



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE TECNOLOGIA

COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E
SISTEMAS DE POTÊNCIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE**

FRANCISCO DE ASSIS DOS SANTOS NEVES

AREA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

RECIFE - PE - BRASIL

DEZEMBRO DE 1992

PREFÁCIO

O Grupo de Sistemas de Potência do Departamento de Engenharia Elétrica e Sistemas de Potência (DEESP) da UFPE tem apresentado trabalhos em duas linhas de pesquisa - *Análise de Sistemas de Potência em Regime Permanente e Estabilidade e Controle em Sistemas de Potência*.

O presente trabalho pode ser considerado como uma contribuição para o desenvolvimento de um projeto maior a ser elaborado, denominado de Algoritmo Ótimo de Planejamento, dentro da linha de pesquisas em *Análise de Sistemas de Potência em Regime Permanente*. Este algoritmo terá por finalidade a determinação das adições de linhas de transmissão, localização ótima de subestações e distribuição de potência reativa em redes elétricas.

O trabalho foi dividido em cinco capítulos e dois apêndices. O Capítulo 1 apresenta as razões para o desenvolvimento do algoritmo computacional proposto e relaciona algumas recentes publicações sobre o assunto abordado.

O modelo linear para distribuição ótima de potência reativa, utilizando a formulação proposta em (Iba, K. e outros, 1988) e implementada computacionalmente no DEESP por Torres (Torres, G. L. 1991), é descrito no Capítulo 2 com o objetivo de facilitar o entendimento do trabalho desenvolvido, evidenciando como as características nele presentes podem ser eficientemente exploradas.

No Capítulo 3 são descritas as contribuições do presente trabalho, ou seja, o desenvolvimento de um algoritmo para solução de problemas de programação linear pelo método de decomposição de Dantzig-Wolfe, aproveitando as características de esparsidades das matrizes e vetores envolvidos.

Os resultados da aplicação do programa computacional implementado

são mostrados na Capítulo 4, comparando-os com resultados obtidos da aplicação de um programa que utiliza métodos convencionais de solução.

O Capítulo 5 traz as principais conclusões a que se chegou durante o desenvolvimento dos trabalhos. Apresenta, também, sugestões não só no sentido de melhorar a performance do algoritmo implementado, bem como indica algoritmos úteis que podem ser desenvolvidos na área de planejamento de Sistemas de Potência.

O Apêndice A tem por finalidade apresentar os métodos simplex, simplex revisado e o algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe, de forma a facilitar a visualização de como as características de esparsidade das matrizes e vetores puderam ser aproveitadas no algoritmo descrito no Capítulo 3.

Finalmente, um manual de utilização do programa é apresentado no Apêndice B.

Gostaria de externar minha gratidão a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Em especial, agradeço ao professor e amigo Manoel Afonso de Carvalho Jr. pelo excelente trabalho de orientação, à professora Maria José Pontes Afonso de Carvalho pelo apoio e incentivo, e a todos os professores do Mestrado. É também um prazer mencionar Abílio Muniz, Geraldo Torres, Zanoni Lins, Augusto César, Luciano Cavalcanti, Siomara Ribeiro, Luiz Patrício e todos os colegas do Mestrado, que, com sua amizade, tornaram bastante agradável o período de realização do curso. Agradeço também à CAPES pelo apoio financeiro prestado.

Francisco Neves

A Beth, Pedro e Pruna.
pelo apoio incondicional,
paciência e horas de lazer
desperdiçadas.

RESUMO

É apresentado um algoritmo para a distribuição de potência reativa em Sistemas de Potência de grande porte empregando o Princípio de Decomposição de Dantzig-Wolfe.

O Sistema de Potência é dividido em subáreas definidas pelos centros de controle e a cada uma das subáreas é associado um subproblema. As variáveis de controle da potência reativa são os taps dos transformadores com LTC, as tensões terminais dos geradores e as fontes de reativo chaveáveis. As restrições compreendem os limites máximos e mínimos impostos pelas variáveis de controle, limites de tensão aceitáveis nas barras de carga e os limites de potência ativa das barras de geração. As restrições de acoplamento correspondem às equações das barras terminais das linhas que interligam as subáreas.

Com a formulação adotada, as matrizes de coeficientes das restrições do problema de programação linear para distribuição ótima de reativos têm as mesmas características de esparsidade da matriz jacobiana de fluxo de carga do sistema.

Para reduzir erros de arredondamento, bem como para permitir a solução de problemas de maiores dimensões em microcomputadores, foi desenvolvido um algoritmo que aproveita as características de esparsidade das matrizes de coeficientes das restrições do problema de programação linear através de armazenamento compacto, ordenação dos pivoteamentos e decomposição em fatores LDU, assim como do aproveitamento da esparsidade do vetor independente e da eventual necessidade de determinar apenas alguns elementos do vetor solução.

ÍNDICE

1.	-	INTRODUÇÃO	1
1.1	-	PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	3
1.2	-	MOTIVAÇÃO PARA PESQUISA	6
2.	-	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA DE POTENCIA REATIVA E ALGORITMO DE SOLUÇÃO	
2.1	-	INTRODUÇÃO	9
2.2	-	MODELOS DOS COMPONENTES DA REDE	10
2.2.1	-	LINHAS DE TRANSMISSÃO	11
2.2.2	-	TRANSFORMADORES	12
2.2.3	-	BANCOS DE CAPACITORES E REATORES	14
2.2.4	-	GERADORES E CARGAS	14
2.3	-	EXPRESSÕES GENERALIZADAS DAS INJEÇÕES DE POTENCIA	15
2.4	-	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	18
2.4.1	-	ÍNDICES DE SENSIBILIDADE	19
2.4.2	-	FUNÇÃO OBJETIVO	21
2.4.3	-	RESTRIÇÕES	23
2.5	-	ALGORITMO DE SOLUÇÃO	31
2.6	-	CONCLUSÕES	36
3.	-	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE	
3.1	-	INTRODUÇÃO	38
3.2	-	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA EXTREMO E DOS SUBPROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	45
3.3	-	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO SIMPLEX REVISADO PARA A SOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	48
3.3.1	-	DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL QUE ENTRA NA BASE	50
3.3.2	-	DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL QUE SAI DA BASE	55
3.3.3	-	TROCA DE BASE/PREPARAÇÃO PARA NOVA ITERAÇÃO	59
3.3.4	-	DETERMINAÇÃO DA BASE INICIAL VIÁVEL	61
3.4	-	SOLUÇÃO DO PROBLEMA EXTREMO	64
3.5	-	CONCLUSÕES	68

4.	-	RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO PROGRAMA	
4.1	-	INTRODUÇÃO	70
4.2	-	O SISTEMA DEESP 12 BARRAS	70
4.3	-	PROCEDIMENTOS ADOTADOS NA ANÁLISE	74
4.4	-	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	75
5.	-	CONCLUSÕES / SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	88
APÊNDICE A	-	MÉTODO SIMPLEX REVISADO E ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE	93
APÊNDICE B	-	MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA	130
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICAS			142

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

A principal função do planejamento de Sistemas de Potência consiste em, a partir da previsão da demanda futura, garantir a qualidade e a confiabilidade do fornecimento de energia às cargas pelo menor custo possível, através de centrais geradoras adequadamente localizadas e sistemas de transmissão bem coordenados.

O crescimento da demanda de energia elétrica, juntamente com a necessidade de continuidade de suprimento, faz com que os Sistemas de Potência modernos sejam compostos por vários subsistemas interligando centros de geração e consumo das diversas regiões. O planejamento da operação desses sistemas com suas configurações atuais, bem como a escolha das configurações futuras é uma tarefa difícil, face às inúmeras alternativas de funcionamento.

Os problemas mais comuns enfrentados pelos engenheiros

de Sistemas de Potência podem ser divididos em três categorias principais. A primeira delas corresponde à determinação da fração da carga total a ser suprida por cada unidade geradora do sistema a custo operacional mínimo. Outro importante problema a ser considerado é a definição da melhor configuração que o sistema deverá possuir no futuro, envolvendo quando e onde devem ser adicionadas as usinas geradoras, linhas de transmissão e subestações necessárias ao atendimento da demanda futura prevista. Finalmente, tem-se o problema de como distribuir a potência reativa na rede elétrica, sendo este o objeto do presente trabalho.

O controle do fluxo de potência reativa é importante para assegurar qualidade e confiabilidade de fornecimento de energia elétrica aos consumidores, através da manutenção das tensões dentro de limites máximos e mínimos, tanto em condições normais de funcionamento quanto sob contingências, bem como para a redução dos custos de geração e transmissão, com a minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão.

Para garantir a qualidade e a confiabilidade do fornecimento de energia elétrica aos consumidores, os operadores dos Sistemas de Potência devem exercer o controle do fluxo de potência reativa através do ajuste dos taps dos transformadores com LTC (Load Tap Changer - comutador de tap sob carga), pela alocação das fontes de reativo controláveis e pelo ajuste das tensões terminais dos geradores. Uma alteração na configuração da rede ou na demanda de potência pode afetar as tensões do sistema, levando-as a valores não aceitáveis. Tal situação exige dos operadores uma rápida atuação no sentido de redistribuir a potência reativa a fim de obter um perfil de tensões adequado.

Outro fato ao qual deve-se ter atenção é que, caso a rede seja incapaz de atender a uma determinada demanda de

potência, poderá haver um colapso nas tensões do sistema. A incapacidade do atendimento a uma demanda de potência pode ocorrer devido à insuficiência de suprimento de potência reativa. O planejamento da expansão das fontes de reativo do sistema deve, então, ser realizado para um período de vários anos, determinando a quantidade e a localização das fontes de reativo necessárias para a manutenção, a baixo custo, do perfil de tensões dentro de limites pré-estabelecidos, tanto em condições normais quanto sob contingências.

Devido às dimensões dos Sistemas de Potência atuais, é impossível estabelecer, por pura inspeção, a quantidade e a localização de potência reativa que deve ser instalada. No passado, a experiência dos engenheiros combinada com exaustivos estudos de fluxo de carga eram utilizados numa técnica de tentativas e erros, até que resultados satisfatórios fossem alcançados. A obtenção da solução desta forma é cara, leva bastante tempo e nem sempre conduz aos resultados mais econômicos.

1.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

O problema da distribuição de potência reativa em redes elétricas pode ser formulado como um problema de programação matemática. No últimos anos, muitos estudos foram apresentados para a solução do problema e, para isto, técnicas de programação linear têm sido aplicadas, reconhecendo-se nelas uma ferramenta rápida e confiável.

Kishore e Mill (Kishore, A. e Hill, E. F., 1971) desenvolveram um método para a determinação da quantidade mínima de potência reativa a ser instalada a fim de atender

APÊNDICE A

MÉTODO SIMPLEX REVISADO E ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

A.1 INTRODUÇÃO

Programação matemática é usada na engenharia geralmente com o objetivo de alocar recursos limitados para obter resultados desejados.

Na grande maioria dos casos, os problemas de alocação de recursos podem ser formulados matematicamente através de uma função de custo a ser minimizada ou uma função de benefícios a ser maximizada, sujeita a um conjunto de restrições impostas às variáveis de decisão. Frequentemente, o número de soluções que satisfazem ao conjunto de restrições é infinito e a programação matemática é uma ferramenta através da qual pode-se determinar a melhor dessas soluções.

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

Programação linear refere-se à otimização (maximização ou minimização) de uma expressão linear, sujeita a um certo número de restrições também lineares.

