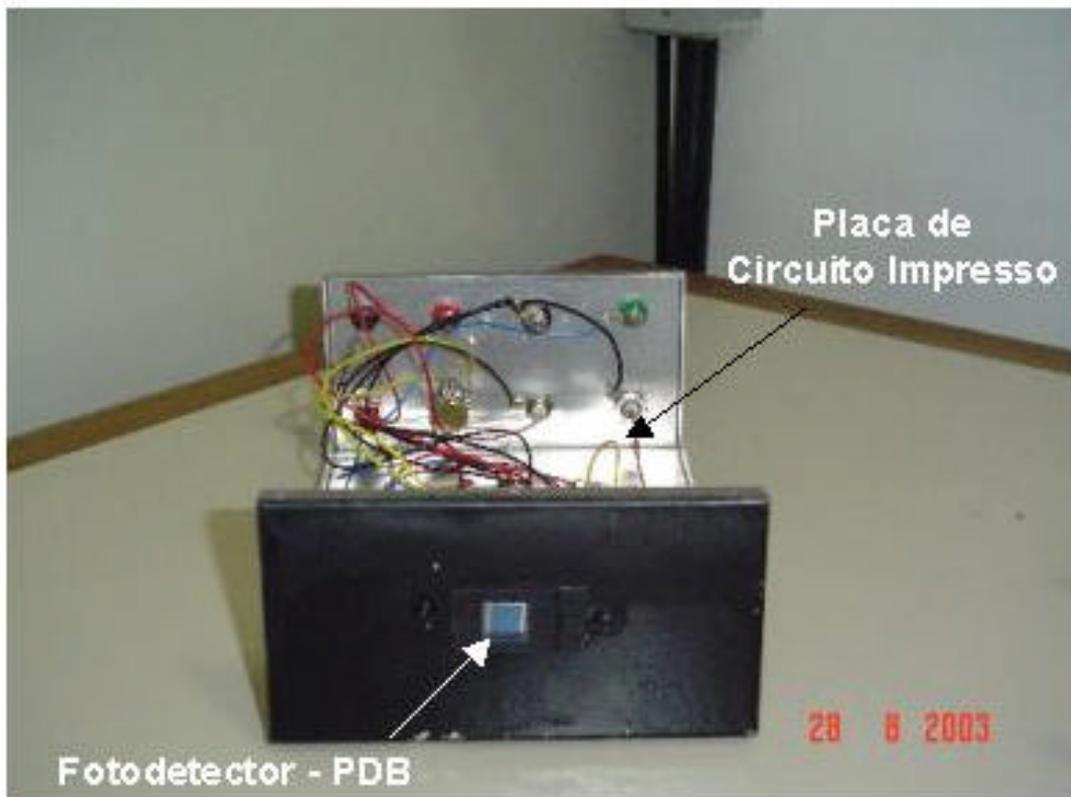


Figura 6.19 – Detalhe do fotodetector na parte traseira do amplificador.

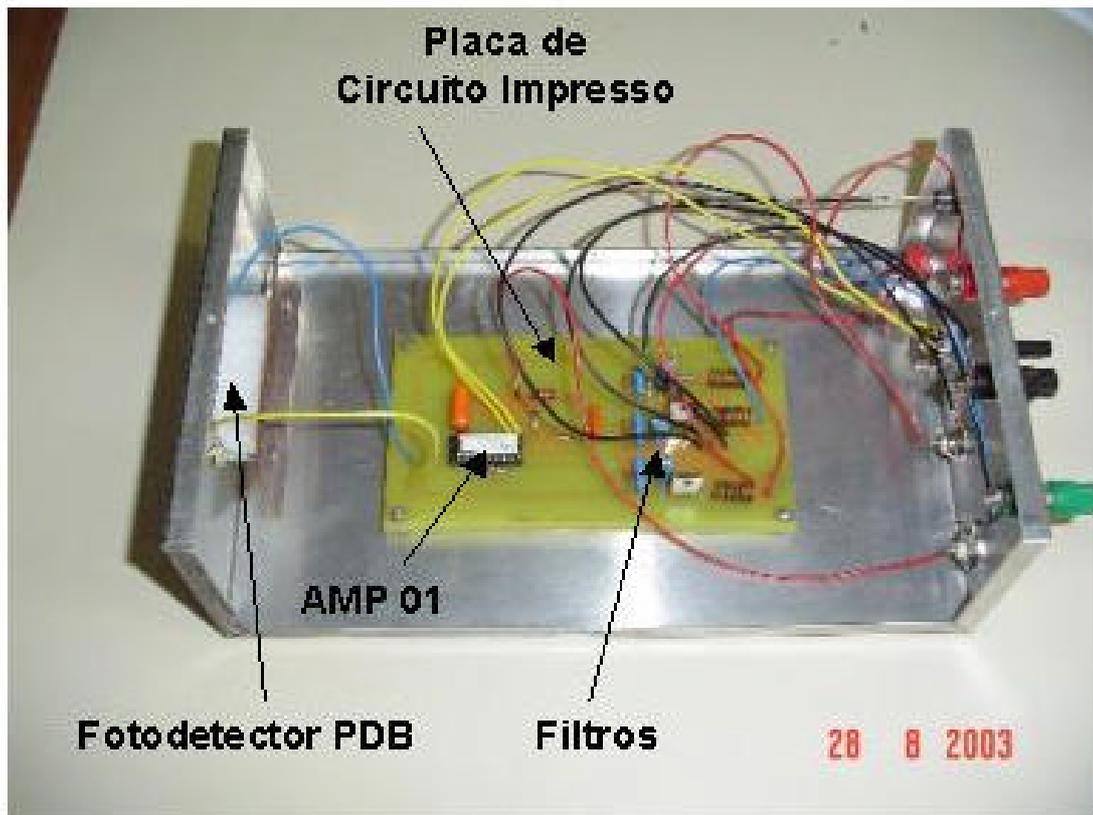


Figura 6.20 – Amplificador: Montagem em PCI.

6.3. Alimentação do LED

Para possibilitar o ajuste de alguns parâmetros do led como a corrente de alimentação, o resistor ligado em série e até o número de leds acoplados em série e em paralelo foi necessário montar vários circuitos de alimentação. No capítulo 7 será explicado como e por que os ajustes foram feitos. Os circuitos montados foram: um com um LED simples, um com os LED's ligados em paralelo e outro com os LED's em série. Da mesma forma que o amplificador o circuito de alimentação do LED foi montado em placa de circuito impresso e acondicionado em uma caixa de alumínio. Os diagramas elétricos encontram-se ilustrados a seguir nas figuras 6.21 a 6.23. Nos circuitos série e paralelo o regulador não foi usado, pois era necessário um ajuste na tensão de alimentação.

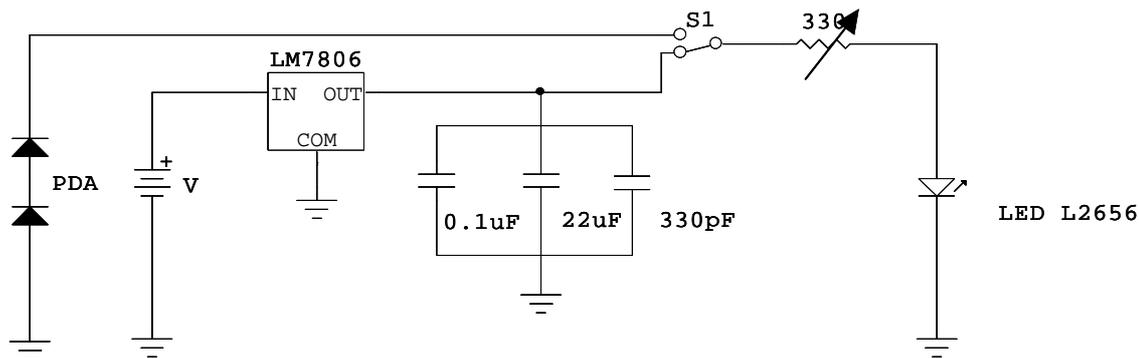


Figura 6.21 – Diagrama elétrico da alimentação simples.

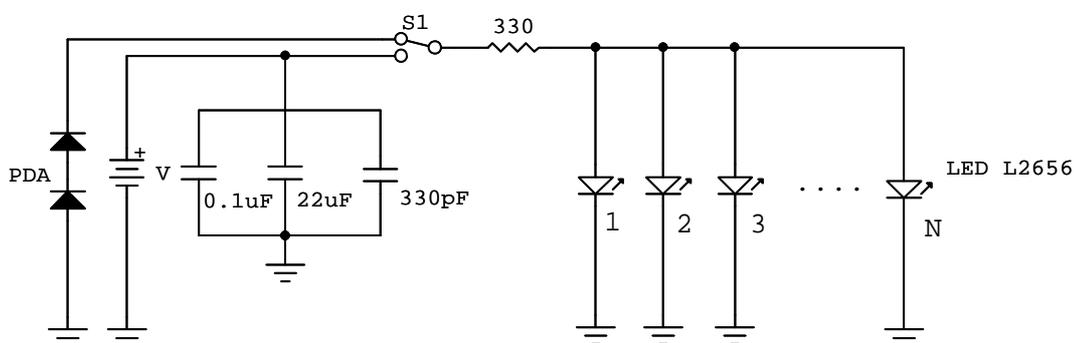


Figura 6.22 – Diagrama elétrico da alimentação paralela.

As diferentes configurações foram usadas para analisar características especiais da potência espectral do ruído na amplitude da luz detectada quando é gerada em LED's configurados em série e em paralelo. As figuras 6.24 a 6.26 a seguir mostram os layouts dos circuitos de alimentação do LED.

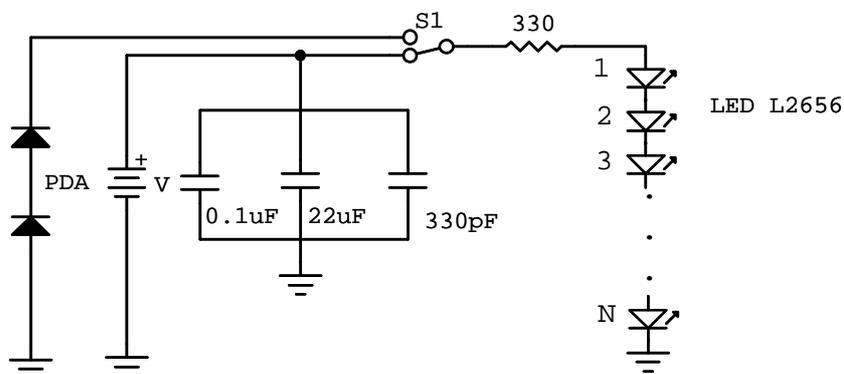


Figura 6.23 – Diagrama elétrico da alimentação série.

Na figura 6.27 estão as fotos da montagem dos circuitos de alimentação dos leds.

6.4. Componentes

Esta seção descreverá os principais componentes utilizados em nosso experimento para geração e detecção de luz; a lâmpada halógena, o led de alta eficiência e os fotodetectores.

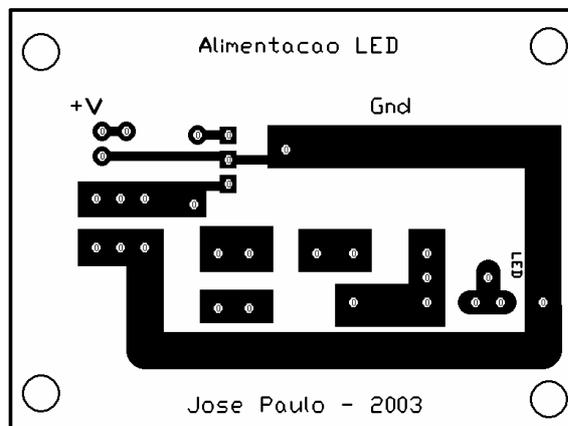


Figura 6.24 – Layout da alimentação simples.

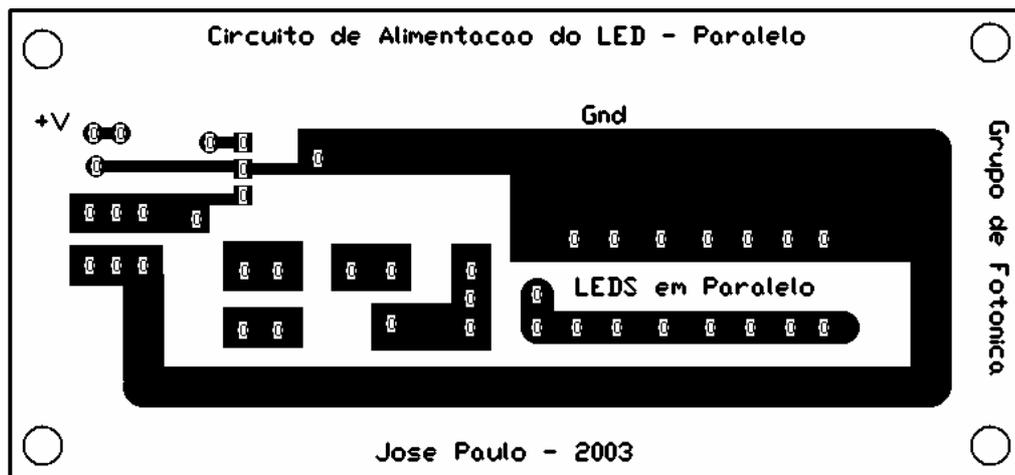


Figura 6.25 – Layout da alimentação paralela.

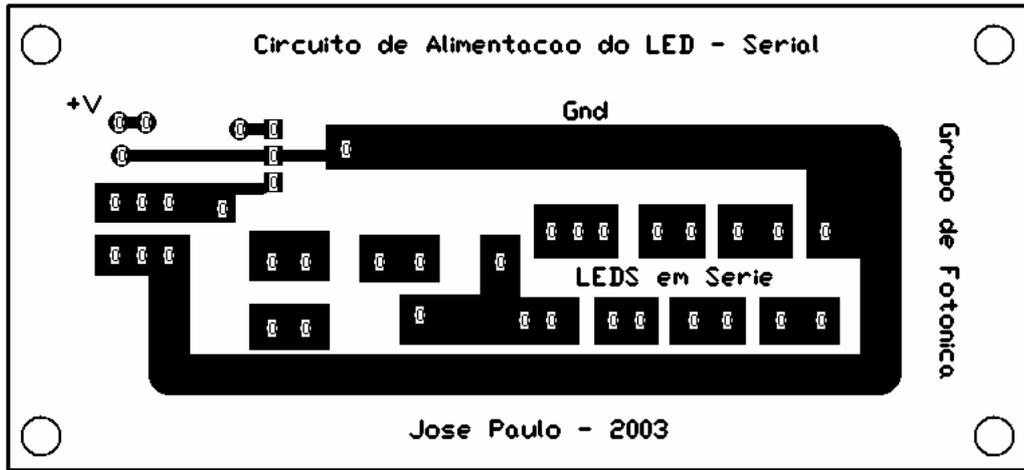


Figura 6.26 – Layout da alimentação simples.

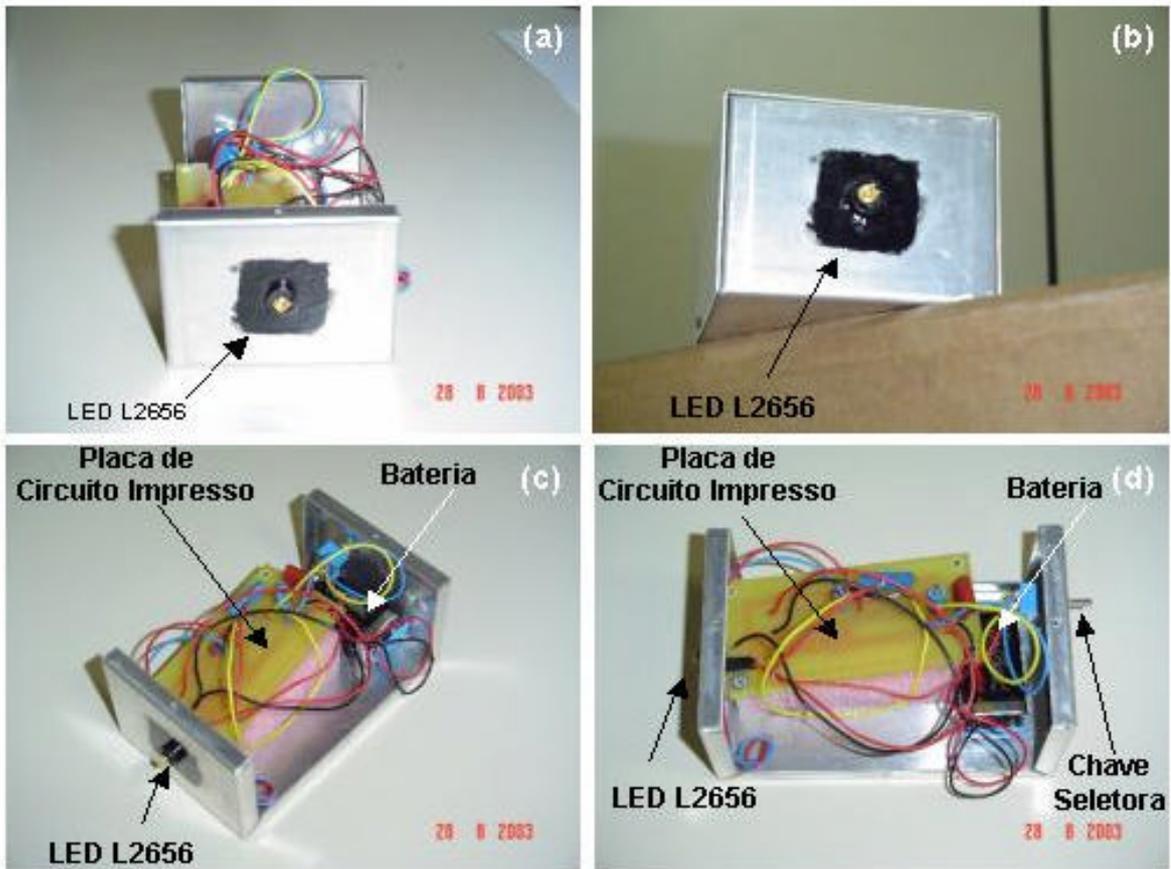


Figura 6.27 – Montagem dos leds: (a) e (b) Detalhe do led; (c) e (d) Montagem em PCI.

6.4.1. Lâmpada Halógena

A lâmpada halógena foi utilizada em nosso trabalho com duas finalidades distintas. A primeira foi como fonte de luz para o interferômetro de Michelson. E a segunda foi como fonte de luz poissoniana, ou seja, uma fonte que apresenta ruído balístico. A fonte poissoniana tem por finalidade servir de referência. Já que a luz subpoissoniana apresenta ruído abaixo do ruído balístico, usamos a lâmpada halógena para verificar quanto foi a redução medida.

A lâmpada halógena é uma fonte de luz com uma ampla largura espectral, ou seja, emite luz em uma faixa de comprimento de onda relativamente grande. As lâmpadas halógenas possuem um filamento de tungstênio que emite luz quando há a passagem da corrente elétrica. Partículas de tungstênio são desprendidas do filamento durante este processo. Os gases inertes e o halogênio contidos no interior do bulbo das lâmpadas halógenas se combinam com as partículas de tungstênio. Esta combinação, somada à corrente térmica dentro da lâmpada, faz com que as partículas se depositem de volta no filamento, criando assim o ciclo regenerativo do halogênio. O resultado é uma luz mais branca, brilhante e uniforme. O espectro da luz da lâmpada halógena foi medido usando-se o analisador de espectro óptico da *ANDO^â* e o resultado encontra-se plotado a seguir:

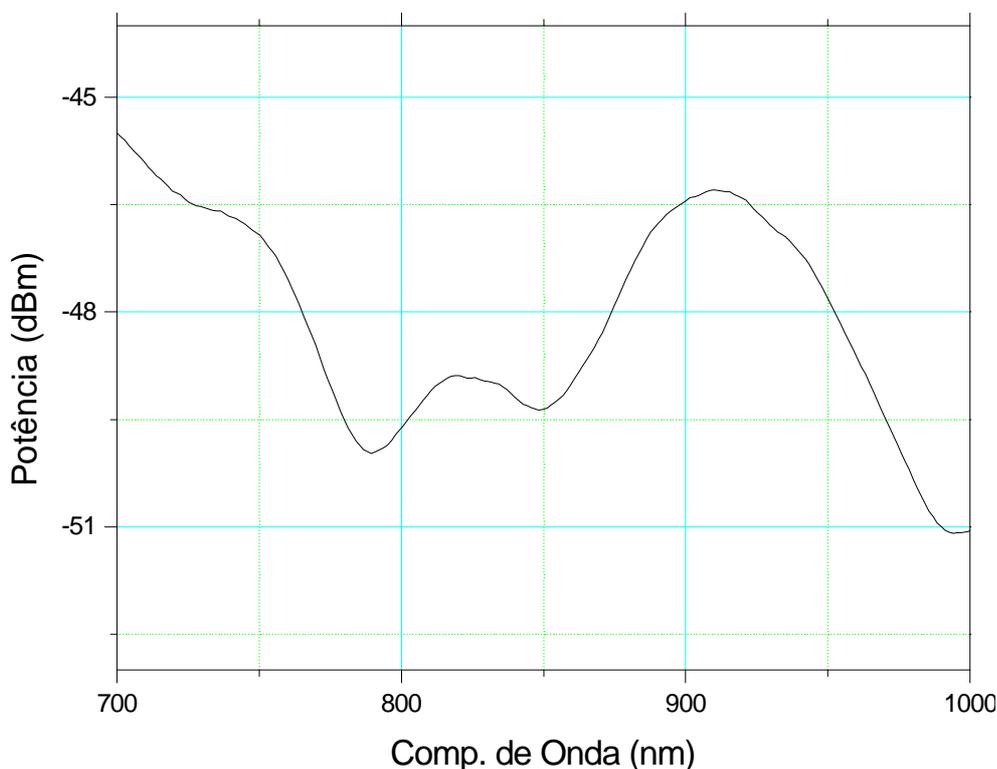


Figura 6.28 – Espectro medido da lâmpada halógena.