No Capítulo 2, o problema da distribuição ótima de potência reativa em redes elétricas é formulado como um problema de programação linear.

O objetivo deste apêndice não é cobrir a teoria de programação linear demonstrando os teoremas relacionados aos métodos utilizados no programa. Isto pode ser encontrado em qualquer livro referente ao assunto. A finalidade da apresentação dos métodos de programação linear utilizados é simplesmente facilitar a visualização de pequenas alterações incorporadas para possibilitar a aplicação de recursos de aproveitamento das características de esparsidade das matrizes e vetores envolvidos na solução.

A. 2 FORMULAÇÃO GERAL DE UM PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Uma vez que o valor máximo de uma função linear é igual ao simétrico do valor mínimo do negativo dessa mesma função linear, podemos considerar apenas a formulação de problemas de programação linear em que se deseja maximizar uma expressão.

Assim, um problema de programação linear pode ser definido como o de encontrar os valores das variáveis x_1, x_2, \dots, x_n , para os quais a função objetivo

$$(A.1) \quad f = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

assume o valor máximo, sem violar nenhuma das restrições abaixo:

$$(A.2) \quad \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \end{aligned}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$n > m$$

Na prática, é muito comum o aparecimento de restrições em forma de desigualdades do tipo

$$(A.3) \quad a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \leq b_k$$

OU

$$(A.4) \quad a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \geq b_k$$

Conforme será mostrado mais adiante, qualquer problema de programação linear pode ser transformado para a forma padrão descrita pelas equações (A.1) e (A.2).

Através do uso de notação matricial, o problema pode ser representado mais compactamente, como segue:

maximizar a função objetivo

$$(A.5) \quad f = [C]^T [x]$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(A.6) \quad \begin{aligned} [A][x] &= [b] \\ [x] &\geq [0] \end{aligned}$$

onde

$[x]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ é o vetor de decisão,

$[C]^T = [C_1, C_2, \dots, C_n]$ é o vetor custo,

$[A]$ é uma matriz de restrições $m \times n$ dada por:

$$[A] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 11 & 12 & \dots & a_{1n} \\ 21 & 22 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m1 & m2 & \dots & \dots \end{matrix} \end{matrix}$$

Não há sentido prático em considerar problemas em que o número de variáveis seja igual ao número de restrições linearmente independentes. Neste caso, o problema teria solução única e a solução ótima seria determinada simplesmente pela solução do sistema de equações $[A][x]=[b]$.

As variáveis x_1, x_2, \dots, x_n são chamadas de variáveis de decisão do problema.

A. 3 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

A um vetor $[x]$ que satisfaça as restrições de não negatividade e que seja uma solução do sistema de equações de restrição, denomina-se vetor viável ou solução viável.

Como $n \hat{e}$ maior do que m , se a matriz $[A]$ tem rank m , um conjunto de $(n - m)$ variáveis, dentre x_1, x_2, \dots, x_n , pode ser escolhido de forma a ter quaisquer valores fixos,

tornando a solução do sistema $[A][x] = [b]$ única, em termos das m variáveis remanescentes, denominadas de variáveis básicas. No caso em que às $(n-m)$ variáveis fixas é atribuído valor nulo, a solução é denominada de solução viável básica. A solução viável ótima corresponde ao vetor viável para o qual a função objetivo tem valor máximo.

O conjunto de todas as soluções de um problema de programação linear é um conjunto convexo ou um conjunto vazio. Isto pode ser verificado facilmente como segue.

Sejam $[x^1]$ e $[x^2]$ dois vetores viáveis de um problema de programação linear, ou seja, $[A][x^1] = [b]$ e $[A][x^2] = [b]$.

Seja $[x]$ uma combinação convexa de $[x^1]$ e $[x^2]$.

$$(A.7) \quad [x] = a[x^1] + (1-a)[x^2], \text{ com } 0 \leq a < 1.$$

$[x]$ é também um vetor viável, pois

$$(A.8) \quad \begin{aligned} [A][x] &= [A] \cdot \{ a[x^1] + (1-a)[x^2] \} \\ [A][x] &= a[A][x^1] + (1-a)[A][x^2] \\ [A][x] &= a[b] + (1-a)[b] = [b] \end{aligned}$$

Uma vez que o conjunto K de soluções de um problema de programação linear é definido por pontos que satisfazem a um conjunto finito de restrições lineares, ele é delimitado por seções de hiperplanos correspondentes às restrições (caso não seja vazio). Assim, K corresponde a um conjunto vazio ou a uma região convexa no espaço euclidiano n -dimensional. Tal região convexa é chamada de região viável do problema de programação linear.

A região viável pode ser um poliedro convexo ou uma região convexa ilimitada. No primeiro caso, a função objetivo do problema terá sempre um valor máximo finito. No segundo, a

função objetivo poderá não ter um valor máximo finito.

Pode-se observar que todas as variáveis do problema formulado no Capítulo 2 têm limites superiores e, com isso, tal problema jamais poderá ter uma região viável ilimitada. Neste caso, se A' não for um conjunto vazio, corresponderá a um poliedro convexo limitado.

Note-se ainda que se um problema tiver mais de uma solução viável, terá infinitas soluções viáveis, posto que qualquer combinação linear de duas soluções viáveis é também viável. O objetivo da programação linear é, então, determinar, dentre infinitas soluções viáveis, aquela que maximiza a função objetivo.

Na hipótese de que o problema formulado no Capítulo 2 tenha infinitas soluções viáveis, qualquer uma delas pode ser representada por uma combinação convexa dos pontos extremos do poliedro convexo que define a região viável.

Seja $f(x)$ a função objetivo, x , x_1, \dots, x_p os pontos extremos e x_0 solução viável ótima, para a qual $f(x) = \text{MAX}$. Pode-se, então, escrever:

$$(A.9) \quad \text{MAX} = f(x_0) \quad \forall x \in K$$

Se x_0 não for um ponto extremo de AT, ele pode ser escrito como uma combinação linear dos pontos extremos:

$$(A.10) \quad x_0 = \sum_{i=1}^p a_i x_i \quad \sum_{i=1}^p a_i = 1$$

Como $f(x)$ é uma função linear,

$$(A.11) \quad f(\mathbf{Ux}) = f\left(\sum_{i=1}^p a_i x_i\right) = f\left(\sum_{i=1}^p a_i x_i\right) = \text{MAX}$$

$$= a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2) + \dots + a_p f(x_p)$$

$$\text{Seja } f(\mathbf{x}) = \text{maximum}_{i=1 \text{ a } p} \{ f(x_i) \}$$

$$(A.12) \quad f(\mathbf{Cx}) = \sum_{i=1}^p a_i f(x_i) = f(\mathbf{x})$$

Como, por hipótese, $f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x})$, $\forall \mathbf{x} \in K$, então $f(\mathbf{x}_1) = f(\mathbf{x})$.

Portanto, a função objetivo assume seu valor máximo em pelo menos um ponto extremo do conjunto convexo K gerado pelo conjunto de soluções viáveis do problema de programação linear.

Caso a função objetivo assuma o valor máximo em mais de um ponto, por exemplo nos pontos $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_q$, tem-se:

$$(A.13) \quad f(\mathbf{x}_1) = f(\mathbf{x}_2) = \dots = f(\mathbf{x}_q) = \text{MAX}$$

$$\text{Se } \mathbf{x} = \sum_{i=1}^q a_i \mathbf{x}_i, \text{ com } a_i \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^q a_i = 1, \text{ então}$$

$$(A.14) \quad f(\mathbf{x}) = f\left(\sum_{i=1}^q a_i \mathbf{x}_i\right) = \sum_{i=1}^q a_i f(\mathbf{x}_i) = \text{MAX}$$

Um problema de programação linear que possua mais de uma solução viável terá infinitas soluções viáveis. Felizmente, pelo que acaba de ser demonstrado, basta investigar os pontos extremos do poliedro convexo de soluções viáveis, uma vez que a solução ótima pode ser encontrada em pelo menos um desses vértices.

Sejam $[A_1], [A_2], \dots, [A_m]$ os vetores coluna que compõem a matriz de restrições $[A]$. Se um conjunto de k vetores ($k < m$) $[A_1], [A_2], \dots, [A_k]$ linearmente independentes pode ser encontrado de forma que

$$x_1 [A_1] + x_2 [A_2] + \dots + x_k [A_k] = [b] \text{ e}$$

* $0 \leq x_1, x_2, \dots, x_k \leq 1$, então o ponto $[x] = (x_1, x_2, \dots, x_k, 0, 0, \dots, 0)$ é um ponto extremo do poliedro convexo K de soluções viáveis. Este fato é demonstrado a seguir.

Suponha-se que $[x]$ não é um ponto extremo. Como $[x]$ é uma solução viável, ele pode ser escrito como uma combinação linear de dois outros pontos $[x^1]$ e $[x^2]$ em K , ou seja,

$$(A.15) \quad [x] = a [x^1] + (1-a) [x^2], \text{ para } 0 < a < 1 \text{ e}$$

$$(A.16) \quad [x^1] = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ \vdots \\ x_k^{(1)} \\ \vdots \\ x_n^{(1)} \end{pmatrix}, \quad [x^2] = \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ \vdots \\ x_k^{(2)} \\ \vdots \\ x_n^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$(A.17) \quad [x] = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_k \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a x_1^{(1)} + (1-a) x_1^{(2)} \\ \vdots \\ a x_k^{(1)} + (1-a) x_k^{(2)} \\ \vdots \\ a x_n^{(1)} + (1-a) x_n^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$(A.18) \quad [x] = \{ [a x^{(1)} + (1-a) x^{(2)}], \dots, [a x_k^{(1)} + (1-a) x_k^{(2)}],$$

$$[a x_{k+1}^{(1)} + (1-a) x_{k+1}^{(2)}], \dots, [a x_n^{(1)} + (1-a) x_n^{(2)}] \}$$

$$[x^1], [x^2], \dots, [x^k], 0, \dots, 0 \}.$$

Para que os termos $[a x_k^{(1)} + (1-a) x_k^{(2)}], \dots, [a x_n^{(1)} + (1-a) x_n^{(2)}]$ sejam nulos, é necessário que

$$x_{k+1}^{(1)} = 0, x_{k+1}^{(2)} = 0, \dots, x_n^{(1)} = 0, x_n^{(2)} = 0, \text{ pois } 0 < a < 1$$

Assim,

$$(A.19) \quad [x] = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}, 0, \dots, 0)$$

$$(A.20) \quad [x] = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}, 0, \dots, 0)$$

Como $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ são soluções viáveis do problema, tem-se:

$$(A.21) \quad x^{(1)} [A]_1 + \dots + x^{(k)} [A]_k = [b]$$

$$(A.22) \quad x^{(1)} [A]_1 + \dots + x^{(k)} [A]_k = [b]$$

Mas $[A]_1, [A]_2, \dots, [A]_k$ são vetores linearmente independentes e, com isso, $[b]$ é determinado por uma única combinação linear desses vetores. Assim,

$$[x] = [x] = [x]$$

$[x]$ não pode ser escrito como uma combinação convexa de dois pontos distintos de K , sendo então, um ponto extremo, o que demonstra o teorema.

De maneira análoga, se

$$(A.23) \quad [X] = (X_1, X_2, \dots, X_i, 0, \dots, 0)$$

é um ponto extremo de K , então os vetores coluna de $[A]$ associados aos x_i positivos são linearmente independentes. No máximo, m componentes do vetor $[x]$ são positivos.

Para provar a afirmação anterior, suponha-se que as k colunas associadas às componentes positivas do vetor $[x]$ não são linearmente independentes. Deve existir, então, uma combinação linear desses vetores coluna tal que

$$(A.24) \quad d_1 [A]_i + d_2 [A]_2 + \dots + d_k [A]_k = [0],$$

com pelo menos um $d_i \neq 0$.

$[x]$ é um ponto extremo de K e portanto é uma solução viável do problema.

$$(A.25) \quad x_1 [A]_1 + x_2 [A]_2 + \dots + x_k [A]_k = [b]$$

Multiplicando (A.24) por d ($d > 0$) e somando e subtraindo o resultado de (A.25), tem-se:

$$\sum_{i=1}^k x_i [A]_i + d \sum_{i=1}^k d_i [A]_i = [b]$$

$$\sum_{i=1}^k x_i [A]_i - d \sum_{i=1}^k d_i [A]_i = [b]$$

$$[x]_1 = (x_1 + dd_1, x_2 + dd_2, \dots, x_k + dd_k, 0, \dots, 0)$$

$$[x]_2 = (x_1 - dd_1, x_2 - dd_2, \dots, x_k - dd_k, 0, \dots, 0)$$

$$2 \cdot (x_1 + dd_1) + \dots + 2 \cdot (x_k + dd_k) = 2 \cdot (x_1 + dd_1 + \dots + x_k + dd_k) = 2 \cdot [x]_1$$

A suposição de que existe uma combinação linear dos vetores coluna da matriz $[A]$ associados às k componentes não nulas de um ponto extremo $[x]$ do poliedro convexo K , implica na existência de dois pontos viáveis $[x]_1$ e $[x]_2$ tais que $[x]_1 - [x]_2 = 2 \cdot [x]$ o que contradiz a hipótese de que $[x]$ é um ponto extremo. Portanto, tais colunas da matriz $[A]$ são linearmente independentes.

Pode-se assumir ainda que o conjunto de vetores coluna da matriz $[A]$ sempre contém m vetores linearmente independentes. A partir dessa afirmação, demonstra-se que a

às restrições de tensão do sistema. A base para o modelo é a utilização de Índices de sensibilidade linearizados para a formulação do problema como de programação linear.

Mamandur e Chenoweth (Mamandur, K. R. C. e Chenoweth, R. D., 1981) desenvolveram uma formulação matemática do problema de controle da potência reativa minimizando as perdas ativas do sistema. O modelo emprega relações linearizadas de sensibilidade de Sistemas de Potência para estabelecer tanto a função objetivo quanto as restrições, que compreendem os limites de potência reativa dos geradores, limites de tensão das barras de carga e limites sobre as variáveis de controle, ou seja, tapes dos transformadores com LTC, tensões terminais dos geradores e potências das fontes de reativo chaveáveis.

Lee e outros (Lee, T. H. e outros, 1985) apresentaram um método para o planejamento de bancos de capacitores como fontes de reativo para a manutenção de um perfil de tensões adequado em operação normal e sob contingências, minimizando o custo de investimento em novas fontes de reativo. A natureza discreta dos custos dos bancos de capacitores, da instalação e da localização são considerados no processo de solução.

Qiu e Shahidehpour (Qiu, J. e Shahidehpour, S. M., 1987) apresentaram um método para minimizar as perdas nas linhas de transmissão e melhorar o perfil de tensões pelo ajuste dos tapes dos transformadores e das potências reativas injetadas nas barras. A formulação é semelhante à proposta por Mamandur e Chenoweth.

Iba e outros (Iba, K. e outros, 1988) desenvolveram um modelo a partir da introdução de algumas modificações no equacionamento apresentado em Mamandur e Chenoweth. São propostas duas formulações para o problema e uma delas apresenta a característica de que as restrições do problema

todo ponto extremo do conjunto convexo K estão associados m vetores coluna da matriz $[A]$ linearmente independentes.

Das afirmações anteriores, torna-se evidente que um vetor viável $[x] = (x_1, \dots, x_{m+1}, \dots, x_n)$ é um ponto extremo de K se, e somente se, os valores x_j positivos são coeficientes de vetores $[A_j]$ linearmente independentes em

$$(A.26) \quad \sum_{j=1}^n x_j [A_j] = [b].$$

Face ao exposto nesta seção, podemos resumir alguns dos tópicos mais importantes a respeito de um problema de programação linear escrito da forma padrão a seguir, onde $[A]$ é uma matriz $m \times n$ com rank m .

Maximizar a função

$$(A.27) \quad f([x]) = [C]^T [x]$$

sujeita a

$$(A.28) \quad [A][x] = [b] \\ [x] \geq [0]$$

Tópicos mais importantes:

- . O conjunto de pontos extremos corresponde ao conjunto de soluções viáveis básicas, sendo ambos não vazios, desde que a região viável não seja vazia.
- . Uma vez que, no problema formulado no Capítulo 2, todas as variáveis têm limite superior, a região viável, se não for vazia, corresponderá a um poliedro convexo fechado. Com isso, caso a região viável não seja vazia, haverá pelo menos uma solução ótima finita.

Se existir uma solução ótima, existirá também um ponto extremo ótimo e, correspondentemente, uma solução viável básica ótima.

A cada ponto extremo (ou a cada solução viável básica) corresponde pelo menos uma base (matriz de coeficientes das variáveis básicas) e a cada base corresponde um único ponto extremo. No caso em que um ponto extremo corresponde a mais de uma base, o mesmo é chamado de ponto extremo degenerado.

O número de pontos extremos de um problema de programação linear pode ser enumerado através da determinação das Q^* soluções viáveis básicas. A solução ótima poderia ser determinada simplesmente escolhendo, dentre todos os pontos extremos, aquele que maximiza a função objetivo. Entretanto, este método não é satisfatório uma vez que o número de soluções viáveis básicas é grande, mesmo para valores moderados de m e n .

O método simplex e suas variações são procedimentos que escolhem, a cada iteração, um ponto extremo para o qual a função objetivo assume um valor melhor. Além disso, determina-se se a região viável é vazia, limitada ou ilimitada, chegando-se ao valor ótimo, quando ele existir, enumerando apenas uma pequena parte do número de pontos extremos da região viável.

A.4 O MÉTODO SIMPLEX

O primeiro passo para a obtenção da solução de um problema de programação linear pelo método simplex é encontrar uma solução viável básica não degenerada para dar

início ao processo iterativo. Na seção A.5, são apresentados dois métodos freqüentemente empregados com esse objetivo. Nesta seção, será considerado que se dispõe de uma tal solução e será mostrado como se chega à solução ótima em um número finito de iterações através do método simplex.

Estando-se na k -ésima iteração sem ter alcançado ainda a solução ótima, prossegue-se para a iteração $(k+1)$ permitindo-se que uma das variáveis nulas na iteração k torne-se positiva e que uma variável não nula na iteração k torne-se nula.

A variável que deixou de ser nula passou a fazer parte do conjunto de variáveis básicas e a que tornou-se nula agora não é mais básica.

O método simplex estabelece regras através das quais se seleciona as variáveis x_e e x_s (que entra e que sai da base, respectivamente), de forma que a função objetivo experimenta uma alteração na direção do valor ótimo. Estabelece ainda um critério para reconhecer quando a solução ótima for alcançada.

O problema de programação linear escrito na forma padrão pode ser redefinido como segue, onde as variáveis básicas e não básicas aparecem em vetores distintos.

Maximizar a função objetivo

$$(A.29) \quad \mathbf{f}^T \mathbf{C}_j \mathbf{M} \mathbf{x}_j \quad , \quad \mathbf{r} \mathbf{C}_s] * \mathbf{i} \mathbf{x}_s]$$

sujeita às restrições

$$(A.30) \quad \begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{x} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{x} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}$$

onde

- $[x_N]$ - vetor das variáveis não básicas
 $[x_B]$ - vetor das variáveis básicas
 f_C - vetor dos coeficientes de custo das variáveis não básicas
 $[C_B]$ - vetor dos coeficientes de custo das variáveis básicas
 $[N]$ - matriz que contém as colunas da matriz de restrições correspondentes às variáveis não básicas
 $[B]$ - matriz que contém as colunas da matriz de restrições correspondentes às variáveis básicas. $[B]$ é denominada de matriz base

A fim de encontrar a solução viável básica, o sistema de equações de restrição (A.30) pode ser reescrito como segue:

$$(A.31) \quad [B]^{-1}[b] = [B]^{-1}[N][x_N] + [I][x_D]$$

A solução é $[x_N] = [0]$ e $[x_B] = [B]^{-1}[b]$. $[b] = [b]$

Fazendo $[W] = [C_B]^{-1}[B]^{-1}$ e pré-multiplicando (A.31) por $[C_B]^{-1}$, obtém-se:

$$(A.32) \quad [C_B]^{-1}[B]^{-1}[b] = [C_B]^{-1}[B]^{-1}[N][x_N] + [C_B]^{-1}[x_D]$$

Subtraindo (A.29) de (A.32)

$$(A.33) \quad f = [C_B]^{-1}[B]^{-1}[b] - ([C_B]^{-1}[B]^{-1}[N] - [C_N]) [x_N] + [0][x_D]$$

O processo iterativo de solução pelo método simplex pode agora ser descrito passo a passo.

Passo 1 Construção da tabela simplex.

O sistema de equações (A.31) e a função objetivo (A.33) são escritos em forma de tabela:

(A.34)

		$-x_1$	$-x_2$...	$-x_{n-m}$	$-x_{n-m+1}$	$-x_{n-m+2}$...	$-x_n$	$-f$
x_{n-m+1}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	...	$a_{1, n-m}$	1	0	...	$\hat{0}_n$	$\hat{0}$
x_{n-m+2}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	...	$a_{2, n-m}$	1	1	...	0	0
x_n	a_{m0}	a_{m1}	a_{m2}	...	$a_{m, n-m}$	1	0	...	1	0
f	a_{00}	a_{01}	a_{02}	...	$a_{0, n-m}$	1	0	...	0	1

onde

- a elementos do vetor $[B]^{-1} [b]$
- a_{i0} elementos da matriz $[B]^{-1} [N]$
- a_{i0} elemento $[C]^{-1} [B]^{-1} [b]$
- a_{00} elementos do vetor $([W][N] - [C]^*)$

Passo 2 Verificação de otimalidade.

A fim de verificar se a solução dada pela segunda coluna da Tabela (A.34) é ótima, calcula-se os coeficientes a_{0j} das variáveis não básicas x_j , $j = 1, 2, \dots, (n-m)$.

O valor absoluto de um coeficiente a_{0j} negativo indica em quanto a função objetivo é aumentada se a variável não básica x_j for aumentada de zero para um, mantendo as demais variáveis não básicas com valor nulo e alterando os valores das variáveis básicas de forma a continuar satisfazendo as equações de restrição. Este fato pode ser verificado facilmente como segue:

Seja x_k a variável não básica cujo valor vai ser aumentado de 0 para 1. Uma vez que as demais variáveis não básicas serão mantidas iguais a zero, os valores das variáveis básicas devem ser alterados, a fim de que nenhuma das restrições seja violada.

$$(A.35) \begin{array}{cccc} 10 & 1k & & n - m + 1 \\ 20 & 2k & -x & n - m + 2 \\ & m0 & & mk \end{array}$$

A função objetivo da tabela (A.34) não é sensível a alterações nas variáveis básicas, já que os coeficientes de custo de tais variáveis são nulos e, portanto:

$$a_{00} - a_{0k} \cdot x_k = f$$

Se pelo menos um dos coeficientes a_{0j} for negativo, a solução ótima ainda não foi alcançada e ao menos uma iteração adicional é requerida. Caso todos os coeficientes a_{0j} sejam positivos, a solução básica da Tabela (A.34) é a única solução ótima. Se alguns dos a_{0j} são positivos e os demais são nulos, então a solução básica atual corresponde a um dos pontos viáveis para os quais a função objetivo tem valor máximo.