Pode-se notar que em torno de 900 nm temos uma intensidade relativa próximo ao pico de emissão da lâmpada. O comprimento de onda no qual ocorre o máximo de responsividade do fotodetectores de silício é 900 nm.

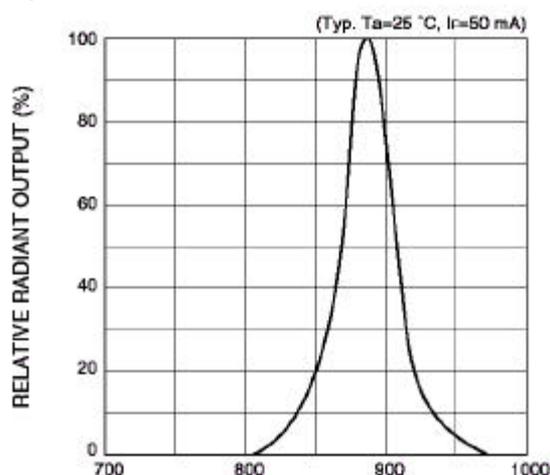
6.4.2. LED

O Led de GaAlAs L2656 da *Hamamatsu*^â foi utilizado como fonte de luz subpoissoniana, pois é um componente com alta eficiência quântica aumentando a redução do ruído detectado como prevê a equação (5.4-28). Além disso, este Led é muito citado em vários trabalhos relacionado à geração de luz desse tipo [5]. O espectro de emissão teórico, assim como a distribuição espacial de luz, desse Led pode ser visto na figura 6.29.

Tabela 6.1 – Valores máximos dos parâmetros do LED L2656.

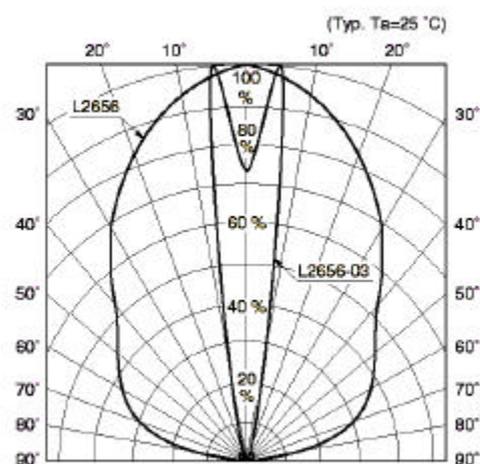
Valores Máximos		
Parâmetro	Valor	Unidade
Corrente Direta (I_F)	80	mA
Tensão reversa	5	V
Temperatura de Operação	-30 a 85	°C

Espectro de Emissão



Comp. de onda (nm)

Diretividade



Radiância relativa

Figura 6.29 – Espectro de emissão e Diretividade do Led L2656.

Essa figura mostra o comprimento de onda de pico emitida pelo componente é de 890nm, coincidindo com o pico de absorção do fotodetector S5107 da *Hamamatsu*^â utilizado para detectar a luz do Led. A largura espectral do L2656 é de 50nm e a eficiência quântica no comprimento de onda de pico é de 0,22 fótons/elétron como mostra as tabelas 6.1 e 6.2 cujos dados foram retirados da sua folha de dados.

O espectro do led também foi medido experimentalmente com o analisador de espectro óptico da *ANDO*^â e o resultado obtido encontra-se ilustrado na figura 6.30. Note que o pico de emissão está realmente em torno de 890 nm como informa sua folha de dados.

Tabela 6.2 – Valores característicos de parâmetros ópticos e elétricos do LED L2656

Características Ópticas e Elétricas			
Parâmetro	Condição	Valor	Unidade
Comp. De Onda Central	$I_F = 50\text{mA}$	890	nm
Largura Espectral	$I_F = 50\text{mA}$	50	nm
Tensão Direta	$I_F = 50\text{mA}$	1,45	V
Iluminância	$I_F = 50\text{mA}$	1,7	mW/cm^2
Tempo de Subida	$I_F = 50\text{mA}$	450	ns
Tempo de Descida	$I_F = 50\text{mA}$	450	ns

6.4.3. Fotodetectores

Dois fotodetectores distintos foram utilizados no experimento, um S5107 da *Hamamatsu*^ô e um 10 DP da *UDT*^ô, os fotodetectores PDB e PDA da figura 6.1, respectivamente. O primeiro tinha como função detectar a luz gerada pelo led de alta eficiência e o segundo detectar a luz proveniente da fonte poissoniana. A resposta espectral dos dois detectores está ilustrada na figura 6.31.

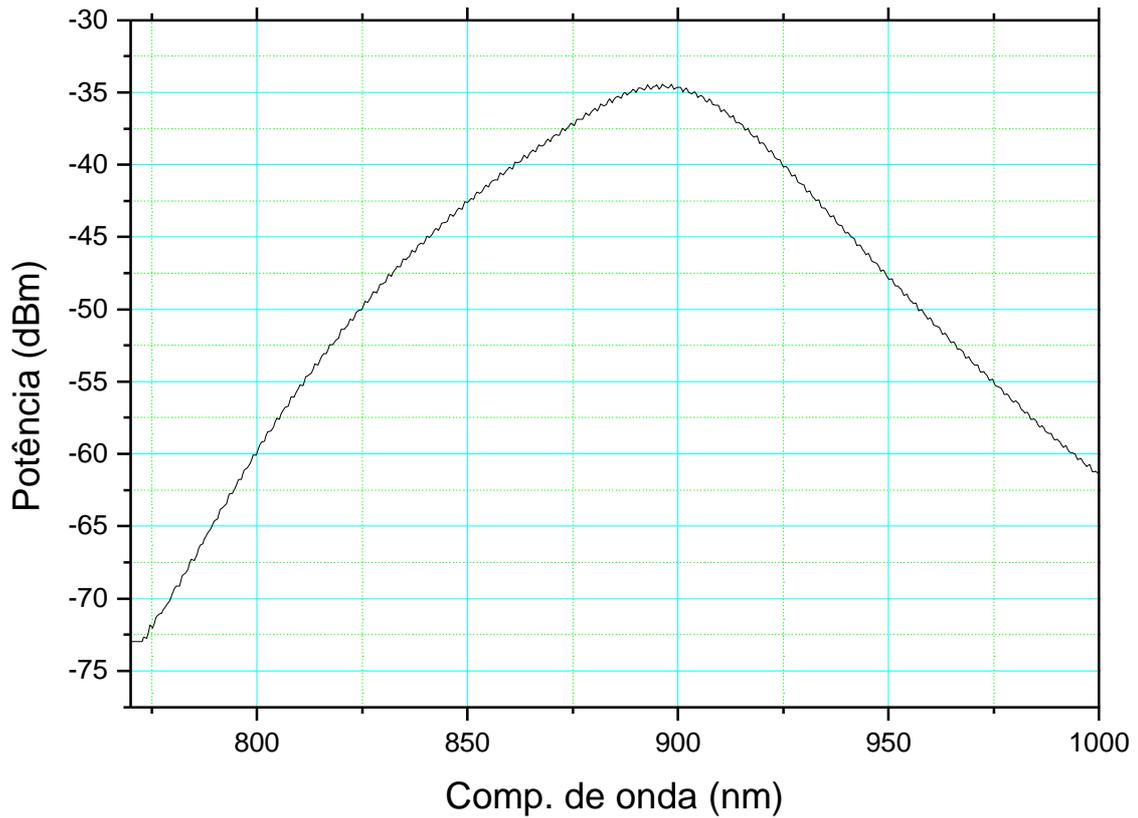


Figura 6.30 – Espectro medido do led L2656 da Hamamatsu.

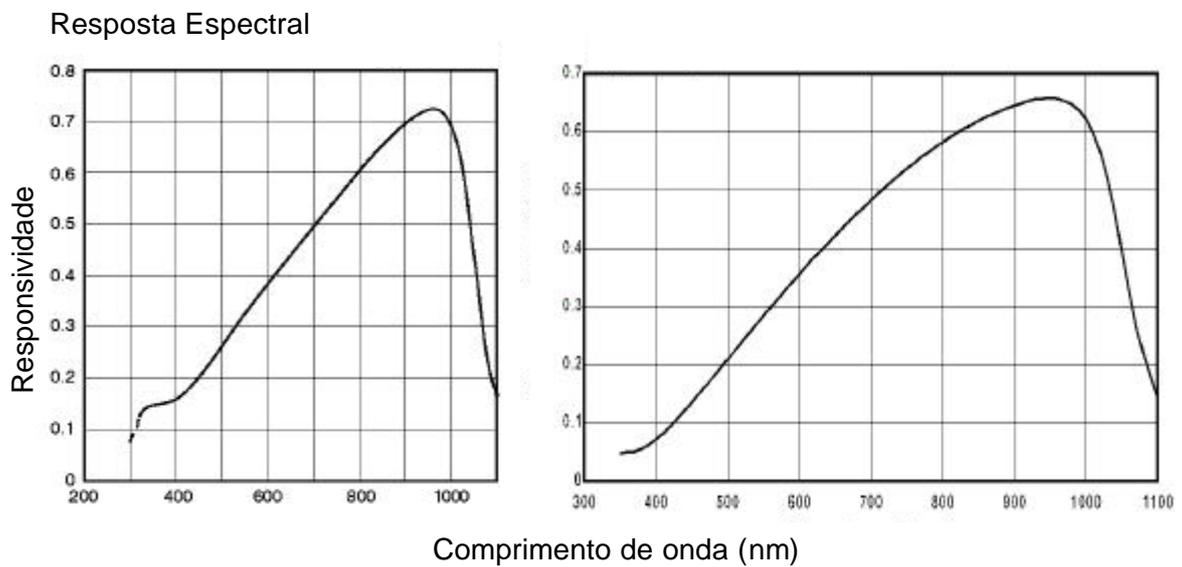


Figura 6.31 – Responsividade dos detectores (a)S5107 e (b)10 DP. Curvas retiradas das respectivas folhas de dados.

A tabela a seguir contém os dados mais relevantes dos fotodetectores utilizados no experimento.

Tabela 6.3 – Valores característicos de parâmetros ópticos e elétricos do LED L2656.

	Fotodetector S5107 da Hamamatsu	Fotodetector PIN 10 DP da UDT
Faixa Espectral	320 a 1100 nm	400 a 1100 nm
Comp. de Onda de Pico	960 nm	970 nm
Responsividade	0,72	0,65
Corrente de Escuro	10 nA	2 nA
Frequência de Corte	10 MHz	20 MHz
NEP	$2,40 \cdot 10^{-14} \text{ W/Hz}^{1/2}$	$3,00 \cdot 10^{-14} \text{ W/Hz}^{1/2}$
Capacitância	150 pF	300 pF

6.5. Montagem Experimental da Detecção

Depois de montada todos os circuitos eletrônicos veremos agora como se deu a montagem do experimento. Para garantir uma eficiência global, que é a eficiência da conversão da corrente elétrica que alimenta o led para a corrente elétrica gerada no fotodetector PDB da figura 6.1, fez-se necessário ter um bom acoplamento entre o led e esse fotodetector. Para as medições normais o led ficou fixo a uma distância de 5 mm aproximadamente do fotodetector. O ângulo de abertura da emissão de luz do led foi medido conforme esquema da figura 6.32.

O CCD mostrado na figura é um conjunto de 512 de fotodetectores (25,6 mm) da Hamamatsu e está ligado a uma placa de aquisição de dados de um PC. Duas curvas de distribuição de luz capturada pelo CCD estão mostradas na figura 6.34. O ângulo de abertura da emissão, calculado usando o esquema da figura 6.33, é igual a:

$$\text{tg}(\mathbf{q}) = \frac{\Delta W}{\Delta d}, \quad (6.5-1)$$

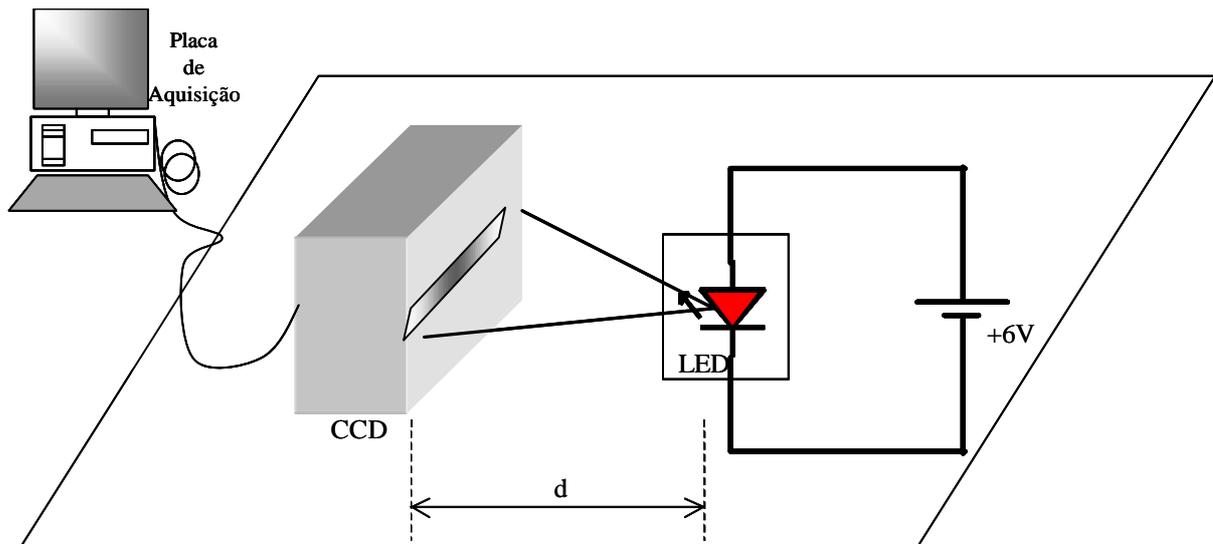


Figura 6.32 – Esquema para medir distribuição da luz do Led.

onde ΔW é a abertura FWHM da curva e Δd é a diferença entre as distâncias do led até o CCD. Com os resultados obtidos calculamos um ângulo de abertura igual a $36,55^\circ$.

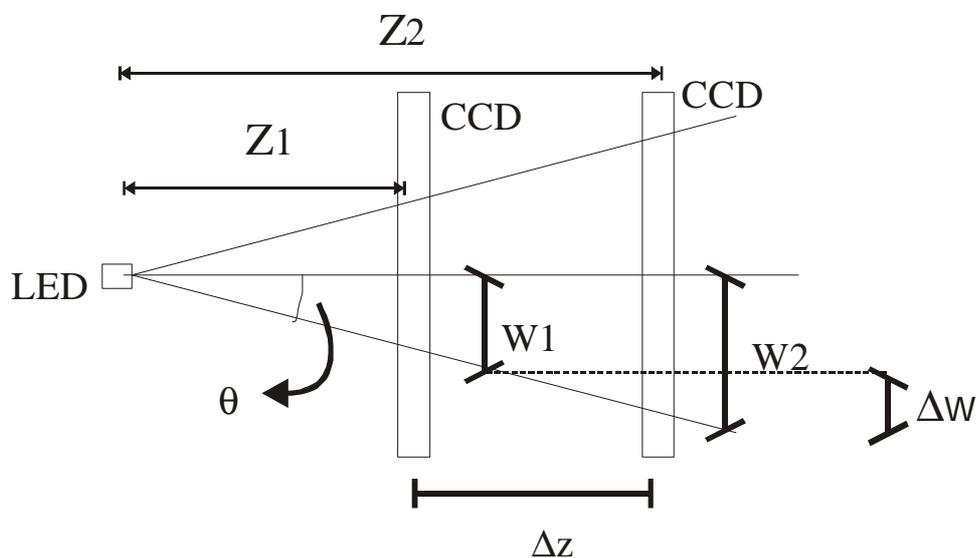


Figura 6.33 – Esquema para cálculo do ângulo de abertura do led.

Com isso podemos estimar que uma distância de 5 mm do fotodetector uma grande fração da luz emitida pelo led atingia a superfície de absorção, ver figura 6.35.

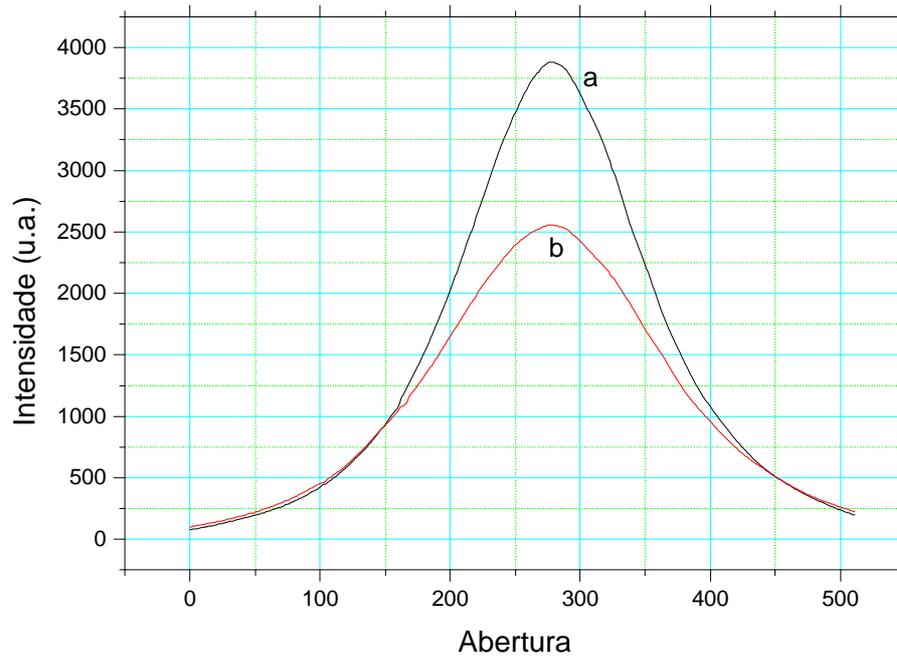


Figura 6.34 – As curvas “a” e “b” mostram 2 distribuições de luz com o led colocado a uma distância de CCD de 2 mm e 4 mm, respectivamente. Isso nos dá $\Delta d = 2 \text{ mm}$.

Para um melhor isolamento das interferências externas sobre os circuitos de detecção e amplificação colocamos toda a montagem dentro de uma caixa forrada (figura 6.37) com folhas de alumínio.

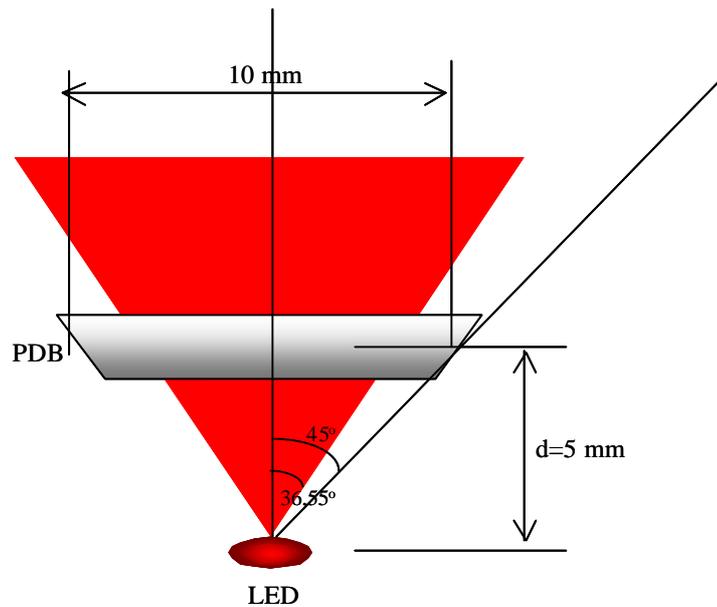


Figura 6.35 – Posição do led em relação ao fotodiodo PDB.