Passo 3 Determinação da variável que entra na base.

A variável escolhida para entrar na base deve satisfazer simultaneamente às seguintes condições:

- a) Ser uma variável não básica
- b) Ter coeficiente de custo a_{0k} negativo na Tabela (A.34)
- c) Ter pelo menos um dos coeficientes a_{ik} ($i = 1, 2, \dots, m$) positivo na Tabela (A.34)

Com base no significado do coeficiente a_{0j} , é razoável escolher a variável x_k cujo coeficiente a_{0k} seja o mais negativo.

Da tabela (A.34), observa-se que:

$$(A.36) \quad a_{i0} + a_{ik} \cdot (-x_k) = x_{n-m+i}$$

Se a condição c é satisfeita para a linha i , ou seja, se a_{ik} é positivo, um aumento na variável x_k implica numa redução no valor da variável x_{n-m+i} . Deve-se ter o cuidado de não aumentar demasiadamente o valor da variável x_k a fim de evitar que as restrições de não negatividade das variáveis sejam violadas.

Se, por outro lado, a condição c não é satisfeita, as variáveis x_{n-m+i} crescem com o aumento de x_k e será sempre possível satisfazer as restrições, qualquer que seja o valor da variável x_k (desde que seja positivo). Neste caso, o valor a_{i0} da função objetivo crescerá indefinidamente com o aumento de x_k . Para o problema formulado no Capítulo 2, tal condição jamais poderia ocorrer, visto que todas as variáveis têm limites superiores. Os limites superiores poderiam ser tratados como restrições adicionais. Porém, para não acrescentar uma restrição a mais para cada variável do problema, foram empregadas algumas alterações nos critérios simplex descritos nesta seção.

Passo 4 Determinação da variável que sai da base.

A variável x_s é determinada pela condição de não negatividade de todas as variáveis.

Foi mostrado no passo 3 que o aumento da variável x_k causa uma redução no valor da variável básica x_{n-m+i} , caso o coeficiente a_{ik} seja positivo. Ou seja,

$$(A.37) \quad x_{n-m+i} = a_{i0} + a_{ik} \cdot (-x_k)$$

Objetivando impedir que qualquer variável básica

torne-se negativa, deve-se ter, para todas as restrições i tais que a_{ik} seja positivo:

$$(A.38) \quad a_{io} + a_{ik} \left(\frac{-x_k}{a_{ik}} \right) \geq 0 \Rightarrow x_k \leq \frac{a_{io}}{a_{ik}}$$

Assim, ao aumentar x_k , as variáveis básicas x_{ii} serão diminuídas, tornando-se nulas para $x_k = \frac{a_{io}}{a_{ik}}$. O valor limite para o aumento da variável x_k é o menor dos quocientes $\frac{a_{io}}{a_{ik}}$, dentre aqueles em que $a_{ik} > 0$. Sairá da base a variável correspondente x_{n-m+i} , que passará a ter valor nulo.

Passo 5 Transformação da Tabela (A.34).

Na matriz $[A]$ da Tabela (A.34), a coluna correspondente à variável x_e é denominada de coluna pivô e a linha correspondente à variável básica x_s , de linha pivô. As regras para a transformação da tabela simplex de uma iteração na tabela simplex da próxima iteração representam operações elementares nas linhas da matriz $[A]$ da tabela (A.34). Essas operações elementares são realizadas de forma que o elemento pivô transformado a'_{sp} seja igual a 1 e todos os demais elementos da coluna pivô assumam valor 0.

		$-x_1$	$-x_2$	$-x_e$	$-x_{n-m}$	$-x_{n-m+1}$	$-x_{n-m+2}$	$-x_s$	$-x_n$	$-f$	
X_{n-m+1}	a'_{10}	a'_{11}	a'_{12}	\dots	0	$a'_{1, n-m}$	1	0	a'_{1s}	0	0
X_{n-m+2}	a'_{20}	a'_{21}	a'_{22}	\dots	0	$a'_{2, n-m}$	0	1	a'_{2s}	0	0
X_s	a'_{s0}	a'_{s1}	a'_{s2}	\dots	1	$a'_{s, n-m}$	0	1	a'_{ss}	0	0
X_n	a'_{n0}	a'_{n1}	a'_{n2}	\dots	0	$a'_{n, n-m}$	0	0	a'_{na}	1	0
f	a'_{00}	a'_{01}	a'_{02}	\dots	0	$a'_{0, n-m}$	0	0	a'_{0s}	0	1

Em seguida, as colunas x_e e x_s da tabela (A.39) são trocadas e, na primeira linha, x_e é substituída por x_s .

Passo 6 Os passos 2 a 5 são repetidos até que a condição de otimalidade seja satisfeita no passo 2.

A.5 DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO VIÁVEL BÁSICA INICIAL

O método simplex foi apresentado na seção anterior partindo da hipótese de se ter uma base viável inicial. Na maioria dos casos, tal solução não está de pronto disponível. Nesta seção, serão apresentados dois métodos para obtê-la e, com ela, inicializar o algoritmo simplex: o método das duas fases e o método do *M grande*.

A.5.1 VARIÁVEIS DE FOLGA E VARIÁVEIS ARTIFICIAIS

Na seção A.2 foi dito que qualquer problema de programação linear pode ser convertido para a forma padrão descrita pelas expressões (A.1) e (A.2). Mais do que isso, o método simplex pode sempre ser inicializado através de uma base muito simples: a matriz identidade.

Seja inicialmente um problema de programação linear em que as restrições são da forma $[A][x] \leq [b]$, $[x] \geq [0]$, onde $[A]$ é uma matriz $m \times n$ e $[b]$ é um vetor não negativo com dimensão m . O problema pode ser posto na forma padrão através da introdução de variáveis de folga adicionais como segue:

$$\begin{aligned}
 & [A][x] + [X_s] = [b] \\
 (A.40) \quad & [x] \geq 0 \\
 & [x_s] \geq 0
 \end{aligned}$$

A nova matriz de restrições $[A, I]$ tem ainda rank m , o vetor básico inicial i^*, J como matriz de coeficientes a identidade de ordem m e o método simplex pode ser aplicado. Note-se que a presença de variáveis de folga na base não quer dizer que a base não é viável. Significa simplesmente que restrições de menor ou igual foram atendidas como inequações puras.

Para o caso em que nem todas as restrições são do tipo menor ou igual, a obtenção de uma base inicial viável não é tão simples. Seja, por exemplo, um problema cujo conjunto de restrições é dado por $[A][x]=[b]$, onde $[A]$ é uma matriz $m \times n$ e $[b]$ é um vetor não negativo de dimensão m . Neste caso, o problema já está na forma padrão. Entretanto, se $[A]$ não contiver uma submatriz identidade de ordem m , não se dispõe de uma base viável inicial. A fim de facilitar a inicialização do processo iterativo simplex, adiciona-se um vetor artificial $[x_a]$ ao sistema, que se torna:

$$\begin{aligned}
 & [A][x] + [x_a] = [b] \\
 (A.41) \quad & [x] \geq 0 \\
 & [x_a] \geq 0
 \end{aligned}$$

Após o acréscimo das variáveis artificiais, o problema modificado tem uma base viável inicial correspondendo à matriz identidade. Porém, diferentemente do que ocorre com o acréscimo de variáveis de folga, uma solução viável básica do novo problema só será também solução viável do problema original se $[x_a] = [0]$, pois para satisfazer aos conjuntos de restrições $[A][x] = [b]$ e $[A][x] + [x_a] = [b]$ simultaneamente, deve-se ter $[x_a] = 0$. Portanto, antes de iniciar a aplicação do método simplex de solução, algum artifício deve

de programação linear formam uma matriz de coeficientes esparsa.

Torres (Torres, G. L., 1991) desenvolveu um algoritmo com base nas formulações apresentadas em (Iba, K. e outros, 1988) para a distribuição de potência reativa de forma a minimizar as perdas de potência ativa no sistema a partir do ajuste dos taps dos transformadores com LTC, tensões terminais dos geradores e das fontes de reativo chaveáveis (bancos de capacitores e/ou resistores), envolvendo o menor custo de investimento em novas fontes de reativo. O algoritmo é o tema de uma dissertação de mestrado realizado no DEESP/UFPE e constitui o ponto de partida para o desenvolvimento do presente trabalho.

A necessidade da aplicação dos algoritmos de distribuição ótima de potência reativa a sistemas de grande porte tem levado muitos pesquisadores à utilização de métodos de decomposição de problemas de programação linear para a solução do problema.

Lebow e outros (Lebow, W. M. e outros, 1985) utilizaram o método de decomposição de Renders em dois níveis: o problema da operação, que é resolvido por um fluxo de carga otimizado, e o problema mestre, o qual considera o investimento em novas fontes de potência reativa.

Granville e outros (Granville, S. e outros, 1989) desenvolveram uma metodologia, também aplicando o método de decomposição de Renders, para definir um plano de investimento mínimo em fontes de reativo que assegure a operação viável do sistema elétrico, tanto em condição normal de funcionamento, quanto sob contingências.

Deeb e Shahidehpour (Deeb, N. e Shahidehpour, S. M., 1989) propuseram uma formulação matemática para a solução do

ser usado para provocar mudanças de base no problema modificado de forma a fazer com que as variáveis artificiais sejam anuladas.

Outro tipo de problema, onde se faz necessário o uso de variáveis artificiais, ocorre quando as restrições são do tipo $[A][x] \leq [b]$, com $[A]$ e $[b]$ conforme definidos para os demais casos. As restrições são modificadas para a forma padrão com o acréscimo de variáveis de folga e, como nenhuma base inicial viável fica evidenciada, são acrescentadas as variáveis artificiais:

$$(A.42) \quad \begin{aligned} [A][x] - [x_f] + [x_a] &= [b] \\ [x] &\geq 0 \\ [x_f] &* 0 \\ [x_a] &* 0 \end{aligned}$$

Novamente, as variáveis artificiais deverão sair da base ou, pelo menos, serem anuladas antes de se iniciar o processo simplex.

Existem vários métodos para eliminar as variáveis artificiais e, com isso, determinar uma solução viável básica do problema original para dar início ao algoritmo simplex. Dois desses métodos foram utilizados no programa DISTVAR, os quais são descritos a seguir.

A.5.2 O MÉTODO DAS DUAS FASES

Este método, como o próprio nome sugere, consiste na solução do problema de programação linear em duas etapas distintas. Na primeira delas, o algoritmo simplex é aplicado

para que as variáveis artificiais sejam anuladas, tendo-se como resultado uma base viável do problema original. A segunda fase compreende a solução do problema original partindo da base viável encontrada na fase I.

Com o objetivo de forçar a anulação das variáveis artificiais na fase I, o seguinte problema é resolvido:

minimizar a função

$$(A.43) \quad g = \mathbf{1}^T \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

sujeita a

$$[A \mid \mathbf{x}] + [x_I = [b \mid$$

$$(A.44) \quad [x_I \geq 0$$

O problema acima jamais tem região viável vazia, já que a solução $[x_j = 0$ e $[x_I = [b]$ é uma solução viável básica.

Além disso, o problema não tem solução ótima ilimitada, pois o valor g não poderia ser negativo sem violar as condições de não negatividade das variáveis artificiais. Assim, a fase I apresenta como resultado os vetores $[x_I$ e $[x_I$ correspondentes à solução ótima do problema modificado.

Deve-se observar que sendo $[x_I \in [0, J]$, qualquer vetor viável do problema original, ou seja, que satisfaça ao conjunto de restrições $[A]x = [b]$, os vetores $[x_I = [x^*]$ e $[x_I = [0, J]$ são uma solução viável do problema modificado para a qual a função objetivo g assume valor nulo. Como $g \in 0$ (para não ferir as condições de não negatividade das variáveis artificiais), então qualquer solução viável do problema original corresponde a uma solução ótima do problema da fase I, na qual $[x_I = [0, J]$. Se a solução ótima obtida para o

problema modificado contiver um vetor $[x \ J \ * \ (01 \ e, \text{ portanto,}$
 $\text{tiver valor ótimo } g \ t \ 0, \text{ conclui-se que o problema original}$
 $\text{não tem solução viável.}$

Devido ao processo simplex, quando as variáveis artificiais vão-se tornando nulas, elas saem da base e outras variáveis (originais ou de folga) entram em seus lugares. No entanto, é possível que, ao final da fase I, nem todas as variáveis artificiais estejam fora da base, embora tenham assumido valor nulo. Neste caso, só se pode prosseguir para a fase II com a base disponível na solução da fase I, caso algum procedimento adicional seja incluído no algoritmo simplex com o intuito de impedir que qualquer variável artificial torne-se positiva, destruindo a viabilidade alcançada. Outra possibilidade é a realização de uma fase intermediária na qual sejam efetuadas mudanças de base com o único objetivo de eliminar as variáveis artificiais básicas nulas depois da fase I. Após a realização dessa fase intermediária, dispõe-se de uma base viável composta somente por variáveis legítimas e a fase II pode ser executada.

A. 5. 3 O MÉTODO DO *M GRANDE*

Durante a fase I do método das duas fases, as variáveis artificiais são anuladas, possibilitando a obtenção de uma base viável para inicializar o processo simplex. Porém, os coeficientes da função objetivo original não influenciam na determinação dessa base viável inicial, de forma que o método simplex pode ser inicializado por uma solução distante da ótima.

Outra forma de eliminar as variáveis artificiais

consiste em atribuir-lhes coeficientes de custo na função objetivo original que tornem a sua presença na base muito pouco atrativa do ponto de vista da função objetivo.

Assim, o problema original é posto na forma padrão pelo uso de variáveis artificiais e sua função objetivo é modificada para que se pague um alto preço por ter variáveis artificiais não nulas na solução. O problema torna-se :

maximizar a função

$$(A.45) \quad f = [C]^T [x] - M [1 \ 1 \ \dots \ 1] [x]_a$$

sujeita a

$$(A.46) \quad \begin{aligned} [A][x] + [x]_a &= [b] \\ [x] &\geq 0 \\ [x]_a &\geq 0 \end{aligned}$$

Na tentativa de obter a solução ótima, o próprio método simplex se encarrega de tirar as variáveis artificiais da base, sem perder de vista o intuito de maximizar a função objetivo original. Após a saída das variáveis artificiais da base, tem-se, provavelmente, uma base não muito distante da solução ótima e o algoritmo simplex pode prosseguir sem que seja necessário retomar o problema original.

Sejam P o problema original e P(M) o problema modificado a ser resolvido pelo método do *M* grande.

$$(A.47) \quad \begin{aligned} \text{Problema P :} \quad & \text{maximizar a função } [C]^T [x] \\ & \text{sujeita a } [A][x] = [b] \\ & [X] \geq 0 \end{aligned}$$

$$(A.48) \quad \text{Problema P(M) : maximizar } [C]^T [x] - M [1 \ 1 \ \dots \ 1] [x]$$

$$\begin{aligned} \text{sujeita a } & [A][x] + [x]_a = [b] \\ & [x] \geq 0 \\ & [x]_a \leq 0 \end{aligned}$$

O problema $P(M)$ tem solução viável (por exemplo, $[x]=[0]$ e $[x]_a=[b]$) e, portanto, somente uma das possibilidades seguintes pode ocorrer:

a) O algoritmo simplex fornece uma solução ótima para $P(M)$

Sejam $[x_1] = [x^*]$ e $[x]_a = [0]$ os vetores correspondentes à solução ótima obtida para $P(M)$ e seja $[x] = [x^*]$ uma solução viável qualquer do problema P . A solução $[x] = [x^*]$ e $[x]_a = [0]$ é viável para o problema $P(M)$.

O valor da função objetivo do problema $P(M)$ para a solução ótima é obviamente não inferior à solução $[x] = [x^*]$ e $[x]_a = [0]$. Ou seja, $[C]^T[x^*] \geq [C]^T[x]_1$ e $[x^*]$ é a solução ótima do problema P .

Por outro lado, se M for suficientemente grande e a solução ótima do problema $P(M)$ for $[x_1] = [x^*]$ e $[x]_a = [x^*]$, com $[x^*] \geq [0]$, pode ser demonstrado que o problema original P não possui solução viável.

b) O problema $P(M)$ tem valor ótimo ilimitado

Este caso não é de grande interesse aqui pois, conforme foi mencionado, o problema de programação linear formulado no Capítulo 2 jamais poderá ter solução ótima ilimitada.

Pode-se mostrar que, se na iteração simplex em que for estabelecido que o problema $P(M)$ tem solução ilimitada, as variáveis artificiais forem todas nulas, então o problema

original P também tem valor ótimo ilimitado. Caso contrário, o problema original tem região viável vazia.

A.6 MÉTODO SIMPLEX REVISADO

O método simplex revisado foi desenvolvido com o objetivo de estabelecer um procedimento sistemático para implementar os passos do algoritmo simplex sem ter que calcular e armazenar todos os elementos da tabela simplex (A.34).

Seja um problema de programação linear escrito conforme as equações (A.29) e (A.30) repetidas por conveniência:

$$(A.49) \quad \text{maximizar } f = \sum_{N} C_N x_N + \sum_{B} C_B x_B$$

$$(A.50) \quad \text{sujeita a } \sum_{N} A_{Nj} x_N + \sum_{B} B_{Bj} x_B = b_j$$

Partindo da hipótese de que se conhece uma base inicial viável $[B]$ pode-se determinar $[B]^{-1}$, $[W] = [C]^{-1}[B]^{-1}$ e $[b] = [B]^{-1}b$.

A verificação de otimalidade (passo 2 do algoritmo simplex) pode então ser realizada pela determinação de cada um dos elementos a_{kj} do vetor $(-W_N[NI - [C]^{-1}])$. Porém, ao contrário do que ocorre no método simplex, apenas o menor elemento é armazenado. Seja x_k a variável correspondente a este elemento. Se a_{kj} for não negativo, a solução viável básica atual é ótima. Caso contrário, tem-se $x_k = x_k$, ou seja, a variável x_k é escolhida para entrar na base e a coluna correspondente à variável x_k na tabela simplex (A.34) precisa ser determinada. Para tanto, basta pré-multiplicar a

coluna $[N+1]$ da matriz $[N]$ correspondente à variável x por $[B]^{-1}$. As colunas correspondentes às demais variáveis não básicas não precisam ser calculadas e armazenadas.

A determinação da variável que deve sair da base é realizada exatamente conforme descrito no passo 4 do algoritmo simplex. Será escolhida a variável básica correspondente à linha para a qual a relação a_{ik}/a_{io} seja mínima, dentre aquelas que tiverem $a_{ik} > 0$. Os elementos a_{ik} correspondem aos calculados no vetor f enquanto que os a_{io} são determinados por $[B]^{-1}[N]$.

Definindo-se as variáveis x_p e x_q , a base viável pode ser atualizada e o processo repetido até que a condição de otimalidade ou de não viabilidade do problema seja alcançada (já que o problema definido não admite a hipótese de solução ótima ilimitada).

A.6.1 MÉTODO SIMPLEX X MÉTODO SIMPLEX REVISADO

A tabela simplex pode ser representada em função das matrizes $[B]$, $[N]$, $[C]$ e b como segue:

(A.51)

		$-x_N$	$-x_B$	$-f$
x_B	$B^{-1}b$	$B^{-1}N$	I	0
f	$C_B B^{-1}b$	$C_B B^{-1}N - C_N$	0	1

(m+1) x (n+1)

Conforme pode ser visto na seção anterior, as únicas informações que se precisa armazenar a cada iteração, a fim de executar os passos do algoritmo simplex revisado, são as

matrizes contidas nas tabelas abaixo:

(A.52)

B^{-1}	b
$C^{-1}B^{-1}$	\bar{c}

$(m+1) \times (m+1)$

$$B^{-1}N$$

$$C^{-1}B^{-1}N^{-1} - C^{-1}k$$

$(m+1) \times 1$

Uma vez que, com a introdução das variáveis artificiais e de folga, n é bem maior do que m , a aplicação do método simplex revisado representa uma boa economia de memória computacional.

O número de operações de multiplicação (considerando divisão como multiplicação) e de adição (considerando subtração como adição) por iteração simplex e simplex revisado são mostrados na tabela abaixo.

Método	Operação	Número de Operações
Simplex	multiplicação	$m(n-m)+n+1$
	adição	$m(n-m+1)$
Simplex Revisado	multiplicação	$m(n-m) + (m+1)^2$
	adição	$m(n+1)$

Vê-se que o número de operações por iteração simplex é menor do que o necessário por iteração do método simplex revisado.

Cada mudança de base no método simplex é realizada por meio de uma operação de pivoteamento. Com isso, mesmo se as matrizes iniciais $[B]$ e $[N]$ forem esparsas, após algumas trocas de base, essa esparsidade deve diminuir significativamente.

A utilização do algoritmo simplex revisado permite que a

inversa da base $[B]$ não precise ser calculada, sendo empregada em seu lugar, no cálculo dos demais elementos da Tabela (A.52), a tabela de fatores da decomposição LDU da base. Com isso, nos problemas em que as matrizes $[B]$ e $[N]$ forem esparsas devido ao fato de que a tabela LDU mantém as características de esparsidade da base (o que geralmente não acontece com a inversa), a economia de memória resultante da aplicação do método do simplex revisado é ainda maior e o número de operações realizadas por iteração do método simplex revisado pode experimentar uma redução significativa.

Com base no exposto nesta seção e tendo em vista as características de esparsidade do problema formulado no Capítulo 2 para a distribuição ótima de reativos, foi escolhido o método simplex revisado para utilização no programa DISTVAR.

A.7 ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

Pelo que se pôde observar no Capítulo 2, tanto o número de restrições quanto o número de variáveis do problema formulado para alocação ótima de reativos crescem linearmente com o número de barras do sistema elétrico analisado. Problemas de programação linear com grandes dimensões podem ser convertidos em um ou mais problemas menores interligados, os quais podem ser resolvidos mais facilmente.