Antes da utilização da caixa “blindada” encontrávamos dificuldades para realizar as medições devido a ruídos espúrios causados por interferência eletromagnética. A figura 6.36 mostra o sinal medido na saída do amplificador quando este estava fora da caixa.

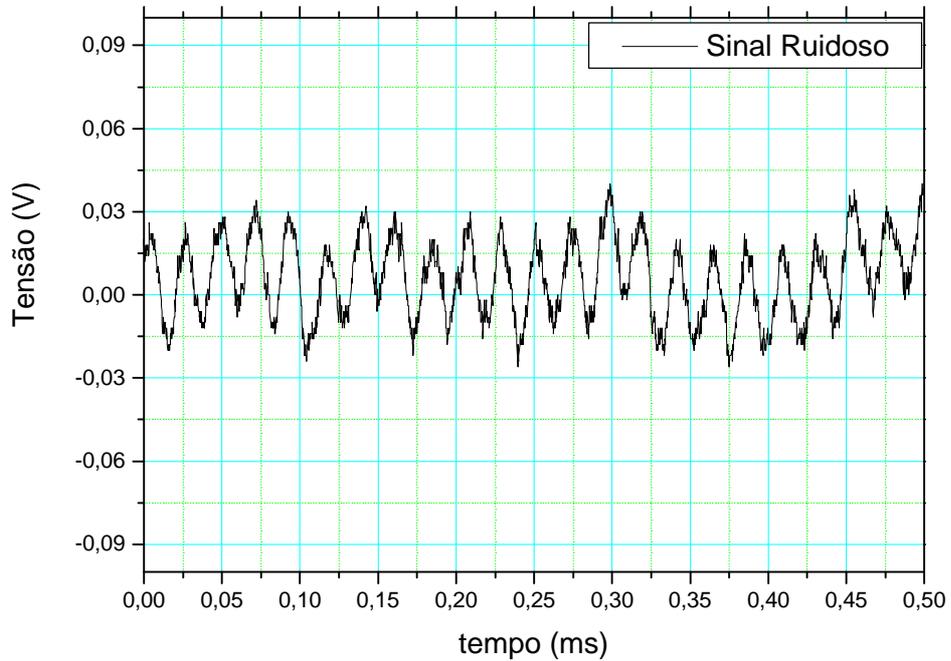


Figura 6.36 – Ruído captado na saída do amplificador colocado fora da caixa “blindada”.



Figura 6.37 – Detalhes da montagem dentro da caixa blindada.

A seguir estão mostradas as fotos do experimento de detecção onde se encontram o amplificador, o circuito de alimentação dos leds, a lâmpada halógena e os fotodetectores.

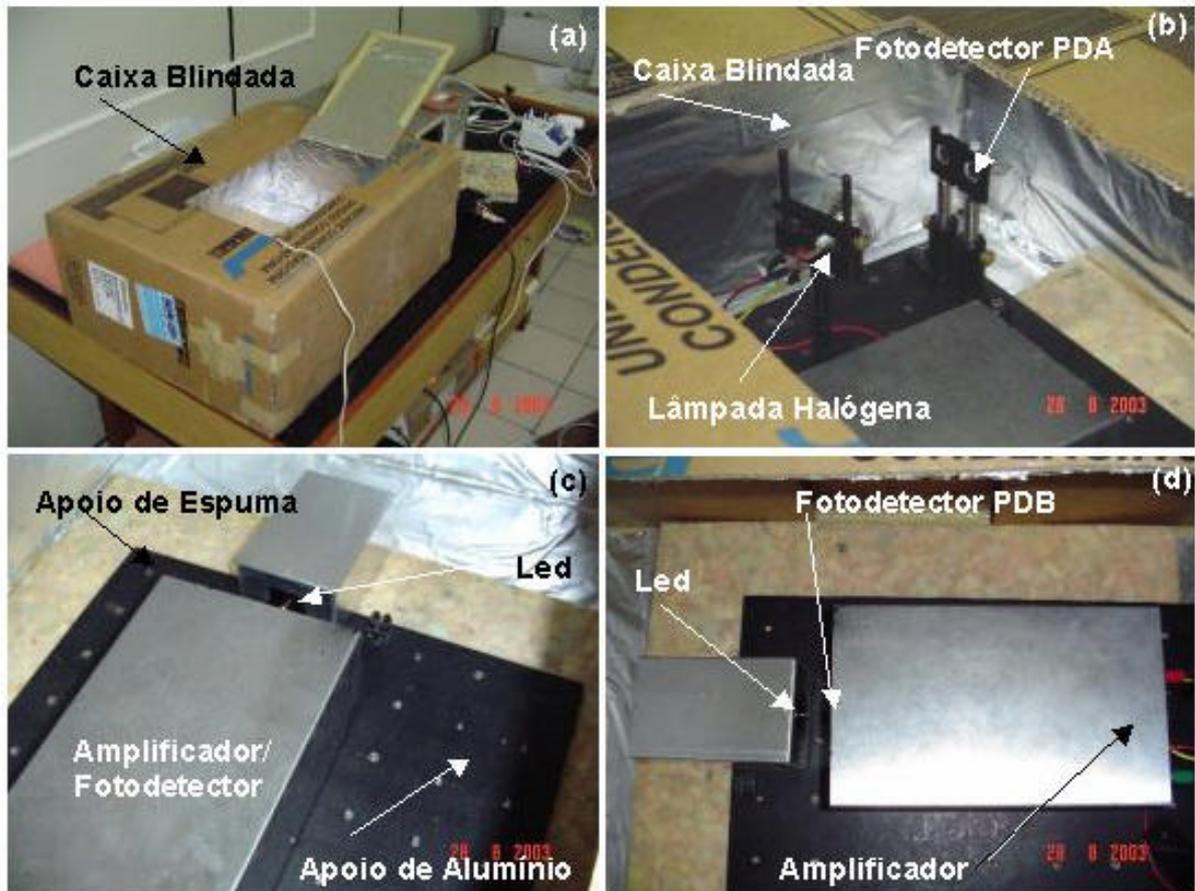


Figura 6.38 – Detalhes da montagem do experimento de detecção. (a) Caixa revestida com alumínio dentro da qual se montou o experimento de detecção. (b) Detalhe da fonte poissoniana (lâmpada halógena + fotodetector PDA). (c) Disposição do led e do fotodetector PDB (integrado ao amplificador). Estes circuitos estão apoiados sobre uma espuma para evitar que haja vibração. (d) Outro ângulo da figura (d).

6.6. Interferômetro

A montagem do interferômetro discutido aqui foi feita no laboratório do Instituto de Física da USP – São Carlos. Iremos descrever neste tópico os procedimentos para ajuste e aquisição do interferograma. A teoria a respeito de interferometria está descrita no capítulo 2 sobre fundamentos teóricos. A figura 6.39 mostra o desenho do interferômetro de Michelson montado para medida de correlação.

A luz vinda da fonte é dividida pelo semi-espelho gerando dois feixes os quais são refletidos em dois espelhos, voltam a atingir o semi-espelho e chegam ao fotodetector. Um dos braços do interferômetro é móvel e está preso a um parafuso micrométrico que, por sua vez, está ligado a um motor de passo que é comandado por computador. O percurso óptico de um dos feixes é variado fazendo que haja uma diferença entre os tempos de chegada dos dois raios de luz ao fotodetector. Enquanto a diferença de tempo é menor que o tempo de coerência da radiação há a formação de um padrão de interferência, porém, quando a diferença for maior que o tempo de coerência as franjas deixam de existir e não ocorre mais interferência entre os dois feixes. Isto pode ser observado no interferograma resultante.

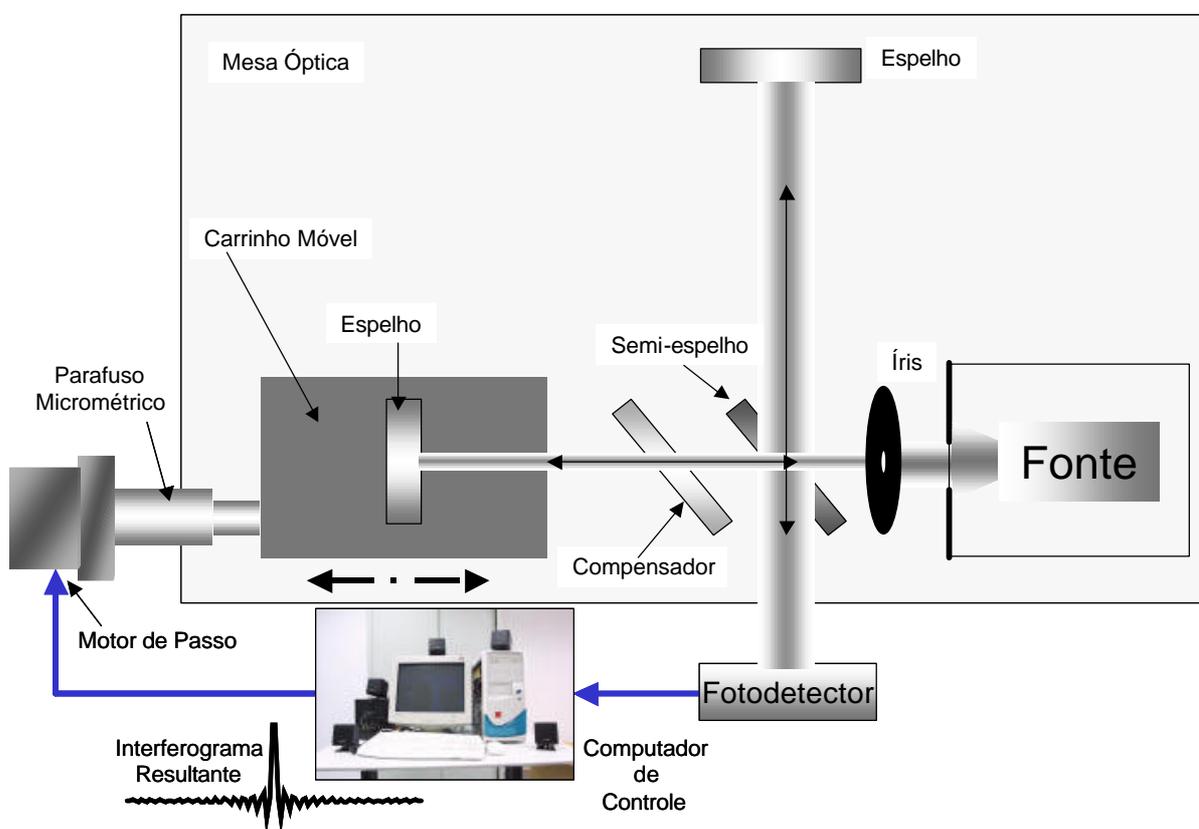


Figura 6.39 – Esquema do interferômetro de Michelson montado para análise de tempo e comprimento de coerência de fontes com ampla largura espectral.

A principal dificuldade encontrada para montar um interferômetro com luz de largura espectral ampla é o ajuste do ponto inicial, o ponto onde a interferência é máxima, ou seja, o comprimento de coerência é muito maior que a diferença de percurso entre os dois braços do interferômetro. Como o tempo de coerência que estávamos tentando medir era da

ordem de 10^{-15} s o ajuste inicial era extremamente crítico o que tornava um trabalho muito árduo de se fazer, exigindo paciência e precisão para ajustar o parafuso micrométrico.

Além disso, os espelhos, o semi-espelho e o compensador utilizados deviam ter uma planicidade de, pelo menos, $1/10$ (utilizamos $1/8$) para não haver distorções no interferograma. Entre as dificuldades encontradas, a planicidade foi a mais crítica resultando em interferogramas distorcidos durante as primeiras medições.

Outro problema é que as diferentes componentes espectrais da luz terão comportamentos de reflexão e transmissão nos espelhos e semi-espelhos distintos resultando, novamente, em um interferograma não simétrico quando o esperado é que fosse totalmente simétrico.

O experimento de interferometria também foi montado no laboratório do Grupo de Fotônica. Porém, a parte de aquisição e controle da montagem não foi concluída em tempo hábil para realizarmos medições. Apenas o interferômetro sem os controles eletrônicos foi finalizado. A figura 6.40 é uma foto desse interferômetro.

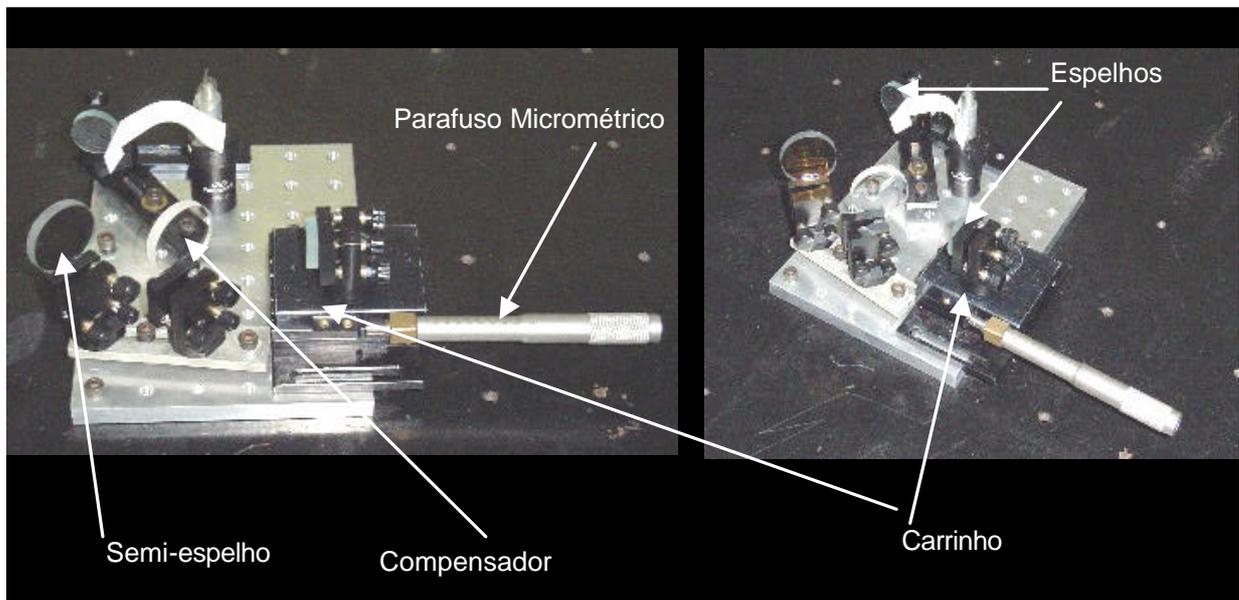


Figura 6.40 – Interferômetro de Michelson montado no laboratório de fotônica.

Resultados Experimentais

Capítulo 7 – Resultados Experimentais

Neste capítulo apresentaremos os resultados obtidos com a montagem descrita no capítulo 6. Os resultados apresentados a seguir são referentes aos experimentos de interferometria, à calibração do sistema de detecção e às medições de ruídos ópticos, respectivamente.

Com o experimento de interferometria foi possível medir os tempos e comprimentos de correlação de três tipos de fonte de luz: lâmpada halógena; led infravermelho e laser semiconductor infravermelho. A calibração do sistema foi necessária para confirmar o tipo de ruído medido.

As medições de ruído estão apresentadas de várias formas, a saber: densidade espectral de potência; sinais no domínio do tempo e por meio do Fator de Fano.

A aquisição dos dados para a montagem de detecção óptica foi feita utilizando-se um osciloscópio digital de 100 MHz da *Tektronix*^â por meio de um *software* de aquisição desenvolvido em *Labview*^â. A taxa de amostragem do osciloscópio é de 1 Gs/s (10^9 amostragens por segundo). Os dados colhidos foram tratados e graficados no *Origin*^â. Para ter uma maior confiabilidade, a aquisição dos dados foi repetida 30 vezes e ao final uma média aritmética das curvas obtidas foi calculada. Isto foi feito para reduzir o ruído do processo de aquisição dos dados.

7.1 Tempos de Coerência

Como foi exposto no capítulo 6, além do experimento de detecção, fizemos medições de tempos e comprimentos de coerência usando um interferômetro de Michelson. Os detalhes da montagem encontram-se no capítulo 6, aqui vamos expor os resultados medidos. Obtivemos os interferogramas dos leds L2656 da *Hamamatsu*^ô e da lâmpada halógena, os quais foram componentes usados em nosso experimento. Os gráficos foram graficados em função da diferença de percurso óptico entre os dois feixes de luz do interferômetro e o tempo de coerência pode ser calculado usando a expressão (2.3-2):

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c}. \quad (7.1-1)$$

A seguir estão expostos os resultados obtidos. Para a luz branca (figura 7.1) o tempo de coerência, calculado a partir do comprimento de coerência medido (tomado como a largura Δl no ponto em que a intensidade cai à metade do seu valor máximo), é dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c} = \frac{2841,15 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} = 9,45 \cdot 10^{-15} \text{ s}. \quad (7.1-2)$$

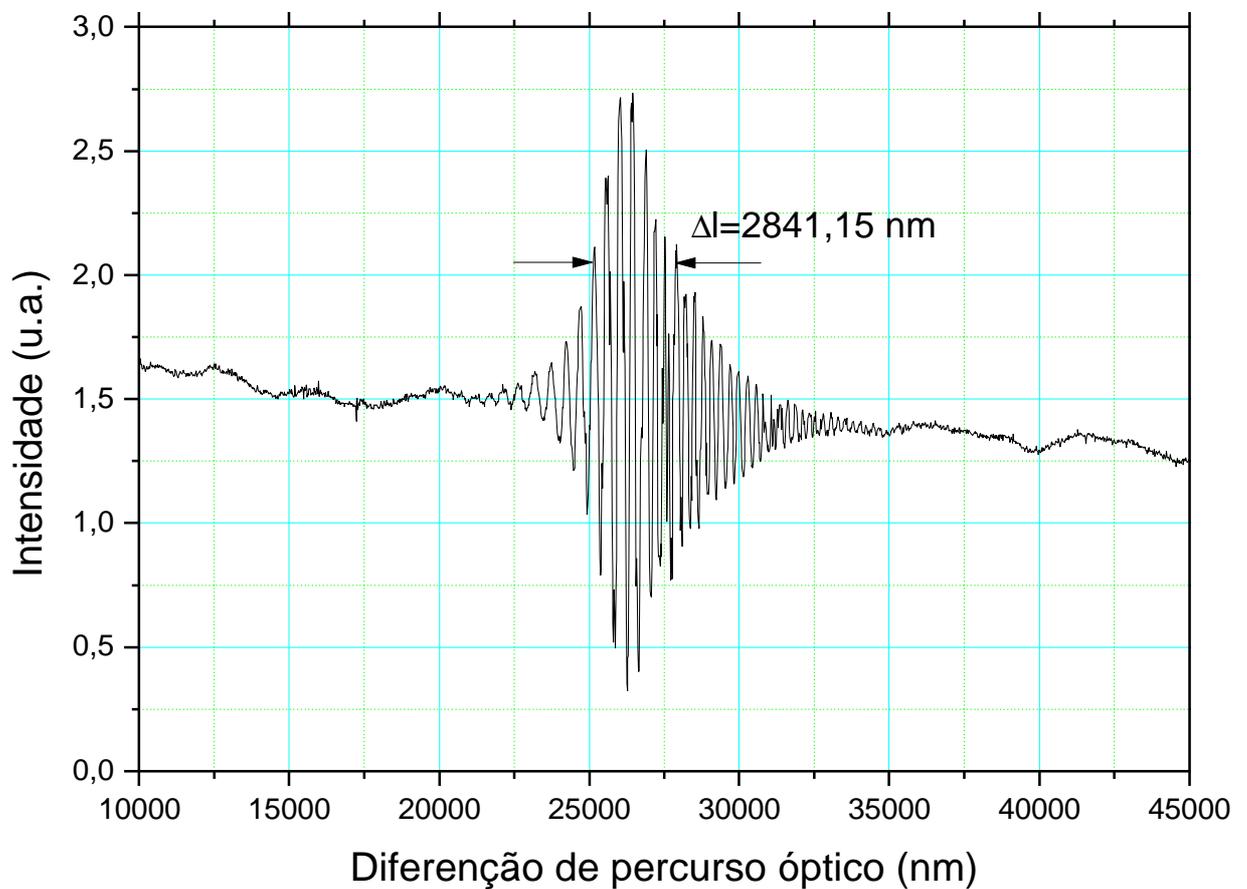


Figura 7.1 – Interferograma gerado pela lâmpada halógena.

Esta figura ilustra bem a dificuldade em se obter um interferograma perfeito. É possível observar a existência de uma inclinação no gráfico. Isto ocorre porque a intensidade média da luz incidente no fotodetector não se mantém constante à medida que o comprimento de um dos braços do interferômetro é variado. A causa disso é o fato de que o

feixe de luz nunca fica perfeitamente alinhado no interferômetro, de modo que a incidência de luz no fotodetector não se dá sempre no mesmo ponto. A inclinação do interferograma também pode ser vista nas figuras 7.2, 7.3 e 7.4.

Para o led (figura 7.2) encontramos os seguintes resultados:

-Relativo à figura 7.2:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c} = \frac{7370,693 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} = 24,6 \cdot 10^{-15} \text{ s} . \quad (7.1-3)$$

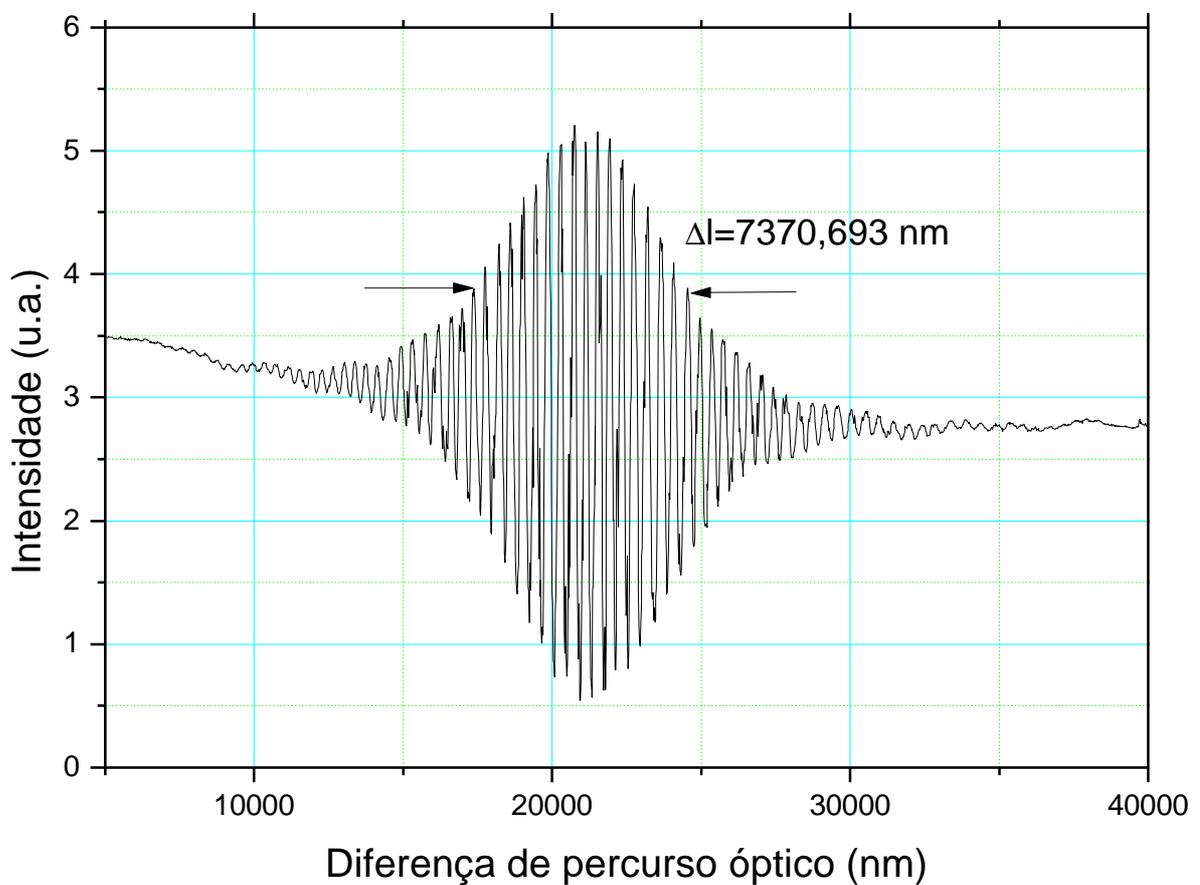


Figura 7.2 – Interferograma gerado pelo led L2656.

-Relativo à figura 7.3:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c} = \frac{9854,2 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} = 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ s} . \quad (7.1-3)$$

A diferença encontrada nas duas medições (figuras 7.2 e 7.3) pode ser explicada pelo fato de que a segunda medição foi realizada após uma mudança no interferômetro. O semi-espelho e o compensador óptico (que foram utilizados inicialmente e eram feitos de materiais diferentes) foram substituídos por outros feitos do mesmo material. Isto se refletiu em um aumento do comprimento de coerência observado para o led, pois com o interferômetro mais bem ajustado foi possível observar a interferência em um comprimento (percorrido pelo braço do interferômetro) maior. O interferômetro da lâmpada halógena foi obtido com o interferômetro já modificado.

Além da luz branca e do led fizemos algumas medições com lasers de semicondutor, porém os resultados não foram satisfatórios, pois o comprimento de coerência deste tipo de fonte é muito longo não podendo ser observado no interferômetro de Michelson que foi montado. Na figura 7.4 está um gráfico mostra o interferograma medido de um laser. Note que há muito ruído e o interferograma encontra-se muito pouco simétrico.

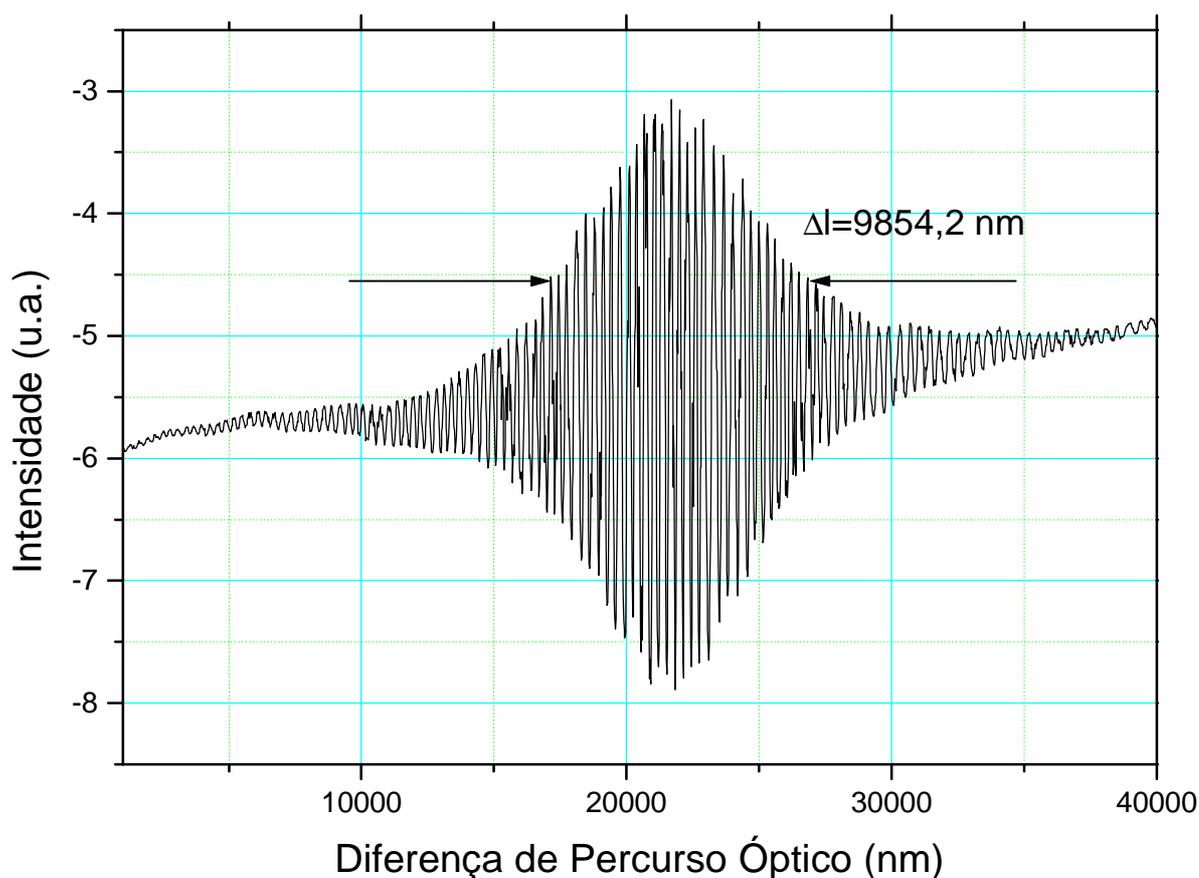


Figura 7.3 – Interferograma gerado pelo led L2656 após substituição do semi-espelho e do compensador óptico.

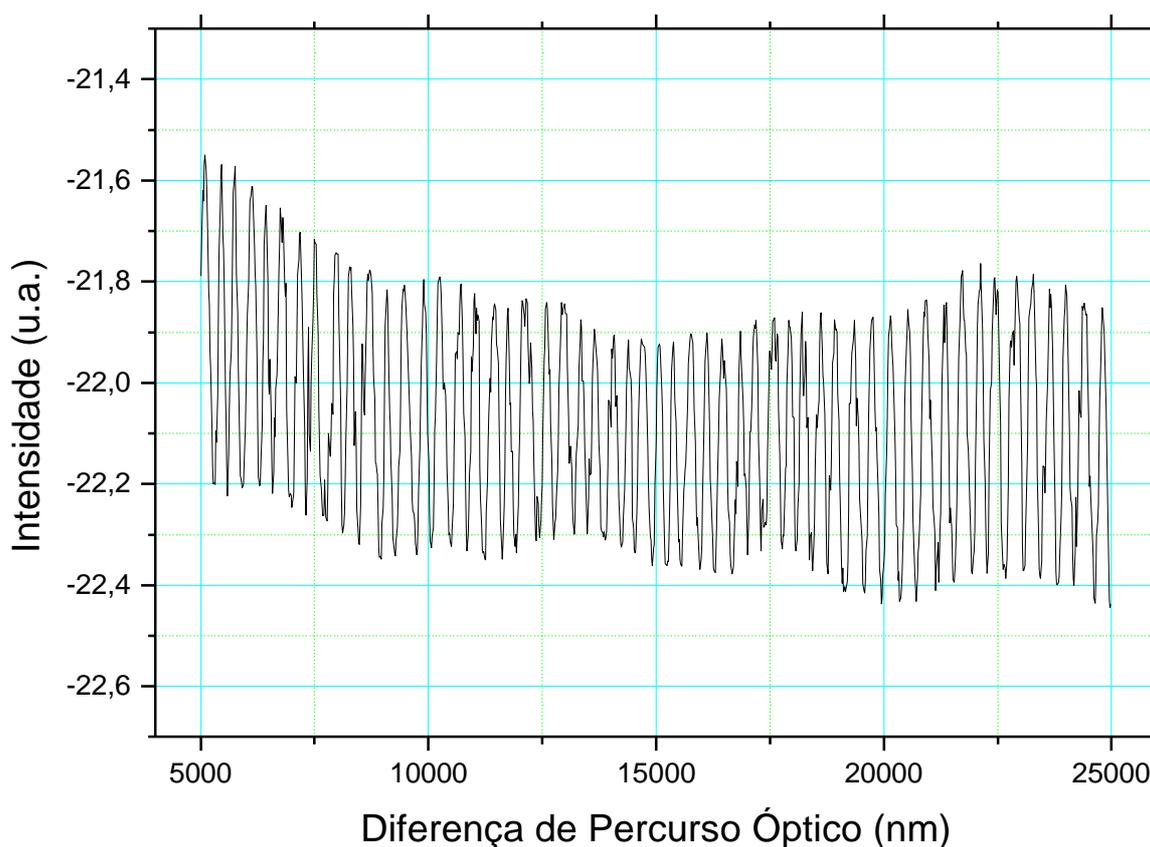


Figura 7.4 – Interferograma gerado por um laser semiconductor.

Como foi exposto na seção 2.3.2 a partir do interferograma pode-se obter a densidade espectral da radiação e, por conseqüência, estimar sua largura de linha (Δf ou ΔI). As figuras 7.5 e 7.6 mostram a densidade espectral para o led e para a lâmpada halógena. Essas curvas foram obtidas calculando-se a FFT das curvas 7.1 e 7.2, respectivamente.

É possível comparar essas curvas com o espectro real de cada fonte (medido com um analisador de espectro óptico) e concluir se os tempos e comprimentos de coerência medidos são verdadeiros ou são incorretos. Comparando-se as figuras 7.5 e 7.6 com os gráficos das figuras 6.30 e 6.28, respectivamente, podemos concluir que os resultados encontrados em nossas medições podem ser tomados como valores próximos dos reais. Apesar de o resultado calculado a partir do interferograma não coincidir exatamente com o que foi medido com o analisador de espectro, as curvas têm valores parecidos principalmente nos pontos onde ocorrem os máximos e mínimos.

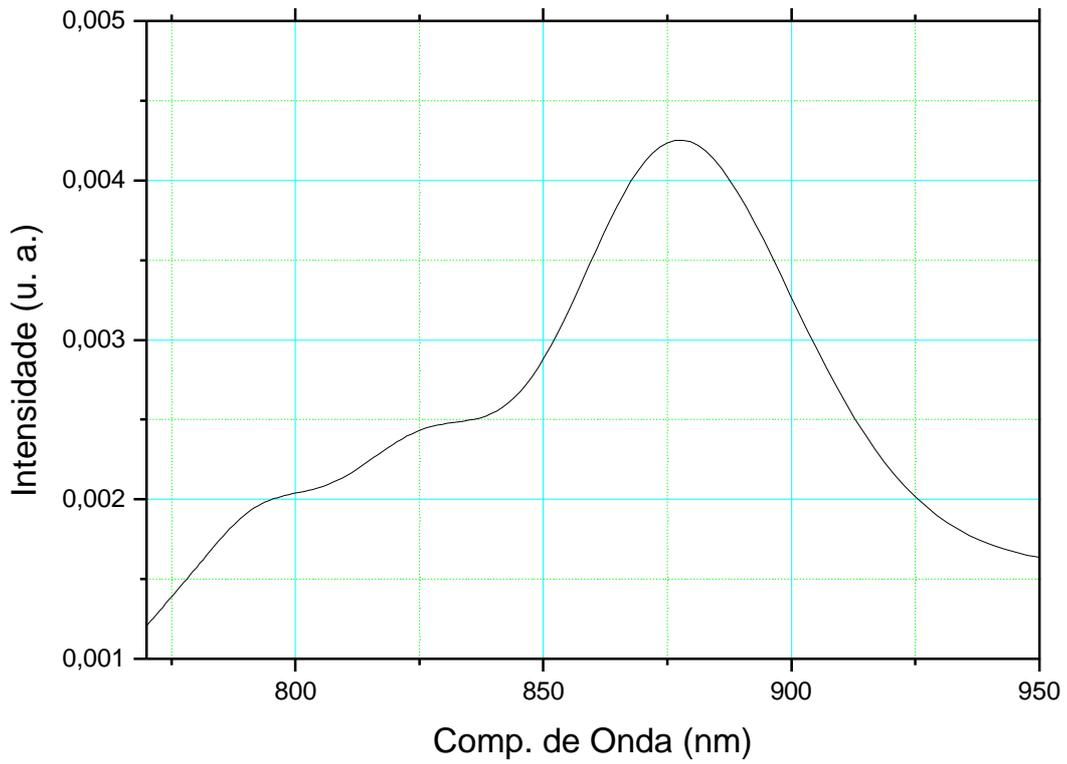


Figura 7.5 – Espectro do led L2656 encontrado a partir do interferograma da figura 7.3.

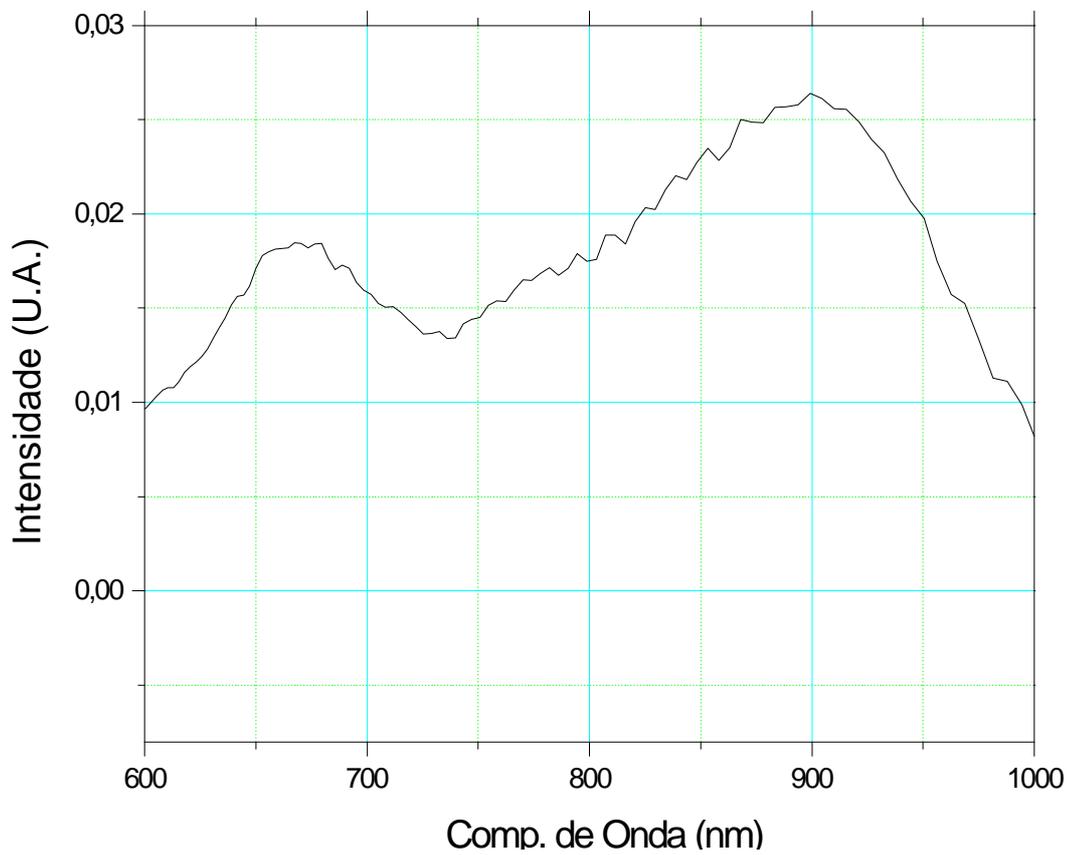


Figura 7.6 – Espectro da lâmpada halógena encontrado a partir do interferograma da figura 7.1.

7.2. O Experimento de Detecção

O objetivo do nosso experimento foi detectar luz com ruído inferior ao ruído balístico, este caracterizado por uma distribuição Poissoniana. Este ruído foi medido por meio da corrente elétrica gerada pelo fotodetector depois de ser amplificada. Os resultados foram analisados no domínio da frequência (figura 7.5), ou seja, obtivemos a potência espectral do ruído dentro de uma faixa de frequência a 500 kHz.