Há problemas de programação linear que possuem uma estrutura especial que facilita a sua decomposição em diversos problemas menores, de forma que a solução do problema global pode ser obtida das soluções dos problemas parciais. O algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe foi

desenvolvido com o objetivo de resolver problemas de programação linear com grandes números de restrições e variáveis e/ou que possuam essa estrutura especial (Bazaraa, M. S. e outros, 1990).

Problemas com a referida estrutura especial, geralmente denominada de estrutura tipo *block angular* ou *block diagonal*, nada mais são do que problemas em que as variáveis podem ser separadas em grupos e em boa parte das restrições não aparecem variáveis de grupos distintos. As poucas restrições que envolvem variáveis de grupos diferentes são chamadas de restrições de acoplamento, enquanto as demais são denominadas de restrições livres ou desacopladas.

A.7.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA EXTREMO

Seja o problema com estrutura tipo *block angular* abaixo maximizar a função objetivo

$$(A.54) \quad f = [C_1][x_1] + [C_2][x_2] + \dots + [C_n][x_n]$$

sujeita às restrições

$$(A.55) \quad [A_1][x_1] + [A_2][x_2] + \dots + [A_n][x_n] = [b_j]$$

$$[S_j]f x_j \quad f [b_j]$$

$$[S_i][x_i] \quad * [b_i]$$

$$[S_n][x_n] < [b_I]$$

$$[x_j] * [0]$$

$$[x_2] [0]$$

$$[x] * [0]$$

despacho econômico como um problema de programação linear adequado para ser resolvido pelo método de decomposição do Dantzig-Wolfe. O problema de otimização é decomposto em subproblemas correspondentes às subáreas do Sistema de Potência, definidas pelos centros de controle.

1.2 MOTIVAÇÃO PARA PESQUISA

O algoritmo desenvolvido no DEESP/UFPE por Torres (Torres, G., 1991) para a distribuição de potência reativa, apesar de ter-se mostrado bastante eficiente nos exemplos rodados, apresenta um inconveniente que limita sua aplicação a Sistemas de Potência de pequeno porte. Esta limitação está relacionada com as subrotinas de programação linear utilizadas, nas quais a inversa da matriz base do problema é calculada e armazenada explicitamente.

Conforme será observado nos capítulos seguintes, com a formulação adotada, as matrizes de coeficientes das restrições do problema de programação linear para distribuição ótima de reativos têm as mesmas características de esparsidade da matriz jacobiana de fluxo de carga do sistema. Além deste fato, será demonstrado que, para os Sistemas de Potência de grande porte, tal formulação adquire características que podem ser eficientemente exploradas pelo uso de técnicas de decomposição de problemas de programação linear.

Este trabalho apresenta um algoritmo para a distribuição de potência reativa em redes elétricas de grande porte, formulando o problema como de programação linear e resolvendo-o pelo algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe.

Seja X o poliedro convexo limitado de soluções correspondente ao i -ésimo conjunto de restrições desacopladas

$$(A.56) \quad X_i = \{ [x]_i \mid [S.Hx]_i \leq [b]_i, [x]_i \geq [0] \}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Sejam $[X]_{i1}, [X]_{i2}, \dots, [X]_{ii}$ os i pontos extremos do poliedro convexo X_i . Qualquer ponto $[x]_i$ viável com relação ao i -ésimo conjunto de restrições desacopladas, e portanto pertencente a X_i , pode ser escrito como uma combinação convexa dos pontos extremos do poliedro. Assim, pode-se escrever:

t.

$$(A.57) \quad [x]_i = \sum_{j=1}^i t_j [X]_{ij}$$

t

$$(A.58) \quad \sum_{j=1}^i t_j = 1$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, t_i$$

O problema (A.55) pode ser reescrito expressando os vetores $[x]_j$, em função dos pontos extremos de cada um dos poliedros convexos que representam as restrições desacopladas.

Maximizar a função objetivo

t

$$(A.59) \quad f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{t_i} c_{ij} x_{ij}$$

sujeita ao conjunto de restrições

t

$$(A.60) \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{t_i} [A.]_{ij} x_{ij} = [b]$$

t

$$(A.61) \quad \sum_{j=1}^{t_i} x_{ij} = 1, \quad x_{ij} \geq 0, \text{ com } i = 1, \dots, n \text{ e } j = 1, \dots, t_i$$

O problema formulado em (A.59), (A.60) e (A.61) é denominado de problema extremo. Deve-se notar que, como ele foi definido a partir de (A.55) e (A.56) apenas fazendo uma mudança de variáveis de decisão, sua solução ótima leva a função objetivo ao mesmo valor que seria obtido pela solução direta do problema original. O número de restrições do novo problema é igual ao número m de restrições de acoplamento mais o número de subproblemas. Para a maioria dos problemas práticos, onde o número de restrições de acoplamento é pequeno comparado com o número de restrições desacopladas, tem-se então uma grande redução do número de restrições.

Entretanto, para que se possa escrever o problema extremo completo, é necessário determinar os pontos extremos das regiões viáveis de todos os conjuntos de restrições desacopladas. Felizmente, o algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe permite que a solução do problema extremo seja obtida sem ter que enumerar todos os pontos extremos citados. Caso contrário, as dificuldades envolvidas na determinação de tais pontos extremos e no armazenamento do problema completo seriam suficientes para inviabilizar a aplicação do método.

A. 7. 2 ALGORITMO DE SOLUÇÃO

O processo de solução será desenvolvido considerando que se dispõe de uma base inicial viável do problema extremo. A obtenção dessa base pode sempre ser conseguida pela introdução de variáveis de folga e/ou artificiais ao problema. O método das duas fases ou método *M grande* pode, então, ser utilizado para tirar as variáveis artificiais da base.

A seguir, cada passo do método simplex revisado de solução será aplicado ao problema modificado partindo de uma base viável qualquer. Deve-se ter em mente que as colunas correspondentes às variáveis não básicas, bem como os coeficientes das mesmas na função objetivo, não estão disponíveis, uma vez que são determinadas fazendo-se uso dos pontos extremos dos poliedros convexos que representam as restrições desacopladas.

Seja $[X]$

$$\begin{array}{|c|} \hline \lambda_{1N} \\ \lambda_{2N} \\ \vdots \\ \lambda_{nN} \\ \hline \lambda_{1B} \\ \lambda_{2B} \\ \vdots \\ \lambda_{nB} \\ \hline \end{array}$$

onde $[X_{iN}]$ e $[X_{iB}]$ são os vetores de decisão não básicos e básicos correspondentes aos vértices do i -ésimo poliedro convexo. Separando as variáveis básicas e não básicas do problema, o mesmo pode ser reescrito utilizando notação matricial como segue:

maximizar a função objetivo

$$(A.62) \quad f = [C_1] [X_{1N}] [1] + \dots + [C_n] [X_{nN}] [X_{nN}] + \\ [C_1] [X_{1B}] [X_{1B}] + \dots + [C_n] [X_{nB}] [X_{nB}]$$

sujeita ao conjunto de restrições

(A.63)

$A_{1 \dots 1} \cdot X_{1 \dots N}$. . .	$A_{n \dots n} \cdot X_{n \dots N}$
1 . . . 1		0 . . . 0
0 . . . 0		1 . . . 1

 \times

$X_{1 \dots N}$
•
•
$X_{n \dots N}$

$A_{1 \dots 1} \cdot X_{1 \dots B}$		$A_{n \dots n} \cdot X_{n \dots B}$
1 . . 1		0 . . . 0
0 . . 0		1 . . . 1

 \times

$X_{1 \dots B}$
$X_{n \dots B}$

b
1
1

onde $[X_{iN}^1]$ e $[X_{iB}^1]$ são matrizes contendo os pontos extremos $[X^J]$ do i -ésimo conjunto de restrições desacopladas associados às variáveis $[X_{iN}^J]$ e $[X_{iB}^1]$, respectivamente.

O problema extremo acima tem estrutura idêntica à definida pelas expressões (A.49) e (A.50), conforme mostrado abaixo.

Maximizar a função objetivo

(A.64) $f = [C]_{1 \dots N} \times [X]_{1 \dots N} + [C]_{1 \dots B} \times [X]_{1 \dots B}$

sujeita ao conjunto de restrições

(A.65) $[N] \times [X]_{1 \dots N} + [B] \times [X]_{1 \dots B} = [b]_{1 \dots I}$

Pré-multiplicando (A.65) por $[B]^{-1}$, tem-se:

$$A.66) \quad [B]^{-1}[N][X]_{1N} + [X]_{1B} = [B]^{-1}[b']$$

$$(A.67) \quad [X]_{1B} = [B]^{-1}[b'] - [B]^{-1}[N][X]_{1N}$$

Substituindo (A.67) em (A.64):

$$(A.68) \quad f = [C]_{1H}^T [X]_{1J} + [C]_{1H}^T \{ [B]^{-1}[b'] - [B]^{-1}[N][X]_{1N} \}$$

$$\bullet < tC_{1N}^T - [C]_{1H}^T [B]^{-1}[N] \} [X]_{1N} + [C]_{1D}^T [B]^{-1}[b']$$

$$= - \{ [C]_{1H}^T [B]^{-1}[N] - [C]_{1N}^* \} [X]_{1N} + [C]_{1B}^T [B]^{-1}[b']$$

A escolha da variável a entrar na base pelo método simplex revisado, caso as matrizes $[X]_{1N}$ fossem conhecidas, seria, então, realizada através da determinação do elemento mais negativo do vetor $\{ [C]_{1H}^T [B]^{-1}[N] - [C]_{1N}^* \}$.

O vetor $\{ [C]_{1H}^T [B]^{-1}[N] - [C]_{1N}^* \}$ pode ser particionado de forma a evidenciar os elementos correspondentes a cada grupo de variáveis. Para o *i*-ésimo grupo, tem-se:

$$(A.69) \quad [C]_{1B}^T [B]^{-1}[N]_{1i} - [C]_{1N}^* =$$

$$[C]_{1B}^T [B]^{-1} \times \begin{array}{|c|} \hline A_i \quad X_{1N} \\ \hline 0 \dots 0 \\ \hline 1 \dots 1 \\ \hline 0 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

$$- \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline w & a_i & \dots & a_n \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline A & X & & \\ & i & & 1N \\ \hline 0 & \dots & & 0 \\ \hline 1 & \dots & & 1 \\ \hline 0 & \dots & & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$= ([W][A] - [C.]^i) \cdot [X_i I - cr_i]$$

Portanto, a determinação do elemento mais negativo do vetor $\{ [C.]^i [B]^{-1} [N] - [C.]^i \}$ corresponde à determinação do ponto extremo do poliedro convexo associado ao i -ésimo conjunto de restrições para o qual a função

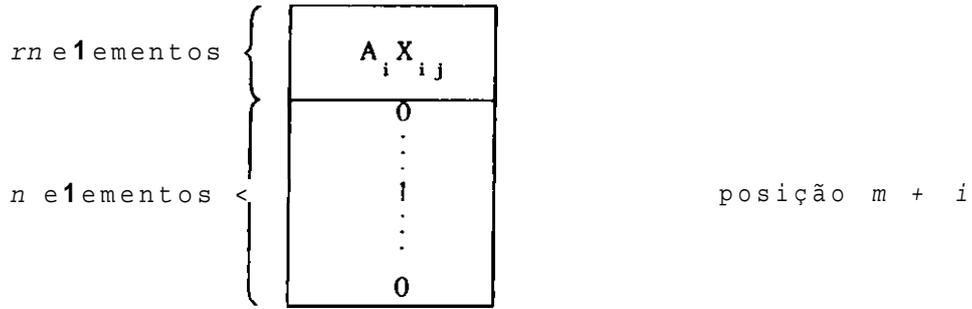
$$(A.70) \quad g = \{ [W][A.] - [C.]^i \} [X_i I - cr_i]$$

assume o valor mínimo.