Para relacionar as variações na fotocorrente com as variações no número de fótons detectados podemos usar o fato de que a corrente média medida é igual ao fluxo de elétrons em um intervalo de tempo, ou seja:

$$\langle i \rangle = \frac{e \langle n \rangle}{T}, \quad (7.2-1)$$

onde T é o intervalo de tempo, e é a carga do elétron e $\langle n \rangle$ é o número médio de fotoelétrons. E a variância da fotocorrente será:

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = \langle i^2 \rangle - \langle i \rangle^2 \quad (7.2-2)$$

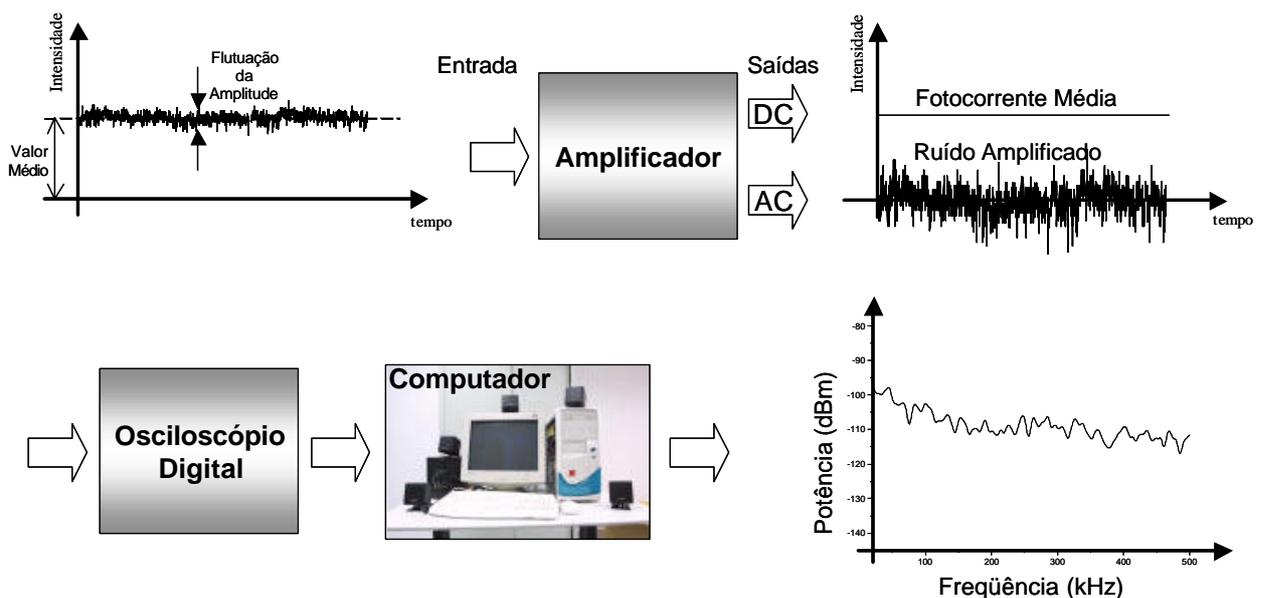


Figura 7.7 – Amplificação e separação do sinal em componentes AC (ruído) e DC (fotocorrente média).

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = \left(\frac{e}{T} \right)^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle,$$

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = (2e\Delta f)^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle, \quad (7.2-3)$$

onde $\Delta f = \frac{1}{2T}$ é a banda de frequência elétrica do sistema de detecção e amplificação [1].

Pode-se concluir com a equação (7.2-3) que a variância na fotocorrente, em uma determinada frequência, é proporcional à variância dos fotoelétrons. Conforme foi visto no capítulo 4 a variância dos fotoelétrons depende do estado da luz que se detecta - equações (4.3-57) e (4.3-58) - então podemos afirmar que:

Para estado coerente:

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = (2e\Delta f)^2 \langle n \rangle \quad (7.2-4)$$

Para estado número:

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = (2e\Delta f)^2 \langle n \rangle (1 - h_t), \quad (7.2-5)$$

onde h_t é a eficiência total do processo, ou seja, desde a geração da luz até a sua conversão em fotoelétrons (eficiência do led + eficiência no acoplamento led/fotodetector + eficiência do fotodetector). Calculamos a eficiência total por meio da razão entre a fotocorrente média e a corrente de alimentação do led.

No nosso experimento utilizamos dois tipos de fonte: um led de alta eficiência para gerar luz subpoissoniana e uma fonte de luz Poissoniana que consiste de uma lâmpada halógena iluminando dois fotodetectores (PDA) que geram uma corrente para alimentar o led de alta eficiência.

A figura 7.8 ilustra o esquema básico do nosso experimento onde estão mostrados os dois tipos de fonte de luz, o led, os fotodetectores PDA e PDB e o amplificador e suas saídas.

Podemos assumir que a corrente gerada pela lâmpada halógena pode ter variância expressa pelas equações (7.2-4) e/ou (7.2-5) dependendo do estado da luz. No entanto, se a

eficiência for suficientemente pequena enquanto a corrente média é fixa, podemos desconsiderar a contribuição do estado número (equação (7.2-5)) e dizer que a variância é expressa unicamente por (7.2-4), ou seja, o ruído da corrente será igual ao ruído balístico com uma distribuição Poissoniana. No nosso experimento a corrente de alimentação da lâmpada halógena foi de aproximadamente 4 A enquanto que a corrente gerada pelos fotodetectores PDB foi da ordem de 2 mA, dando uma eficiência de $5 \cdot 10^{-4}$. Portanto, de acordo com a equação (7.2-5), podemos considerar que a estatística dos fotoelétrons gerados com a detecção da luz vinda da lâmpada halógena é Poissoniana e podemos usar este resultado para fins de comparação, ou seja, a fonte PCS pode ser tomada como referência de ruído balístico.

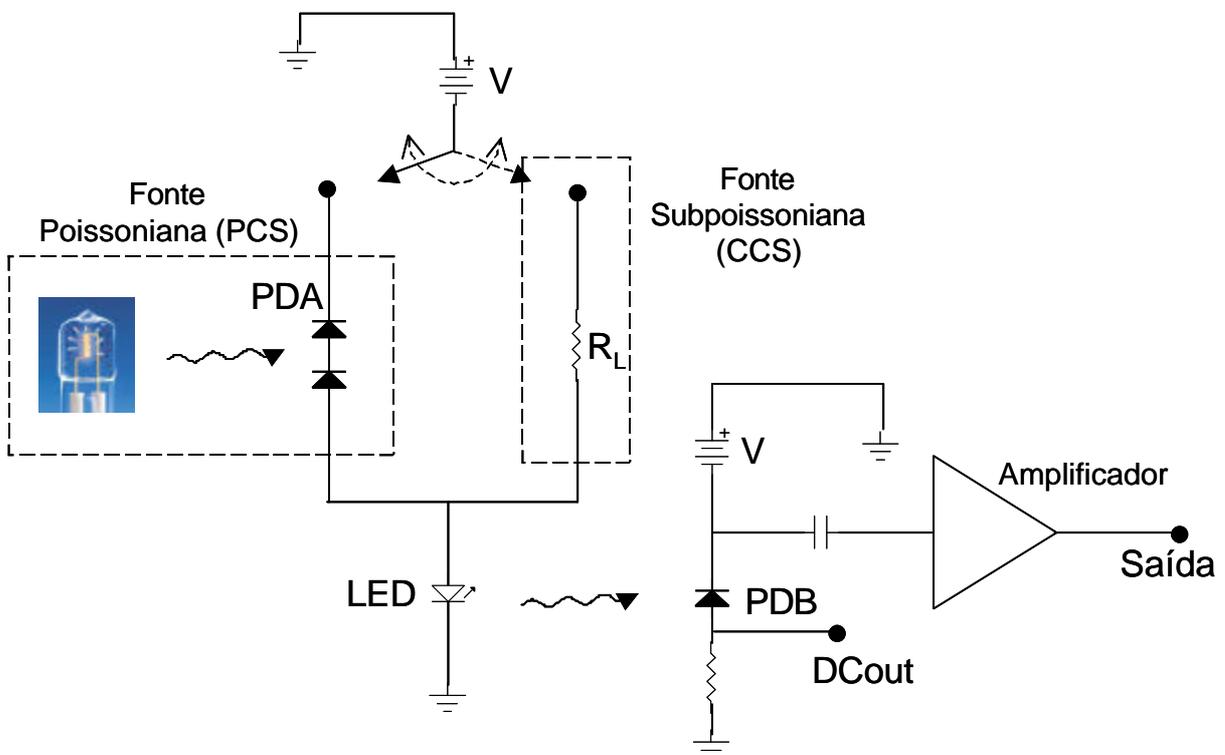


Figura 7.8 – Esquema do experimento

7.3. Calibração

O ruído medido em nosso experimento poderia ser originado por várias fontes (as quais poderiam não ser as flutuações da intensidade da luz gerada pelo led). Esses ruídos poderiam mascarar nossas medidas levando a resultados incorretos. Para ter a certeza de que

o ruído medido foi devido às flutuações da luz foi necessário realizar ensaios de confiabilidade no sistema de detecção. Esses ensaios são denominados aqui de calibração e a seguir veremos como foram implementados.

Primeiramente tomemos a equação (7.2-4), que mostra a variância na fotocorrente. Para uma fonte poissoniana, a variância é uma função linear da fotocorrente média. No nosso experimento essa variância foi medida como sendo a potência elétrica do ruído do sinal detectado. Quando o led for alimentado pela corrente gerada pela fonte poissoniana a variância da fotocorrente deverá ser uma função linear do seu valor médio (equação (7.2-4)). Além disso, garantindo a linearidade para altos valores de fotocorrente média, podemos afirmar que não há saturação do sistema de detecção.

Esse teste foi realizado fazendo-se o led ser alimentado pela fonte poissoniana. Para variar a luz incidente no fotodetector, variando assim a fotocorrente, o led e o fotodetector foram afastados ou aproximados um do outro (ver figura 7.7).

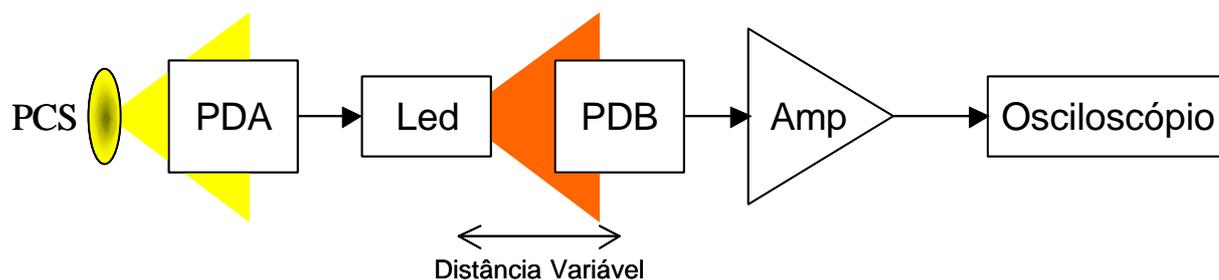


Figura 7.9 – Esquema para verificar a linearidade da variância da fotocorrente em função da fotocorrente média.

O gráfico da potência do ruído, medida em função da fotocorrente, média está ilustrado na figura 7.8 a seguir com 62 valores de fotocorrente distintos. A linearidade do gráfico obtido mostra que o ruído na saída do sistema de detecção e amplificação é balístico e não ruído espúrio. Também não há saturação para correntes até 7mA como pode ser notado para os maiores valores de corrente no gráfico. No nosso experimento a fotocorrente média não ultrapassou esse valor.

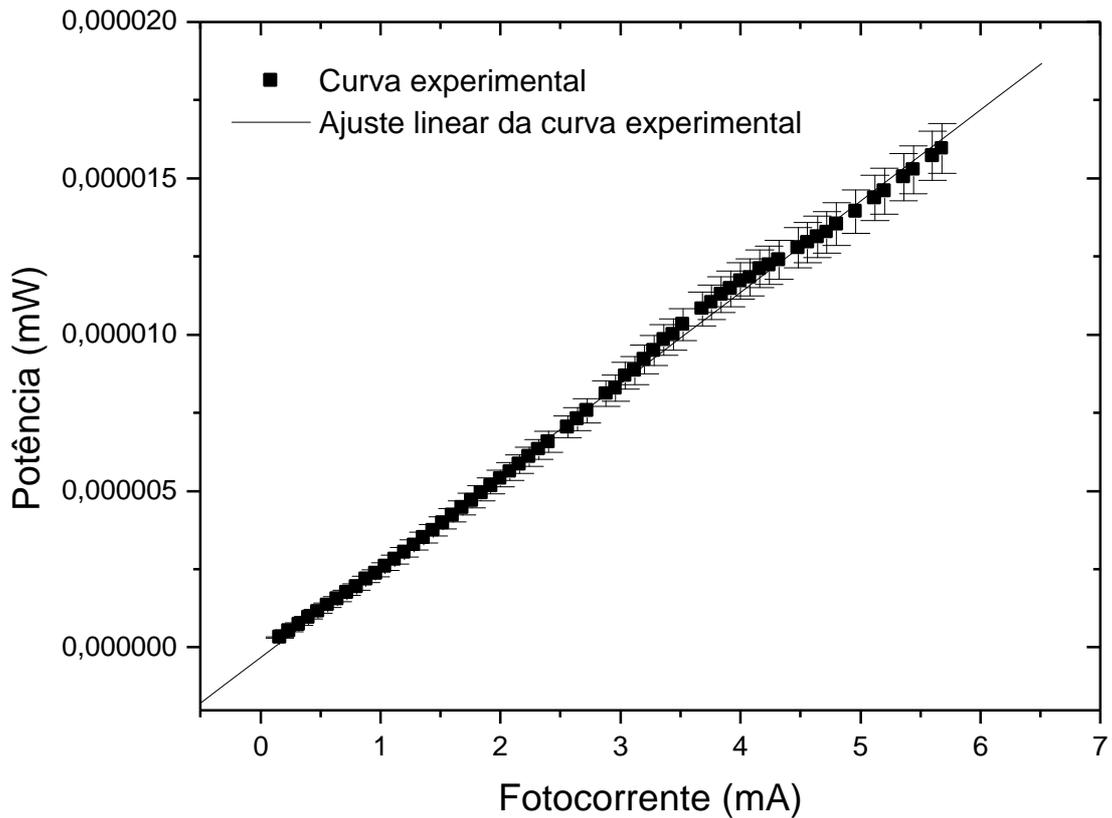


Figura 7.10 – Potência do ruído em função da fotocorrente.

A segunda parte da calibração tem como base as equações 7.3-1 e 7.3-2 (eqs. (4.2-58) e (4.2-57)) repetidas a seguir por conveniência) a seguir:

$$F_{CS} = \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle}{\langle n \rangle} = \frac{\langle n \rangle}{\langle n \rangle} = 1 \quad (7.3-1)$$

$$F_{NS} = \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle}{\langle n \rangle} = (1 - h) \quad (7.3-2)$$

A equação 7.3-1 nos diz que para o estado coerente, ou seja, estado quântico de luz com estatística poissoniana, o ruído normalizado (fator de Fano) fica constante mesmo que a eficiência varie. E a equação 7.3-2 diz que o ruído para a radiação no estado número é uma função linear decrescente da eficiência. Então a potência de ruído normalizada da fotocorrente medida quando o led for alimentado pela fonte poissoniana deve ser constante quando a eficiência variar e quando o led for alimentado pela fonte subpoissoniana deverá

diminuir com o aumento da eficiência. O teste com alimentação por fonte poissoniana foi realizado mantendo-se constante a fotocorrente gerada e variando a distância entre o led e o fotodetector PDB fazendo com que a eficiência variasse. Para manter a fotocorrente constante a corrente de alimentação da lâmpada halógena era sempre reajustada.

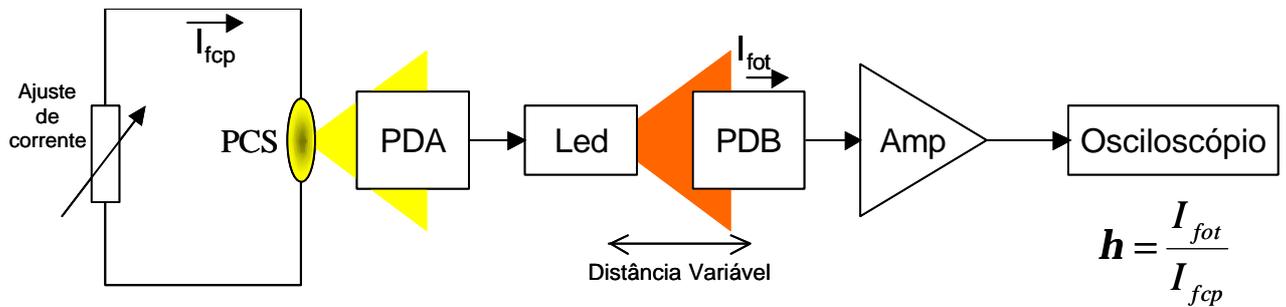


Figura 7.11 – Esquema usado para a independência da potência de ruído da fotocorrente em função da eficiência h .

A figura 7.12 mostra o gráfico obtido com esse teste. O resultado está em conformidade com a equação (7.3-1), dentro das limitações do experimento.

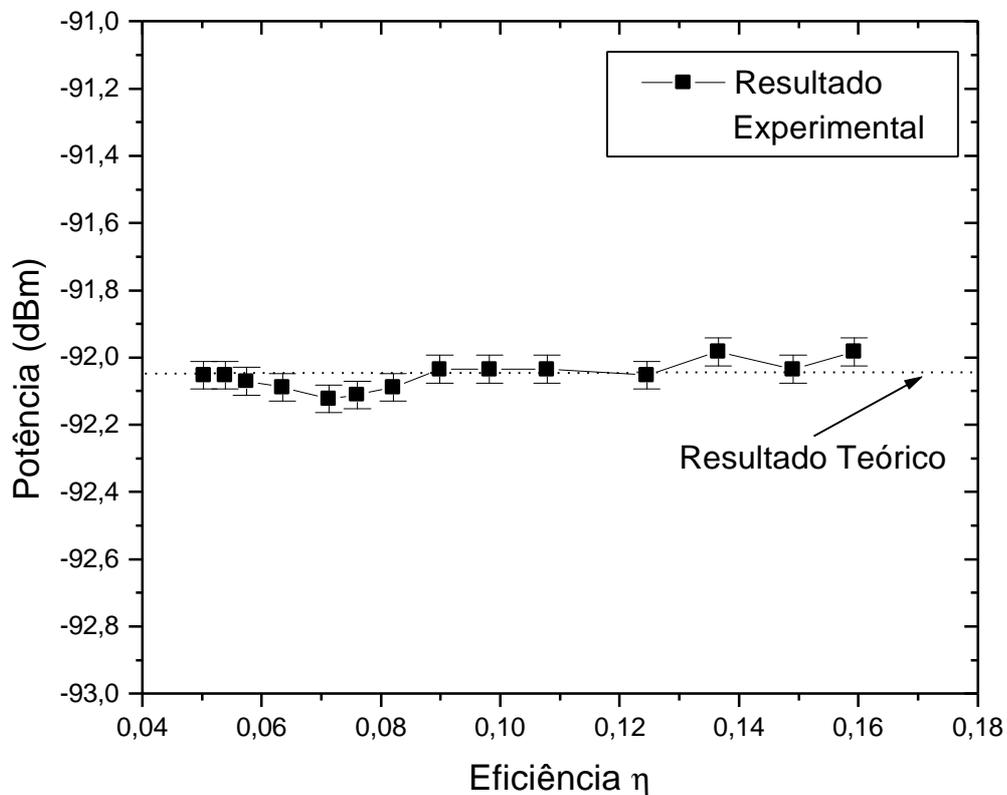


Figura 7.12 – Calibração do experimento: potência espectral da luz Poissoniana em função da eficiência.

A verificação com luz subpoissoniana foi feita de forma análoga, porém ajustando-se a corrente de alimentação do led para ter o valor da eficiência alterado. O resultado está mostrado na figura 7.13. O resultado está próximo do previsto pela equação (7.3-2), entretanto há uma discrepância no valor do fator de Fano que já havia sido observada por outros autores [2]. Também é possível observar que para valores muito pequenos da eficiência ($h < 0,03$) o comportamento da luz passa a ser superpoissoniano, ou seja, o fator de Fano se torna maior que um. Isto contradiz a equação (7.3-2), porém pode ser explicado usando a teoria apresentada por Hirano (ver equação (5.3-1)) a qual diz que, quando a eficiência diferencial é maior que a eficiência média, a distribuição estatística da luz passa a ser superpoissoniana.

O fator de Fano, que é dado pela relação entre a amplitude da flutuação (variância) do sinal detectado e seu valor médio, foi calculado para a frequência igual a 300 kHz, pois esta frequência já havia sido utilizada para cálculo de fator de Fano previamente [3].