A escolha da variável que entra na base do problema extremo é realizada resolvendo n subproblemas de programação linear com funções objetivo expressas por (A.70) e obedecendo ao conjunto de restrições desacopladas correspondente.

Caso os valores ótimos de todos os subproblemas sejam não negativos, a presente solução viável é ótima.

O próximo passo do algoritmo é a escolha da variável que deve sair da base. Para tanto, faz-se necessário calcular a coluna da matriz $[N]$ que entra na base. Sendo $[X_{>j}]$ o vértice ótimo do subproblema i a que a variável escolhida para entrar na base pertence, tal coluna da matriz $[N]$, como pode ser visto em (A.62), é dada por:



Assim como no algoritmo simplex revisado, deve ser escolhida para sair da base a variável correspondente à linha do problema extremo cuja relação a_{ik} / a_{iu} seja mínima, dentre aquelas que tiverem a_{ik} positivo. Aqui, os elementos a_{ik} são os da coluna que entra na base, atualizados pela pré-multiplicação por $[B]^{-1}$ e os elementos a_{iu} são os do vetor independente atualizado $[B]^{-1} [b]_j$.

Definidas as variáveis que entram e saem da base, efetua-se a troca de base e o processo é repetido até se estabelecer a condição de otimalidade ou de não viabilidade. Novamente, a possibilidade de valor ótimo ilimitado está descartada, devido à existência de limites superiores sobre todas as variáveis originais.

APÊNDICE B

MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

B.1 INTRODUÇÃO

A análise de um sistema elétrico através do programa DISTVAR é simples e divide-se basicamente em duas etapas : composição do arquivo de dados e fornecimento de dados via teclado, solicitados pelo programa em sua fase preliminar de execução.

Uma vez informados todos os dados, a interferência do usuário torna-se necessária apenas na fase final que compreende a etapa de discretização dos valores de potência reativa alocados, onde a tomada de decisões é exclusiva do usuário, com base na sua experiência de planejamento e na análise dos indicadores fornecidos pelo programa. Esses indicadores foram apresentados no exemplo numérico do Capítulo 4.

B.2 COMPÔSIÇÃO DO ARQUIVO DE DADOS

A composição do arquivo de dados é a mais simples possível. Os dados de planejamento são informados juntamente com os dados usuais do fluxo de carga, após o cartão de controle número 11 de execução do fluxo, e dividem-se basicamente nos oito conjuntos de dados indicados abaixo. Vale lembrar que as indicações L-1, L-2, etc., referem-se à ordem que elas aparecem após o cartão 11 dos dados de fluxo de carga, e não em relação ao início do arquivo.

COI.DNA

LINHA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
		1	1																													
L-1	N					V/G>kMA									VM	(r																
L-2	SUB	s	LJB	s	LJB	SUB	s	LJB	s	LJB	SUB	s	LJB	s	LJB	SUB	s	LJB	s	LJB	SUB	s	LJB	s	LJB	s	LJB	SUB	s	LJB	s	LJB
L-3	NCB			IFI				IPL		IM				ICM		ICP				ITM		NRM				NRE						
L-4																																
L-5																																
L-6	N	(
L-7																																
L-8																																

CONTINUAÇÃO... (COLUNAS 31 A 60)

	1	5	3	4	5	6	7	8	9	ü	1	2	.1	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	1	ô	9	ô		
L-1																																
L-2	S	I	B	S	T	B	S	T	B	S	I	B	S	T	B	S	I	B	S	T	B	S	I	B								
L-3																																
L-4	(M N				Q MAX 1																											
L-5	QSTEP				F(:G		I A ; E (
L-6	1	1	1																													
L-7	1	1	1																													
L-8																																

As variáveis indicadas nos cartões acima têm os seguintes significados :

LINHA 1 :

- NS - Número de áreas ou centros de controle do Sistema de Potência.
- VGAMA - Critério de convergência para verificação da otimalidade do problema extremo - formato F8.7.
- VMGR - Valor do M grande utilizado na solução dos subproblemas de programação linear - formato F8.1.

LINHA 2 :

- SUB - Vetor que contém a área a que cada barra pertence. Devem ser utilizados tantos cartões quantos forem necessários, cada um podendo informar as áreas de até 25 barras, utilizando as colunas 1 a 50.

Assim como em (Deeb, N. e Shahidehpour, S. M., 1989), o Sistema de Potência é dividido em subáreas definidas pelos centros de controle e, a cada uma das subáreas, é associado um subproblema. As restrições de acoplamento correspondem às equações das barras terminais das linhas que interligam as subáreas. A formulação matemática utilizada é a mesma descrita em Torres (Torres, G. L., 1991).

Um dos passos de cada iteração do algoritmo de solução de problemas de programação linear pelo método de Dantzig-Wolfe corresponde à solução de cada subproblema pelo método simplex ou simplex revisado. Nestes métodos, uma grande quantidade de memória é consumida no armazenamento da inversa da matriz de coeficientes das variáveis básicas das equações de restrição. O armazenamento dessa matriz inversa é computacionalmente pouco eficiente, podendo ser impraticável, dependendo das dimensões do problema. Além disso, a determinação de uma matriz inversa de grandes dimensões pode levar à acumulação de grandes erros de arredondamento.

Com o intuito de possibilitar a redução dos erros de arredondamento, bem como para permitir a solução de problemas de maiores dimensões em microcomputadores, foi desenvolvido um algoritmo que aproveita as características de esparsidade das matrizes de coeficientes de restrição através do uso de técnicas de armazenamento compacto, ordenação dos pivoteamentos e de decomposição em fatores LDU (Lower, Diagonal, Upper), bem como do aproveitamento da esparsidade do vetor independente e da eventual necessidade de determinação de apenas alguns elementos do vetor solução, através do uso de técnicas de vetores esparsos.

As variáveis utilizadas para o controle da potência reativa são os taps dos transformadores com LTC, as tensões terminais dos geradores e as fontes de reativo chaveáveis. As restrições compreendem os limites máximos e mínimos impostos

LINHA 3 :

- NCB - Número barras indicadas para alocação de bancos de capacitores.
NCB = 0 -> as barras candidatas serão indicadas no vídeo
NCB = N -> N barras serão indicadas a partir da LINHA 6.
- IFI - IFI = 1 -• imprime solução do fluxo de carga inicial.
IFI * 1 -* não imprime solução do fluxo de carga inicial
- IPL - IPL = 1 -* imprime solução do fluxo de carga do primeiro ponto de linearização das equações (utilizado na análise de soluções inviáveis).
IPL * 1 -> não imprime a solução do fluxo de carga do primeiro ponto de linearização.
- ICP - ICP = N -> restringe a região de linearização a partir da iteração N.
- ITM - Número máximo de iterações fluxo/simplex.
- NRE - NRE = 1 -> imprime relatório de dados econômicos a cada iteração.
NRE = 2 -> imprime relatório de dados econômicos apenas nas iterações sem violação de limites sobre as variáveis.

LINHA 4 :

- TMIN - **Angulo** mínimo de tensão nodal. Se deixado em branco será assumido o valor de -30° - formato F5.1.
- VLMIN - Tensão mínima em barras de carga - formato F5.3.
- VLMAX - Tensão máxima em barras de carga - formato F5.3.
- VlMIN - Tensão mínima da barra de referência - formato F5.3.
- VlMAX - Tensão máxima da barra de referência - formato F5.3.
- QMIN1 - Absorção máxima de reativo pela barra de referência

- formato F6.2 (MVar) .
QMAX1 - Geração máxima de reativo pela barra de referência -
formato F6.2 (MVar).

LINHA 5 :

VL - Tensão máxima (kV) para cálculo dos coeficientes de sensibilidade utilizados na escolha das barras candidatas à alocação de bancos de capacitores formato F5.1 .
VMIN - Valor de tensão mínima (pu) utilizado no cálculo dos índices de sensibilidade - formato F5.3.
DELT - Critério de convergência do valor da perda (MW) formato F5.3.
VSTEP - Delta de tensão utilizado na restrição da região de linearização - formato F5.3.
TSTEP - Delta de tape utilizado na restrição da região de linearização - formato F5.3.
QSTEP - Delta de potência reativa (MVar) utilizado na restrição da região de linearização - formato F6.2.
FC - Fator de carga - formato F5.3.
CG - Custo de geração (\$/MW) - formato F8.3.
BASEC - Base de custo - formato F7.0.

LINHA 6 :

NC - Número de padrões de bancos de capacitores (máx = 4) .
BC1 - Potência reativa do banco de capacitor padrão 1 formato F6.2.
BC2,BC3 e BC4 - similar BC1.

LINHA 7 :

CB1 - Custo unitário de investimento anual da potência reativa (\$/MVar.ano) do banco de capacitor padrão 1

(BC1) - formato F8.3.
CB2, CB3 e CB4 - similar CB1.

LINHA 8 :

NBCI - Número da barra indicada para alocação de bancos de capacitores.
QCM - Potência reativa (MVar) máxima (existente + nova) que pode ser alocada na barra NBCI - formato F6.2.
CR - Custo unitário de investimento anual da potência reativa (\$/MVar.ano) de bancos novos na barra NBCI - formato F10.3.

B.3 ENTRADA DE DADOS VIA TECLADO

Uma vez composto o arquivo de dados, pode-se executar o programa. O primeiro conjunto de informações que o usuário deve fornecer, via teclado, é : arquivo de dados, arquivo de saída, data e hora. Para que os dados sejam emitidos diretamente para a impressora, o arquivo de saída deverá ser PRN.

A segunda fase corresponde à especificação dos limites mínimo e máximo das tensões em barras de geração, considerando que essas barras podem ter limites diferentes, e alteração dos limites de tensões em algumas barras de carga, caso necessário. A Figura B.1 ilustra essa etapa.

Caso as barras indicadas para alocação de potência reativa tenham sido fornecidas no arquivo de dados, o programa inicia o processo iterativo. Do contrário, são calculados os índices de sensibilidade para que o usuário,

com base nesses índices e na sua experiência de planejamento de sistemas, indique em quais barras poderão ser alocados bancos de capacitores.

Universidade Federal de Pernambuco
 Programa DISTVAR
 (C) Direitos de copia : Neves,F.A.S. - DEESP - UFPB - CAPES

DISTVAR

Limites de TENSÃO em barras de GERAÇÃO				
BARRA	NOME	V (pu)	VGmin	VGmax
2	IEEE-6 2	1 100	.95	1.05

Fig. B.1

Tensões máxima e mínima em barras de geração

A Figura B.2 ilustra o conjunto de informações que é apresentado ao usuário nesse processo. As barras são exibidas na ordem decrescente dos índices de sensibilidade calculados. Teclando <ENTER>, a barra cujos dados estão sendo exibidos é confirmada como barra candidata. Digitando-se N <ENTER> (Não), a barra não será indicada, e serão exibidos os dados da barra com o índice de sensibilidade seguinte na ordem de apresentação, e todo o processo descrito se repete. Digitando-se F <ENTER> (Fim) finaliza-se o processo de

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA RELATIVA EM REDES ELÉTRICAS
 UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

exibição dos dados de barra segundo a ordem decrescente dos índices de sensibilidade.