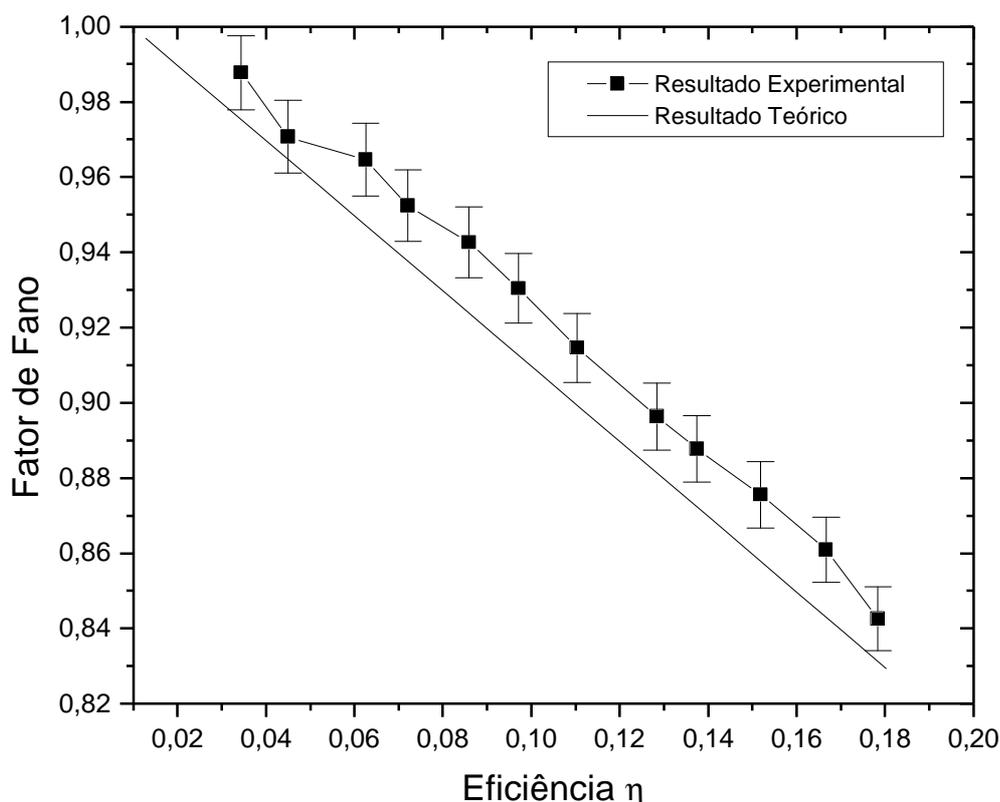


Figura 7.13 – Calibração do experimento: fator de Fano versus eficiência.

7.4. Luz Subpoissoniana

Nesta seção vamos apresentar os resultados da geração de luz com variância na sua amplitude abaixo do ruído balístico. Inicialmente vamos apresentar a geração de luz obtida com um led de alta eficiência e em seguida a geração usando vários leds acoplados em série e em paralelo.

7.4.1. Geração com Led simples

O primeiro resultado apresentado corresponde às medidas feitas com um único led de alta eficiência alimentado com uma fonte de tensão fixa em série com um resistor de 330Ω .

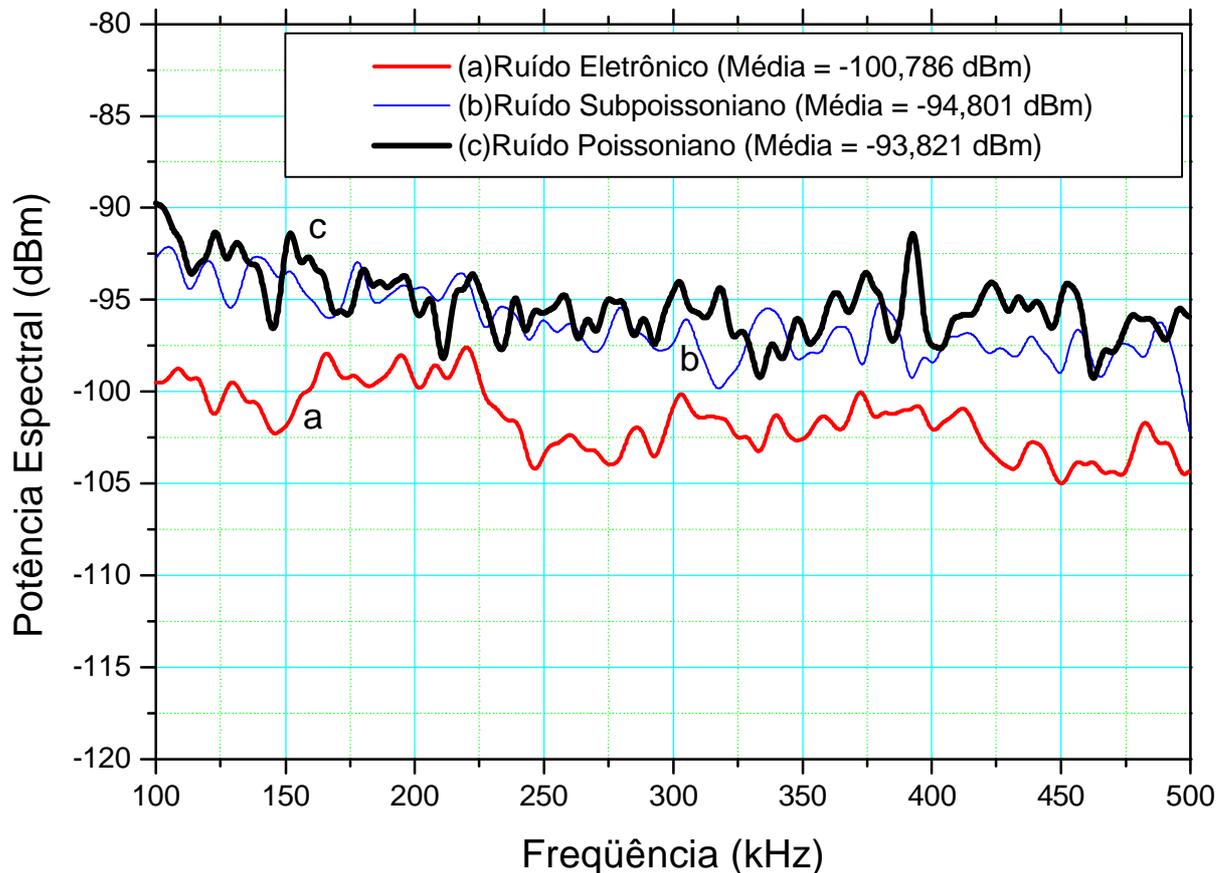


Figura 7.14 – Potência espectral de ruído para as fontes Poissoniana e subpoissoniana e do circuito eletrônico.

Os gráficos da potência espectral para as duas fontes de luz e dos circuitos de detecção e amplificação estão mostrados nas figura 7.14 e 7.15. As tabelas 7.1 e 7.2 contêm

os dados relevantes na obtenção deste resultado. A partir do gráfico pode-se observar a redução do ruído da luz gerada pelo led em relação ao ruído balístico (fonte Poissoniana).

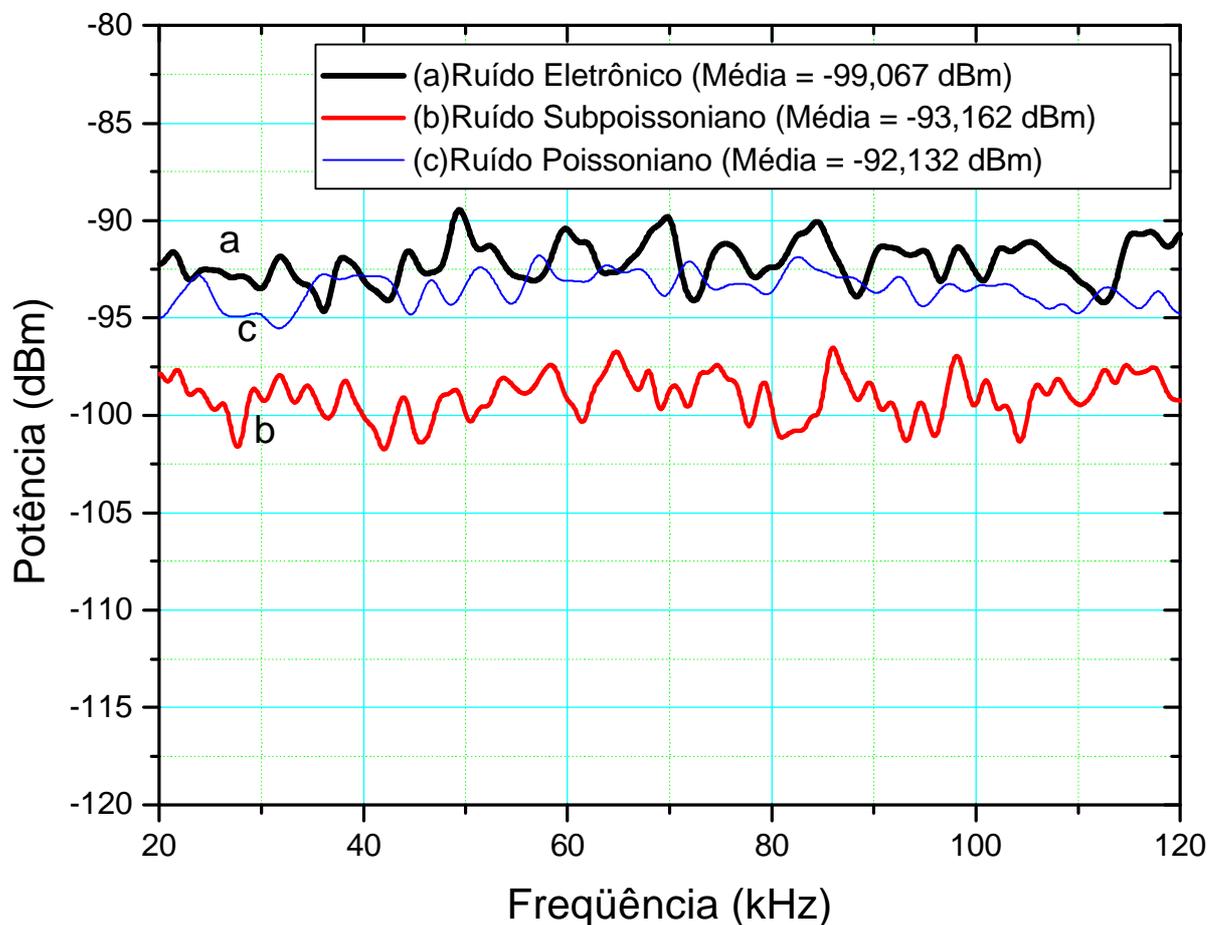


Figura 7.15 – Potência espectral de ruído para as fontes Poissoniana e Subpoissoniana e do circuito eletrônico.

Tabela 7.1 – Dados dos experimentos.

Fonte	Potência Espectral Média (dBm)	Fotocorrente Média (mA)	Corrente de Alimentação do Led (mA)	Eficiência (h)
PCS [*]	-93,821			
CCS [*]	-94,801	1,476	7,20	0,205
Circuito [*]	-100,786			
PCS ^{**}	-92,132			
CCS ^{**}	-93,162	1,19	5,50	0,216
Circuito ^{**}	-99,067			

* Relativo ao gráfico da figura 7.14
 ** Relativo ao gráfico da figura 7.15

Tabela 7.2 – Ajustes do osciloscópio no momento da aquisição dos dados.

Ajustes do Osciloscópio			
Canal 1 (CH2)		Canal 2 (CH 2)	
Escala de Tensão	Escala de Tempo	Escala de Tensão	Escala de Tempo
50 mV/divisão	250 μs/divisão	50 mV/divisão	250 μs/divisão

A redução de ruído expressa em dB pode ser calculada como segue:

$$\text{Redução de Ruído} = 10 \log \left(\frac{P_p}{P_s} \right) = 10 \log \left(\frac{P_p}{(1-h)P_p} \right) = 10 \log \left(\frac{1}{1-h} \right). \quad (7.4-1)$$

De acordo com a tabela 7.1 quando a redução obtida foi de 0,98 dB a eficiência total foi de aproximadamente 0,205 e quando a redução foi de 1,03 dB a eficiência medida foi igual a 0,216, quando os resultados esperados eram 0,996 dB e 1,06 dB, respectivamente. Portanto nosso resultado está muito próximo daquele que era esperado. Para ilustrar a distribuição estatística da luz detectada as figura 7.16 2 7.17 mostram o histograma para os sinais detectados com fotocorrente média igual a 0,03 mA.

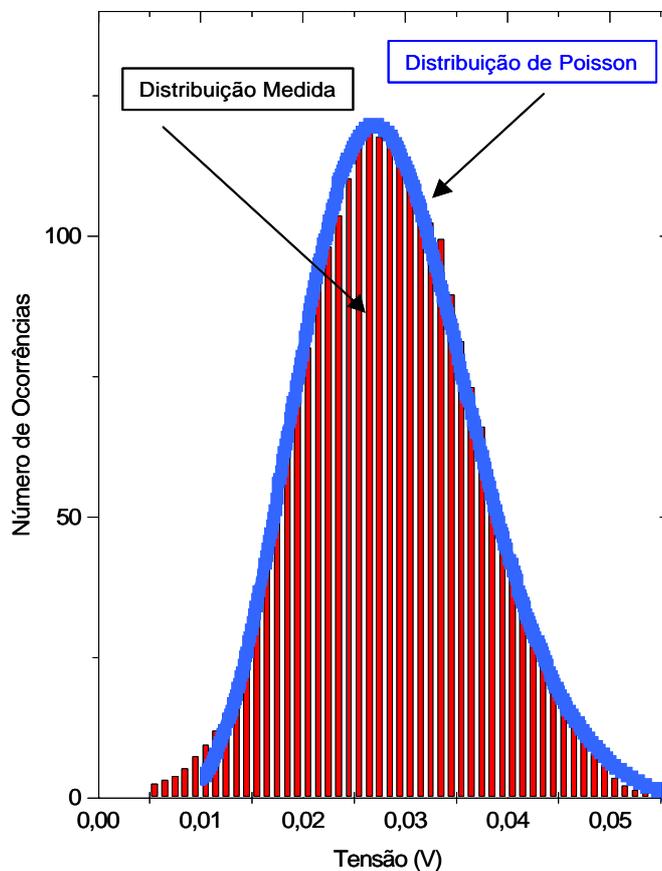


Figura 7.16 – Histograma da detecção da luz poissoniana.

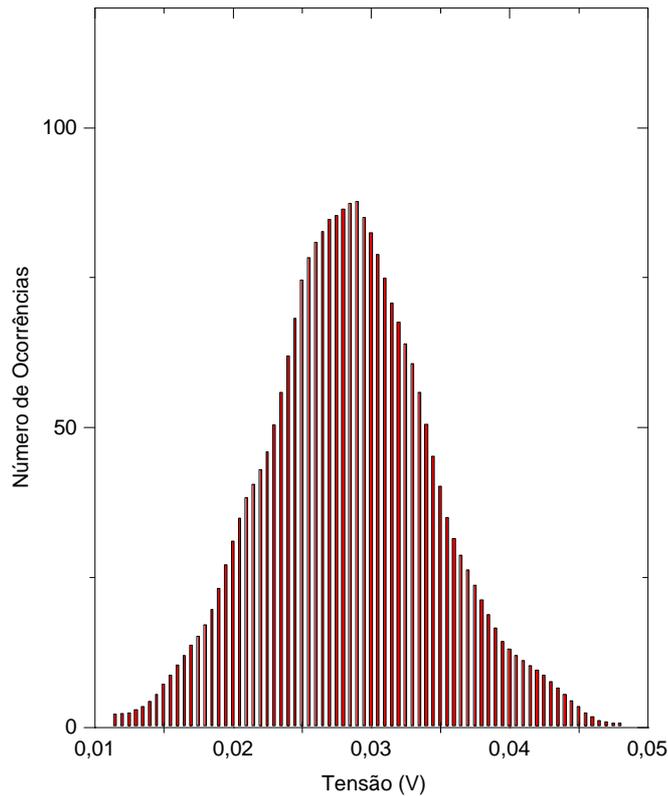


Figura 7.17 – Histograma da detecção da luz subpoissoniana.

A distribuição da figura 7.17 possui uma “largura” menor do que a da figura 7.16, como era de se esperar, já que é uma distribuição subpoissoniana.

7.4.2. Leds Acoplados em Série

Usando o circuito da figura 6.21 fizemos as medições para os casos em que os leds eram ligados em série em uma quantidade que variou de 1 até 6. De acordo com a equação (5.4-27) o fator de Fano para a fotocorrente gerada por um led é expresso por:

$$F = 1 - h - \frac{h}{(1 + G)^2}, \quad (7.4-2)$$

onde $G = \frac{R}{r_d}$, sendo r_d a resistência do diodo. Se ligarmos um número N de leds em série e detectarmos a luz de apenas um deles, a expressão para o fator de Fano continuaria valendo, porém com uma alteração no valor da resistência diferencial. Para um acoplamento serial a

resistência equivalente vista pela fonte é a soma das resistências em série. Para N leds acoplados a resistência total seria igual a Nr_d , fazendo o fator de Fano aumentar à medida

que o número de leds em série crescesse, pois o ganho $G = \frac{R}{Nr_d}$ diminuiria. O resultado está

plotado no gráfico da figura 7.18.

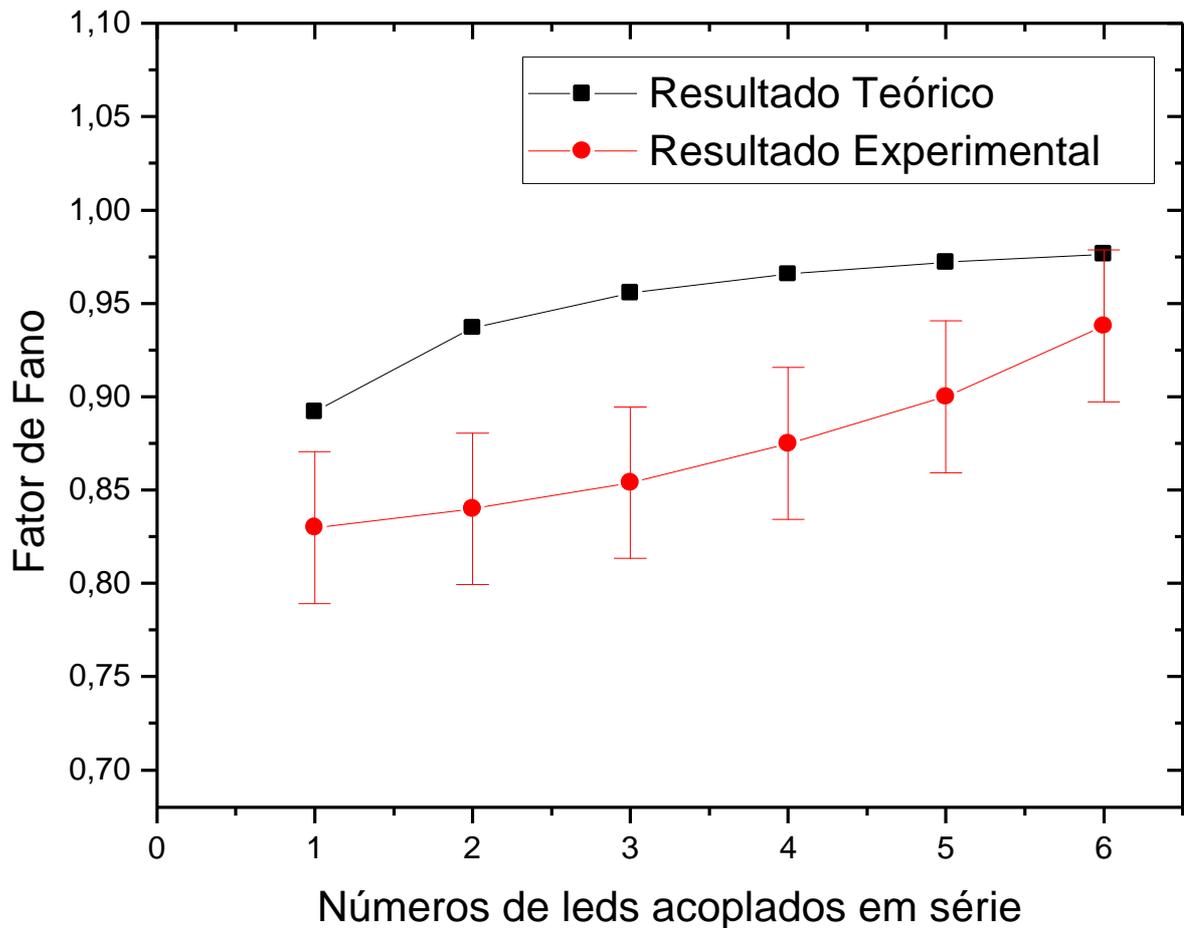


Figura 7.18 – Fator de Fano em função do número de leds conectados em série.

7.4.3. Leds Acoplados em Paralelo

Para a configuração paralela dos leds usamos o circuito da figura 6.20 para realizar as medições com o número de leds conectados variou de 1 até 6. Para a ligação em paralelo o fator de Fano pode ser escrito como:

$$F = 1 - h + \frac{h}{(1 + NR/r_d)^2}, \quad (7.4-3)$$

pois a resistência equivalente para a ligação série é igual a $\frac{r_d}{N}$. Para os valores dados na tabela 7.4 os resultados obtidos para a ligação em paralelo estão mostrados no gráfico da figura 7.19.

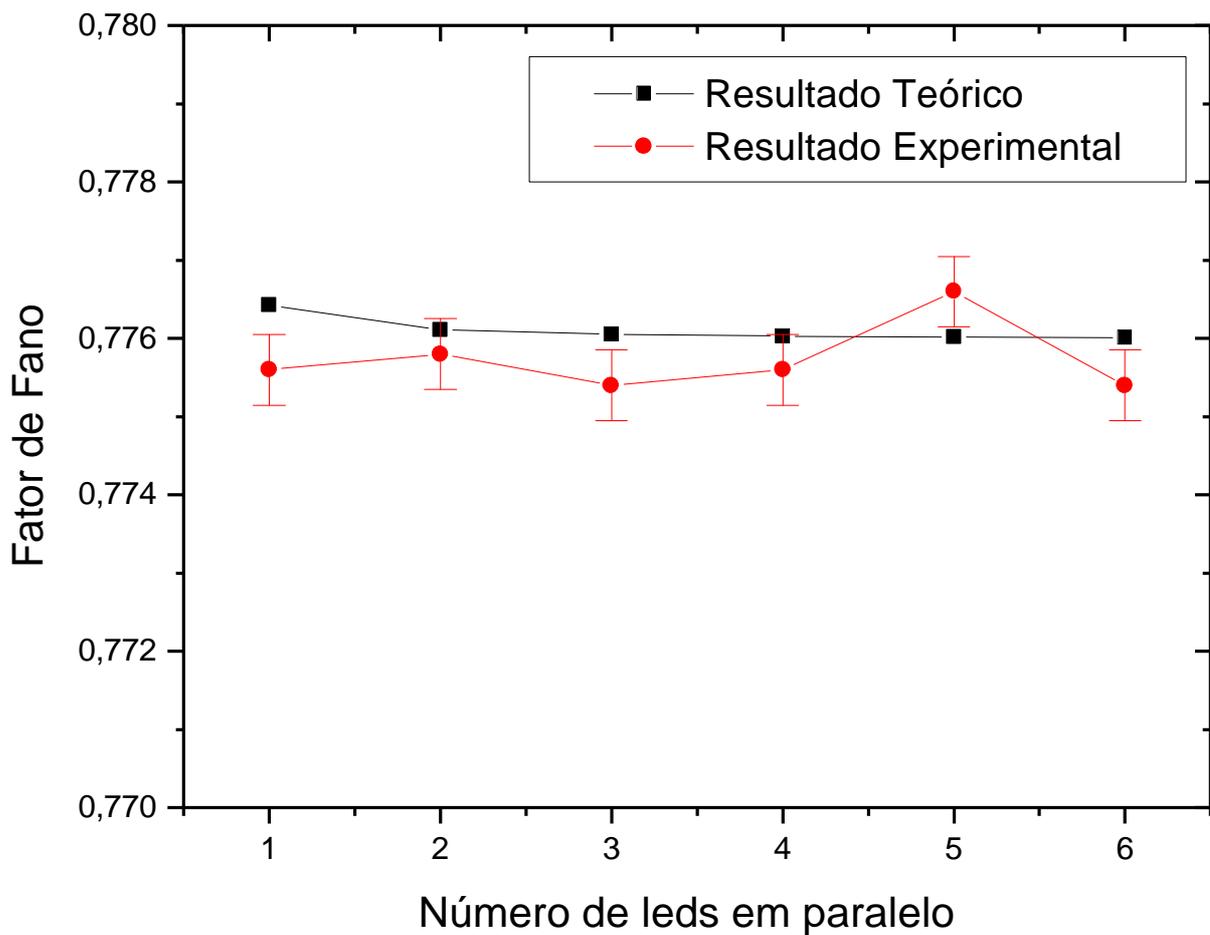


Figura 7.19 – Fator de Fano em função do número de leds conectados em paralelo.

7.4.4. Análise dos Resultados

Note que, para a configuração série, há uma discrepância entre o valor medido e o valor teórico calculado com a expressão (7.4-3). Podemos explicar isto pelo fato de que a

resistência intrínseca do diodo deve ser calculada como o inverso da inclinação da reta tangente à curva $I \times V$ do led no ponto de operação, como ilustra a figura 7.20, e não como a relação entre a tensão e a corrente do led $r_d = \frac{V}{I}$.

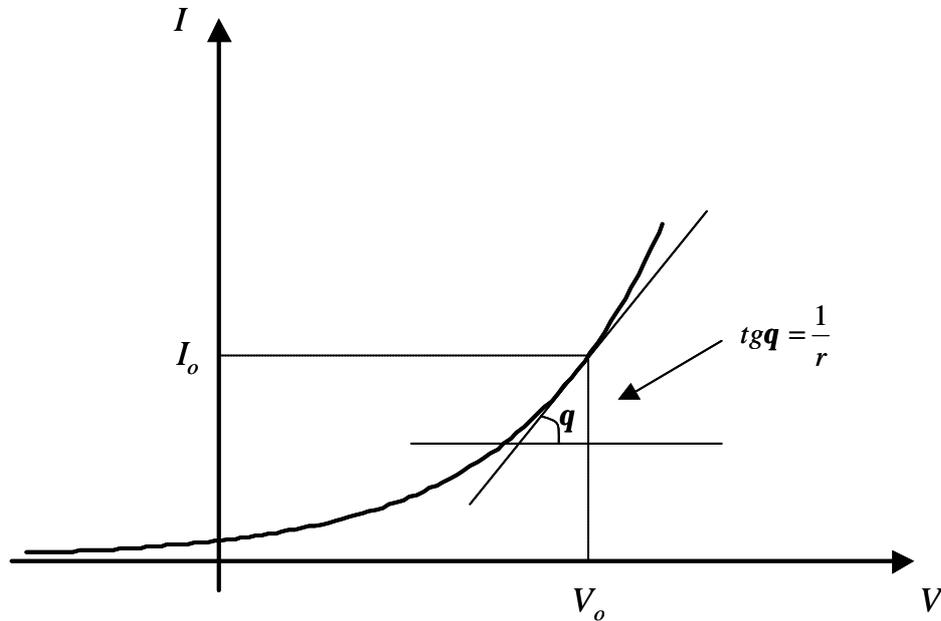


Figura 7.20 – Curva $I \times V$ típica de um led.

$$r_d = \left(\frac{dI}{dV} \Big|_{V=V_o} \right)^{-1} \quad (7.4-4)$$

O que ocorre é que a resistência diferencial calculada a partir da equação (7.4-4) é menor que a resistência dada pela razão entre a tensão e a corrente de polarização do led. Portanto se encontrarmos o valor da resistência a partir da curva $I \times V$ e do ponto de operação (I_o, V_o) podemos calcular o fator de Fano de uma forma mais apropriada. Para a configuração em paralelo podemos fazer a seguinte análise:

A corrente que sai da fonte V é dada por:

$$I_1 = \frac{V - V_o}{R} = \frac{V - f(I)}{R}, \quad (7.4-5)$$

onde V_o , a tensão de operação do led, é uma função da corrente que percorre o led I que é igual à corrente I_1 que sai da fonte dividida pelo número de leds N :

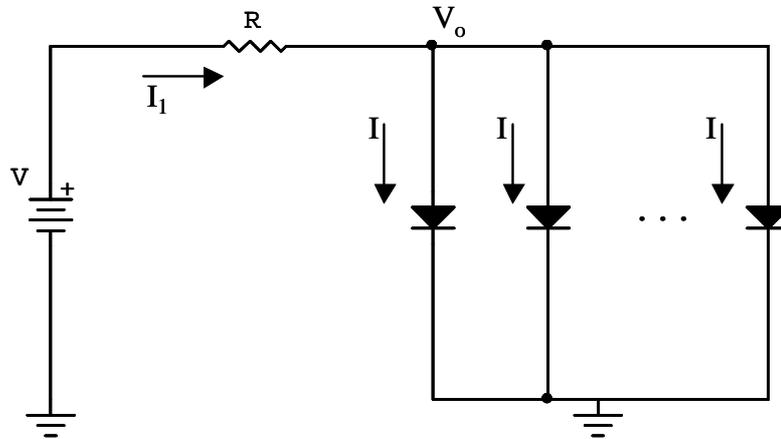


Figura 7.21 – Indicação das correntes que percorrem o circuito da ligação em paralelo dos leds.

$$I = \frac{I_1}{N}, \quad (7.4-6)$$

logo

$$I \cdot N = \frac{V - f(I)}{R}. \quad (7.4-7)$$

A partir desta equação transcendental podemos encontrar o ponto de operação $(I_o, V_o) = (I, f(I))$ e então encontrar o valor verdadeiro de r_d para calcular o fator de Fano.

Para encontrar a função $f(I)$ fizemos o levantamento experimental da curva $I \times V$ do led (figura 7.22) e ajustamos os pontos colhidos com a ajuda de um algoritmo [4] desenvolvido em *MathCad*[®].

A função de ajuste escolhida foi a seguinte

$$f(a, b; x) = a \left(e^{\frac{bx}{k_b T}} - 1 \right), \quad (7.4-8)$$

onde a e b são os parâmetros a serem encontrados pelo algoritmo, x é a variável independente que representa a tensão, k_b é a constante de Boltzman e $f(x)$ é a função que representa a corrente do led. A equação (7.4-8) foi escolhida por ter a forma da função que descreve a corrente em um led. Podemos escrever:

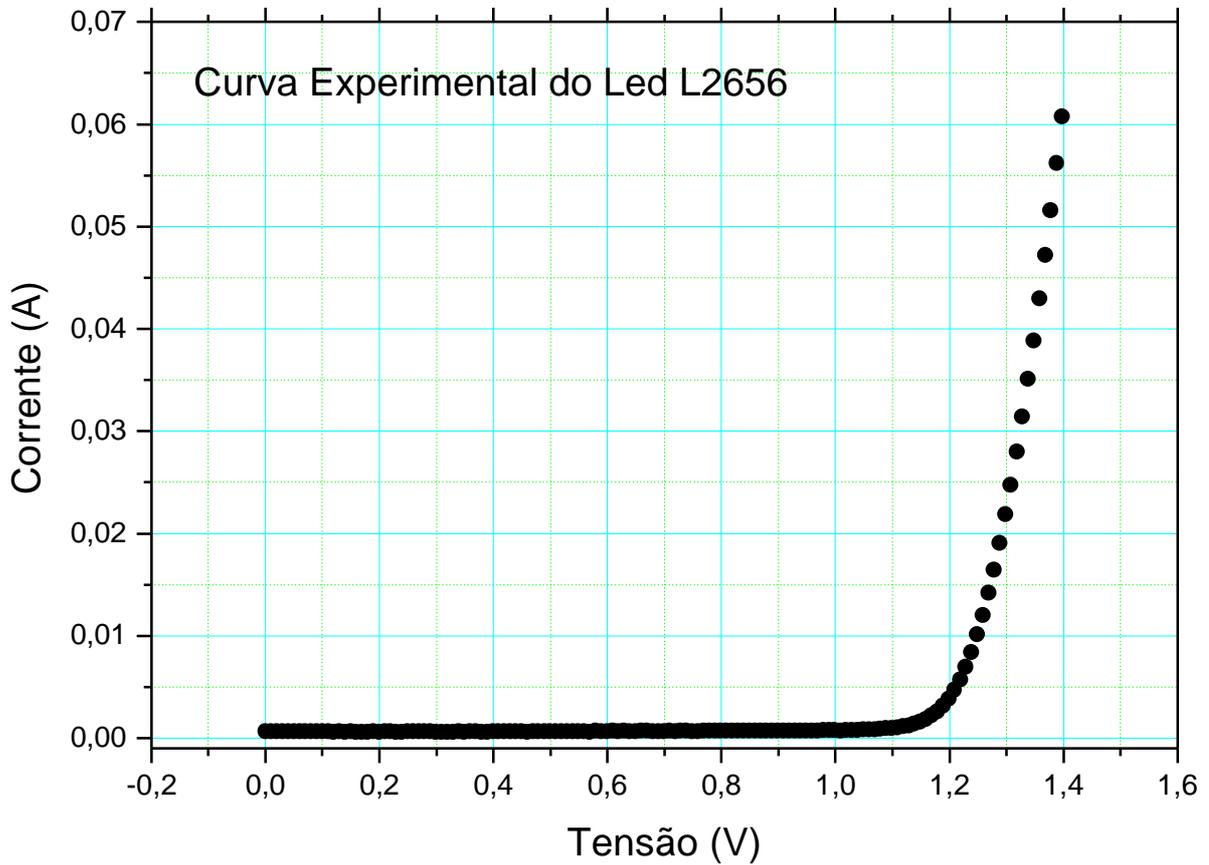


Figura 7.22 – Curva IxV Experimental do led.

$$I = a \left(e^{\frac{bV}{0.026}} - 1 \right), \tag{7.4-9}$$

onde substituímos $k_b T$ por seu valor à temperatura ambiente que igual a 26 mV , além de reescrever a equação em termos da tensão e da corrente do led.

A expressão que relaciona a tensão em função da corrente $V_o = f(I)$ pode ser facilmente encontrada:

$$V_o = f(I) = \frac{k_b T}{b} \ln\left(\frac{I}{a} + 1\right). \quad (7.4-10)$$

Os parâmetros a e b foram calculados com um erro de 10^{-9} e são iguais a: $a = 4,744175503 \cdot 10^{-9}$ e $b = 0,305584293$.

A curva ajustada encontra-se na figura 7.23 abaixo). Com isso podemos escrever a equação (7.4-10) como:

$$V_o = f(I) = \frac{0,026}{0,305584293} \ln\left(\frac{I}{4,744175503 \cdot 10^{-9}} + 1\right). \quad (7.4-11)$$

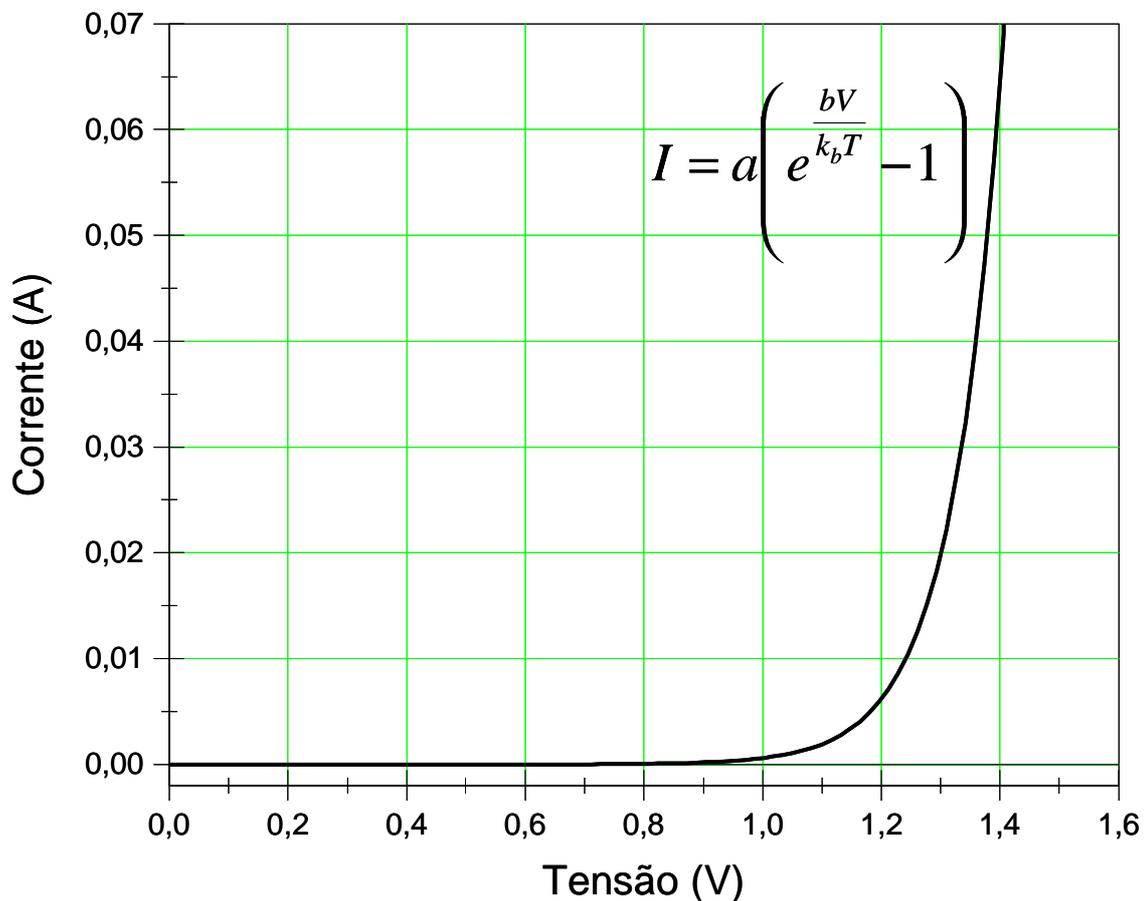


Figura 7.23 – Curva IxV do led gerada a partir da expressão (7.4-9).

Resolvendo a equação (7.4-7) utilizando o *software MathCad 2000⁰* obtivemos os seguintes resultados:

Leds acoplados em Série ($h=0,22$):

Tabela 7.3 – Dados do experimento com leds acoplados em série.

N	V (V)	R (Ω)	I (mA)	r_d (Ω)	Fator de Fano
1	10	200	18,00	4,70	0,7801
2	10	200	10,00	13,20	0,7813
3	10	200	6,45	13,20	0,7860
4	10	200	4,80	17,72	0,7950
5	10	200	4,00	21,27	0,8060

Com esses dados podemos calcular o fator de Fano usando a equação (7.4-2). O resultado deste cálculo junto com os dados experimentais está plotado no gráfico da figura 7.24 a seguir:

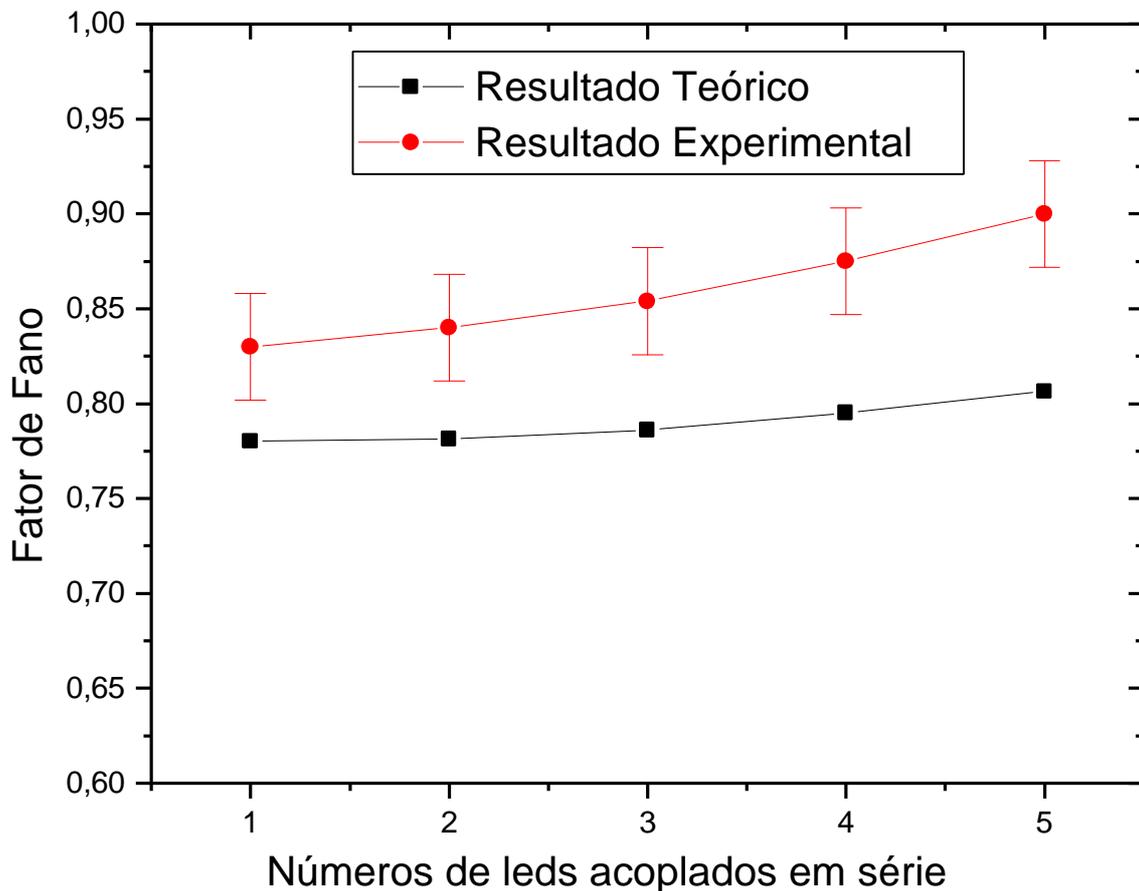


Figura 7.24 – Fator de Fano para configuração série. O resultado teórico foi calculado usando os dados da tabela 7.5.

Observe que ainda há uma divergência entre os valores experimentais e os calculados, porém a forma da curva se aproximou mais dos resultados experimentais quando calculada levando-se em conta a resistência diferencial do led.

Para a configuração paralela os resultados calculados segundo esta nova metodologia não mostraram muita diferença em relação aos resultados antigos. Isso se deve ao seguinte fato: os resultados encontrados quando se usam as duas formas de calcular o fator de Fano são muito aproximados, portanto não conseguimos encontrar diferença muito grande entre eles. No gráfico da figura 7.25 se encontram os resultados calculados segundo as duas metodologias.

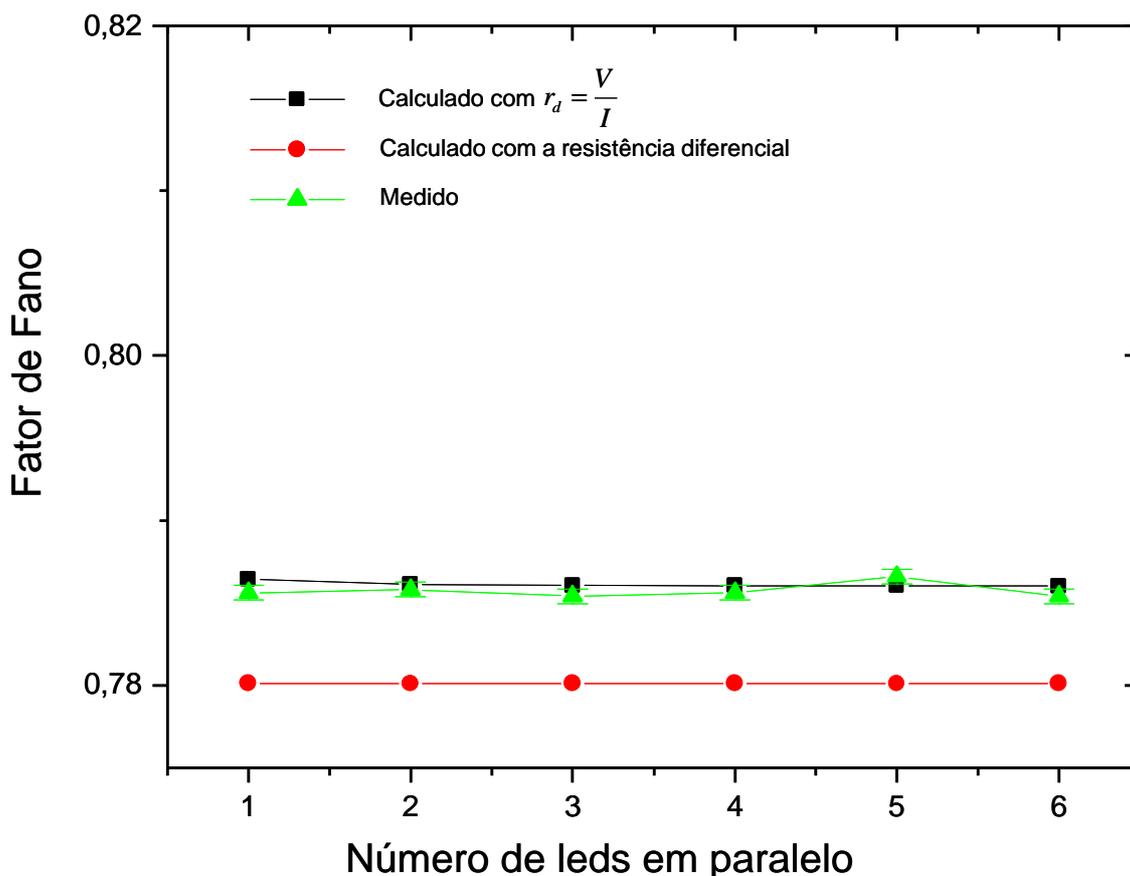


Figura 7.25 – Fator de Fano para configuração paralela. O resultado teórico foi calculado usando os dados da tabela 7.6.

Pode-se notar que os resultados teóricos (calculados) não mostram muita discrepância. Isto pode ser explicado pela equação usada para calcular o fator de Fano para a configuração paralela. No terceiro termo da equação (7.4-3) o número N está multiplicando a resistência série R de modo que mesmo que o valor de r_d varie a relação $\frac{NR}{r_d}$ tem um valor

alto o suficiente para que o termo $\frac{h}{(1 + NR/r_d)^2}$ não tenha influência sobre o valor do fator de Fano. A tabela 7.4 contém os dados relativos ao gráfico da figura 7.25.

Leds acoplados em Paralelo ($h=0,294$):

Tabela 7.4 – Dados do experimento com leds acoplados em paralelo.

N	V (V)	R (Ω)	I (mA)	r_d (Ω)	Fator de Fano
1	5	200	18,00	4,70	0,8020
2	5	200	10,00	13,20	0,7800
3	5	200	6,45	13,20	0,7801
4	5	200	4,80	17,72	0,7801
5	5	200	4,00	21,27	0,7801
6	5	200	3,20	26,58	0,7801

Conclusões e Perspectivas

Capítulo 8 – Conclusões e Perspectivas

Em nosso trabalho montamos um aparato capaz de gerar e detectar a luz, gerada por leds, cuja estatística dos fótons é subpoissoniana. Foi possível analisar propriedades estatísticas dos fótons por meio da detecção óptica e da interferometria. Além disso, fizemos um estudo do ruído gerado quando utilizamos leds acoplados em série e em paralelo. Usamos uma metodologia para encontrar a resistência do led usada no cálculo do fator de fano em leds acoplados em série e em paralelo que apresentou resultados mais próximos dos que foram obtidos experimentalmente.

8.1. Dificuldades

Durante o desenvolvimento do nosso trabalho algumas dificuldades foram encontradas. Contudo, o surgimento de tais dificuldades não foi suficiente para impedir o andamento dos nossos trabalhos. Os principais empecilhos foram relacionados ao aspecto prático, principalmente no que diz respeito à disponibilidade de equipamentos no laboratório.

Podemos citar o fato de utilizar um osciloscópio digital para fazer aquisição dos dados e posteriormente encontrar a distribuição espectral do sinal por meio do cálculo da FFT em um computador em vez de utilizar um analisador de espectro elétrico diretamente. Infelizmente não dispúnhamos de tal aparelho em nosso laboratório, entretanto isto acarretou apenas em um consumo maior de tempo para analisar os resultados.

Outro fato que veio a nos atrasar foi a falta dos dispositivos eletrônicos e optoeletrônicos no mercado local e nacional. Os fotodetectores e os leds utilizados, por exemplo, tiveram, de ser importados demandando um período de tempo considerável.

Quanto às dificuldades relacionadas aos experimentos podemos citar o fato de que estávamos medindo ruídos da ordem de -90 dBm e a interferência externa de sinais eletromagnéticos presentes no ambiente se mostrou muito difícil de ser isolada. Conseguimos minimizar esses efeitos construindo uma caixa cujas paredes forma cobertas por folhas de alumínio. Além disso, a calibração do interferômetro foi um trabalho que

exigiu muita paciência e concentração devido à ordem de grandeza dos tempos e comprimentos medidos, o que exigia um alinhamento preciso do interferômetro.

8.2. Trabalhos Futuros

Apesar das dificuldades encontradas durante a realização deste trabalho, acreditamos ter conseguido atingir muitos dos nossos objetivos. Entretanto, fica a necessidade de um aprofundamento dos experimentos e teorias estudados. Apesar das dificuldades encontradas durante a realização deste trabalho, acreditamos ter conseguido atingir muitos dos nossos objetivos. Entretanto, fica a necessidade de um aprofundamento dos experimentos e teorias estudados.

Estudos de luz subpoissoniana despertam interesse em muitos pesquisadores em todo o mundo. O aparato montado por nós permite que seja analisado o ruído na amplitude da luz gerada por vários dispositivos acoplados de diversas formas (em série, em paralelo ou misto). Há muito que se fazer como, por exemplo, estudar mais profundamente os efeitos da polarização da luz no ruído detectado. Além disso, é possível desenvolver um estudo teórico sobre o efeito da redução do ruído em sistemas de comunicações ópticas, principalmente se para os casos onde o comprimento da fibra óptica utilizada for pequeno e for possível utilizar leds como fontes de luz.

Além de estudar os efeitos que um amplificador óptico à base de fibra dopada podem causar quando uma luz subpoissoniana for amplificada.

Referências

Capítulo 1

- [1] Eisberg, R. e Resnick, R. **Física Quântica**. Ed. Campos. (1988).
- [2] Imoto, N., Yamamoto, Y., Machida, S. e Kitagawa, M. **Recent progress in nonclassical photonic communications**. NTT basic research laboratories.
- [3] Richardson, W. H. e Yamamoto, Y. **Quantum measurement of the photon number via junction voltage in a semiconductor laser**. Physical review A, vol. 44, n. 11, pg. 7702. (1991).
- [4] Hirano, T. e Kuga, T. **Generation of weak sub-poissonian light by a high-efficiency light-emitting diode**. IEEE Journal of quantum electronics, vol. 31, n.12, pg. 2236. (1995).
- [5] Karlson, A. **Quantum information processing: basic ideas, implementations, and possible impact on communications**.
- [6] Yamamoto, Y. e Haus, H. A. **Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states**. Rev. of modern physics, vol. 58, n. 4, pg. 1001. (1986).
- [7] Edwards, P. J. **Low-noise optoelectronic amplifier using sub-shot noise light**. Electronics letters, vol. 29, n. 3, pg. 299. (1993).
- [8] Yuen, P. H. **Two photon coherent states of the radiation field**. Phys. Rev. A **13**, p. 2226 (1976).
- [9] Abe, J., Kuga, T., Hirano, T. e Yamanishi, M. **Wideband squeezing in photon-number fluctuations from a high speed light emitting diode**. FG7/CLEO/Pacific Rim 99, pg. 1139. (1999).
- [10] Tanaka, K., Kadoya, Y., Yuji, H., Masuyama, R. E Yamanishi, M. **Generation of broadband sub-poissonian lights in light emitting diodes**. CLEO (2001).

Capítulo 2

- [1] Pimentel, C. **Comunicações Digitais** – Notas de aula do programa de pós-graduação em engenharia elétrica da UFPE (2002).
- [2] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 41, (1995).
- [3] Papoulis, A. **Probability, random variables, and stochastic processes**. McGraw-Hill 3^a ed. Pg. 297. (1991).

- [4] Papoulis, A. **Probability, random variables, and stochastic processes**. McGraw-Hill 3^a ed. Pg. 354. (1991).
- [5] Nunes, F. D. **Mecânica quântica para engenheiros** – Notas de aula UFPE (2002).
- [6] Klauder, J. R. e Sudarshan, E. C. G. **Fundamentals of quantum mechanics**. W. A. Benjamin Inc. Ed. W.A. Incorporation, pg. 63(1968).
- [7] Arfken, G. **Mathematical Methods for Physicists**. Academic Press 5^a ed. Pg. 984, (1985).
- [8] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 149, (1995).
- [9] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 644, (1995).
- [10] Steel, W. H. **Interferometry**. Ed. Cambridge. (1967).

Capítulo 3

- [1] Saleh, E. A. e Teich, M. V. **Fundamentals of photonics**. Ed. Wiley. (1991).
- [2] Singh, J. **Semiconductor optoelectronics – Physics and technology**. Ed. McGraw-Hill, pg. 441(1995).
- [3] Ogata, K. **Modern control engineering**. 4^a ed. Prentice Hall. (2001).
- [4] Singh, J. **Semiconductor optoelectronics – Physics and technology**. Ed. McGraw-Hill, pg. 337. (1995).
- [5] Nunes, F. D. **Comunicações ópticas** – Notas de aula UFPE (2002).

Capítulo 4

- [1] Mandel, L. **Fluctuations of photon beams: The distribution of the photo-electrons**. Proc. Phys. Soc. 3 p. 233 (1959).
- [2] Mandel, L., Sudarshan, E. C. G. e Wolf, E. **Theory of photodetection of light fluctuations**. Phys. Soc. 84 p. 435 (1964).
- [3] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 92. (1995).
- [4] Klauder, J. R. e Sudarshan, E. C. G. **Fundamentals of quantum mechanics**. W. A. Benjamin Inc, pg. 4. (1968). (estados coerentes)
- [5] Casey Jr, H. C. e Panish, M. B. **Heterostructure lasers – Part A fundamental principles**. Academic Press (1978).

- [6] Arfken, G. **Mathematical Methods for Physicists**. Academic Press 5^a ed. Pg. 85, (1985).
- [7] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 446. (1995).
- [8] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cambridge University Press, pg. 450. (1995).
- [9] Meyer, P. **Probabilidade - Aplicações e Estatística**. 2^a ed., LTC, 1983.
- [10] Yamamoto, Y. e Haus, H. A. **Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states**. Rev. of Mod. Phys. **58** n^o 4, p. 1001 (1986).
- [11] Davidovich, L. Sub-Poisson processes in quantum optics. Rev. of Mod. Phys. **68** n^o 1, p. 127 (1996).
- [12] Glauber, R. J. **Coherent and incoherent states of light field**. Phys. Rev. **131**, p. 2766 (1963).
- [13] Yuen, P. H. **Two photon coherent states of the radiation field**. Phys. Rev. A **13**, p. 2226 (1976).
- [14] Kelley, P. L. e Kleiner, W. H. **Theory of electromagnetic field measurement and photoelectron counting**. Phys. Rev. **136** n^o 2A, p. 136 (1963).
- [15] Mandel, L. e Wolf, E. **Optical coherence and quantum optics**. Cap. 12 p. 640. Cambridge University Press (1995).
- [16] Agrawal, G. P. **Fiber-optic communication systems**. Jonh Wiley & sons. (2002).
- [17] Ramamurthy, B., Datta, D., Feng, H. **Impact of Transmission Impairments on the eletraffic Performance of Wavelength-Routed Optical Networks**. Journal of lightwave technology, vol. 17, n. 10, pg. 1713. (1999).
- [18] Barry, J. R. e Lee, E. A. **Performance of coherent optical receivers**. Proceedings of the IEEE, vol. 78, pg. 1369. (1990).

Capítulo 5

- [1] Mandel, L. **Fluctuations of photon beams: The distribution of the photo-electrons**. Proc. Phys. Soc. 3 p. 233 (1959).
- [2] Mandel, L., Sudarshan, E. C. G. e Wolf, E. **Theory of photodetection of light fluctuations**. Phys. Soc. 84 p. 435 (1964).
- [3] Kelley, P. L. e Kleiner, W. H. **Theory of electromagnetic field measurement and photoelectron counting**. Phys. Rev. **136** n^o 2A, p. 136 (1963).

- [4] Imot, N., Yamamoto, Y., Machida, S. e Kitagawa, M. **Recent progress in nonclassical photonic communications**. NTT basic research laboratories.
- [5] Davidovich, L. Sub-Poisson processes in quantum optics. *Rev. of Mod. Phys.* **68** n° 1, p. 127 (1996).
- [6] Jakeman, E. e Walker, J. G. **Analysis of a method for the generation of light with Sub-poissonian photon statistics**. *Optics communications*, vol. 55, n. 3, pg. 219, 1985.
- [7] Saleh, B. E. A. e Teich, M. C. **Sub-poissonian light generation by selective deletion from cascade atomic emissions**. *Optics communications*, vol. 52, pg. 429. (1985)
- [8] Lugiato, L. A., Strini, G. e De Martini, F. **Squeezed states in second harmonic generation**. *Optics letters*, vol. 8, pg. 256. (1983).
- [9] Slusher, R. E., Hollberg, L. W., Yurke, B., Mertz, J. C. e Valley, J. F. **Observation of squeezed states by four wave mixing in an optical cavity**. *Phys, review letters*, vol. 55, pg. 2409. (1985).
- [10] Ling-An Wu, Kimble, H. J. e Wu, H. Generation of squeezed states by parametric down conversion. *Phys, review letters*, vol. 57, pg. 2520. (1986).
- [11] Wang, L. Z. e Zhu, S. **Subpoissonian photon statistics in lasers**. *Optics communications*, vol. 78, n. 3,4, pg. 250, 1990.
- [12] Richardson, W. H., Machida, S. e Yamamoto, Y. **Squeezed photon-number and Sub-poissonian electrical partition noise in a semiconductor laser**. *Physical review letters*, vol. 66, n. 22, pg. 2867. (1991).
- [13] Edwards, P. J. **Reduction of optical noise from light-emitting diodes**. *IEEE Journal of quantum electronics*, vol. 29, n. 8, pg. 2302. (1993).
- [14] Singh, J. **Semiconductor optoelectronics – Physics and technology**. Ed. McGraw-Hill, pg. 416(1995).
- [15] Ogata, K. **Modern control engineering**. 4^a ed. Prentice Hall. (2001).
- [16] Hirano, T., Shinozaki, J. e Kuga, T. **Investigating statistical properties of light from high efficiency light emitting diodes**. *Prog. Crystal growth an Charact.* Vol. 33, pg. 339. (1996).
- [17] Sedra, A. S. e Smith, K. C. *Microelectronic circuits*. Oxford. 5^a ed.
- [18] Yamanishi, M., Watanabe, K., Jikutani, N. E Ueda, M. **Sub-poissonian photon-state generation by Stark-effect blockade of emissions in a semiconductor diode driven by constant-voltage source**. *Physical review letters*, vol. 76, n. 18, pg. 3432. (1996).

[19] Yamanishi, M. e Hirano, T. **Sub-poissonian photon-states generated by light-emitting-diodes: Coulomb blockade of pump events and Stark-effect blockade of emission events.** Materials science and engineering, B48, pg. 26. (1997).

[20] Yamamoto, Y., Liu, R., Kim, J. e Imamoglu, A. **Electron and photon noise suppression in mesoscopic systems-how to reach noisy photons to follow quiet electrons.** Materials science and engineering, B48, pg. 19. (1997).

[21] Yin, J., Wang, Y., Xiao, M. e Wang, Y. **A new semiclassical model to analyze sub-poissonian light in high-impedance-driven semiconductor light emitters.** Physics review letters A, vol. 283, pg. 44. (2001).

Capítulo 6

[1] Richardson, W. H. e Yamamoto, Y. **Quantum measurement of the photon number via junction voltaje in a semiconductor laser.** Physical review A, vol. 44, n. 11, pg. 7702. (1991).

[2] Yamanishi, M. e Hirano, T. **Sub-poissonian photon-states generated by light-emitting-diodes: Coulomb blockade of pump events and Stark-effect blockade of emission events.** Materials science and engineering, B48, pg. 26. (1997).

[3] Gray, M. B., Shaddock, D., Harb, C. e Bachor, H.A. **Photodetector designs for experiments in quantum optics.** The Australian national University, Camberra. (1998).

[4] Ott, H. W. Noise reduction techniques in electronic systems. 2^a ed. Jonh Wiley & sons, pg. 159. (1988).

[5] Edwards, P. J. e Pollard, G. H. **Quantum noise-correlated operation of coupled semiconductor light emitters.** Physical review A, vol. 69, n. 12, pg. 1757. (1992).

Capítulo 7

[1] Nunes, F. D. **Comunicações ópticas** – Notas de aula UFPE (2002).

[2] Bachor, H. A., Rottengatter, P. e Savage, C. M. **Correlaction effects in light sources with high quantum efficiency.** Applied physics B, vol. 55, pg. 258. (1992).

[3] Edwards, P. J. e Pollard, G. H. **Quantum noise-correlated operation of coupled semiconductor light emitters.** Physical review A, vol. 69, n. 12, pg. 1757. (1992).

[4] Maciel Neto, J. O. **Ressonância de plásmons de superfície: relação de dispersão, otimização de parâmetros e observação experimental.** Dissertação de mestrado, Programa de pós-graduação em engenharia elétrica, UFPE, Brasil, pg. 79. (2000).