Universidade Federal de Pernambuco
 Programa DISTVAR
 (C) Direitos de copia : Neves,F.A.3. - DEE3P - UFPE - CAPES

CHOOSE

Barras para alocação dos bancos de CAPACITORES						
BARRA	NOME	Vnom.	MVar-E	CINDEX	<OK>,N,F	HBC
8	BARRA 8	13	13.8	2.40	2.484	1

Fig. B.2

Escolha das barras candidatas

O usuário tem a opção de escolher diretamente as barras, indicando o número da barra, conforme ilustra a Figura B.3. Quando o usuário informa o número da barra, o programa verifica se essa barra pode ser indicada, ou seja, se essa barra é de carga, e apresenta os dados da barra para que o usuário confirme a indicação teclando <ENTER>. Cada vez que uma barra é escolhida, a variável NCB no lado direito da janela interna de apresentação dos dados, ilustrada nas Figuras B.2 e B.3, é atualizada indicando o número de barras escolhidas para alocação de bancos de capacitores.

Universidade Federal de Pernambuco
Programa DISTVAR
(C) Direitos de copia : Neves,F.A.S. - DEESP - UFPE - CAPES

CHOOSE

Barras para alocação dos bancos de CAPACITORFS

BARRA	NOME	Vnom.	MVAr-E	CINDEX	<OK>,U	MEC
-------	------	-------	--------	--------	--------	-----

3

Especificar outra barra ? S/<CR>

Fig. B.3

Escolha direta das barras candidatas

Uma vez escolhidas as barras para alocação dos bancos de capacitores, essas barras são ordenadas pelo programa em ordem crescente de seus números internos e apresentadas uma a uma para que sejam especificados os limites máximos de potência reativa e os custos unitários de investimento anual (\$/MVAr.ano) da potência reativa nessas barras. A Figura B.4 ilustra essa etapa. No caso de não ser permitida a expansão da potência reativa instalada numa barra qualquer, o valor máximo de potência reativa a ser indicado para essa barra deverá ser igual ao valor existente informado.

Finalizada a etapa de composição dos dados necessários, o programa inicia o processo iterativo, informando no vídeo a cada iteração um resumo do processo, conforme indicado na

Figura B.5.

Universidade Federal de Pernambuco
 Programa DISTVAR
 (C) Direitos de copia : Neves,F.A.S. - DEESP - UFPE - CAPE3

CHOOSE

Definição de CUSTOS e limites da POTENCIA REATIVA

BARRA	NOME	Vnom.	MVar-E	MVar-M	C-(\$/MVar)
10	BARRA 10	13	13.8	1.20	6. 9310.

Fig. B.4

Limite máximo e custo da potencia reativa

obtida a convergência do processo iterativo, dá-se início à etapa de discretização dos valores de potência reativa alocada nas barras indicadas. No processo de discretização, o usuário define as potências dos bancos de capacitores a serem instalados em cada barra candidata com base na sua experiência de planejamento e nos seguintes dados que o programa exhibe na tela, para cada barra candidata:

Dados da barra candidata: número, nome, tensão final (obtida no fluxo de carga correspondente à solução ótima de programação linear), potência reativa existente, potência reativa máxima (existente + nova), valor ótimo contínuo de

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉRICAS
 UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

Universidade Federal de Pernambuco
 Programa DISTVAR
 (C) Direitos de copia : Neves,F.A.3. - DEE3P - UFPE - CAPES

SEEKXN

ITERAÇÃO	PERDAS (HW)	DIFERENÇA	CUSTO PLANO	TEMPO
2	3.58395300	*••»••••*••••	73.21199	17:16:52:45

Fig. B.5

Informações do processo iterativo de solução

potência reativa alocada.

. Bancos padrão: potências padrão adotadas para os bancos de capacitores.

Número de unidades: número de unidades de banco padrão necessárias para perfazer a potência reativa ótima alocada.

. Custo: custo contínuo correspondente ao número de unidades padrão , considerando que a alocação de potência reativa existente teria custo nulo.

. Resíduo + : excesso de potência reativa alocada em relação ao valor ótimo ao se utilizar um número de bancos padrão imediatamente superior ao número de unidades contínuas.

. Resíduo - : déficit de potência reativa em relação ao valor ótimo ao se utilizar um número de bancos padrão

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉRICAS
 UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

imediatamente inferior ao número de unidades contínuas.

Analisados os dados apresentados, o usuário deve informar o tipo de banco padrão a ser empregado, a quantidade de bancos existentes a serem efetivamente utilizados e a quantidade de bancos padrão a serem adicionados. A Figura B.6 ilustra o processo.

Após a discretização da potência reativa a ser alocada em cada barra candidata, o programa verifica se alguma barra permanece com tensão fora da faixa especificada, informando ao usuário, em caso afirmativo, o número dessa(s) barra(s) e seu(s) valor(es) de tensão. Em qualquer caso, permite-se a repetição do processo de discretização.

Universidade Federal de Pernambuco
Programa DISTVAR
(C) Direitos de copia : Neves, F.A.3. - DEESP - UFPE - CAPES

DISCRT

ITERAÇÃO	PERDAS (MW)	DIFERENÇA	CUSTO PLANO	TEMPO
3	3.58303200	-.00092101	73.32872	17:16:52:45

DISCRETIZACAO DOS BANCOS DE CAPACITORES ALOCADOS								
BARRA	NOME	V(pu)	MVar	EXIS	MVar	MAXI	MVar	ALOC
10	BARRA	10	13	984	1.20	6.00	6.00	
BANCO	MVar	1.20	2	40				TIPO ?
No.	UNID.	5.00	2	50				NEXI ?
RESÍDUO	+	on	1	?o				NNEW ?
RESÍDUO	-	-1.20	-1	?n				

TEMPO DE EXECUÇÃO (s) ----> 7.42

Fig. B.6

Discretização da potência reativa alocada

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALSAÇ, O. & STOTT, B. & TINNEY, W. F. (1983), Sparsity-Oriented Compensation Methods for Modified Network Solutions. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-102, No. 5, May, pp. 1050-1060.
- BAZARAA, M. S. & JARVIS, J. J. & SHERALI, H.D. (1990), Linear Programming and Network Flows. 2nd ed., Jonh Wiley & Sons, Inc.
- CHAN, S. M. & BRANDWAJN, V. (1986), Partial Matrix Refactorization. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-1, No. 1, February, pp. 193-200.
- DEEB, N. & SHAHIDEHPOUR, S. M. (1990), Linear Reactive Power Optimization in a Large Power Network Using the Decomposition Approach. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 2, May, pp. 428-438.
- ELETRORBRAS (1986), GCPS/CTST/GTCP, Critérios e Procedimentos para Planejamento de Sistemas de Transmissão - Documento Básico. RF. 001/86.
- GASS, S. I. (1975), Linear Programming : Methods & Applications. 4th. ed., Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd.
- GRANVILLE, S. & PRADO, S. & LIMA, M. C. A. & LIMA, L. C. & BATISTA, L. F. (1989), Um programa Computacional para Expansão Ótima de Fontes de Potência Reativa. X SNPTEE, Grupo VII, Curitiba.
- IBA, K. & SUZUKI, H. & SUZUKI, K. (1988), Practical Reactive Power Allocation/Operation Planning Using Successive Linear Programming. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, No. 2, May, pp. 558-566.
- KISHORE, A. & HILL, E. F. (1971), Static Optimization of Reative Power Sources by Use of Sensitivity Parameters. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-90, May/June, pp. 1166-1173.
- KUNZI, H. P. & TZSCHACH, H. G. & ZEHNDER, C. A. (1971), Numerical Methods of Mathematical Optimization. Werner Rheinboldt.

às variáveis de controle citadas , assim como os limites de tensão aceitáveis nas barras de carga e os limites de potência reativa das barras de geração.

- LEBOW, W. M. & ROUHANI, R. & NADIRA, R. & USORO, P. B. & MEHRA, R. K. (1985), A Hierarchical Approach to Reactive Volt Ampere (VAR) Optimization in System Planning. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 8, August, pp. 2051-2057.
- LEE, T. H. & OBADINA, O. O. & HILL, E. F. & JONG, T. L. & PAN, C. T. (1985), Capacitor Bank Planning for Possible System Contingencies. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 9, September, pp. 2361-2366.
- MAMANDUR, K. R. C. & CHENOWETH, R. D. (1981), Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-100, No. 7, July, pp. 3185-3194.
- MONTICELLI, A. (1983), Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica. Editora Edgard Blücher Ltda.
- MOROZOWSKI FILHO, M. (1981), Matrizes Esparsas em Redes de Potência. LTC/Eletróbrás/FEESC.
- QIU, J. & SHAHIDEHPOUR, S. M. (1987), A New Approach for Minimizing Power Losses and Improving Voltage Profile. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWR-2, No. 2, May, pp. 287-295.
- RAMOS, D. S. & DIAS, E. M. (1983), Sistemas Elétricos de Potência - Regime Permanente. Vol. 1 e 2, Editora Guanabara Dois S.A.
- RAO, S. S. (1979), Optimization : Theory and Applications. Wiley Eastern Limited.
- RIBEIRO, S. D. C. (1990), Alocação ótima de Subestações e Determinação de Suas Areas de Influência. Dissertação de Mestrado, UFPb, Fevereiro.
- TINNEY, W. F. & BRANDWAIN, V. & CHAN, S. M. (1985), Sparse Vector Methods. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 2, February, pp. 295-301.
- TORRES, G. L. & PONTES, M. J. & CARVALHO, M. A. (1990), Panorama dos Métodos de Refatorização Parcial de Matrizes Esparsas. Revista Rede, No. 5, Janeiro/Junho, APEE, Recife-PE.
- TORRES, G. L. & RIBEIRO, S. D. C. & CARVALHO, M. J. P. & CARVALHO Jr., M. A. (1991), Optimal Substation Locations in Power Systems. TMS XXX - SOBRAPO XXIII, Joint International Meeting, July 15-17, Rio de Janeiro.

TORRES, G. L. (1991), Modelos Lineares de Distribuição ótima de Potência Reativa em Redes Elétricas. Dissertação de Mestrado, UFPE, Agosto.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA
DE POTÊNCIA REATIVA E ALGORITMO DE SOLUÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

O propósito do planejamento da potência reativa é fundamentalmente suprir o sistema com fontes de reativo suficientes para a manutenção das tensões em níveis adequados.

O algoritmo apresentado neste trabalho baseia-se na formulação de um problema de programação linear para estabelecer as potências e localizações das novas fontes de reativo a serem instaladas no sistema, a fim de garantir, a custo mínimo, o fornecimento de energia sem ferir os limites máximos e mínimos toleráveis para as tensões. A função objetivo a ser minimizada considera tanto o custo anual das perdas ativas na rede, quanto o custo de investimento anual

em fontes de reativo.

As relações de sensibilidade a partir das quais são deduzidas tanto a função objetivo quanto as restrições do problema de otimização são calculadas utilizando todos os elementos da matriz jacobiana de fluxo de carga de Newton-Raphson e outras matrizes de sensibilidade linearizadas. A determinação dessas matrizes de sensibilidade exige uma solução prévia de fluxo de carga do sistema para definir o ponto em torno do qual as equações são linearizadas por intermédio da expansão de Taylor. Sendo assim, a solução obtida do problema de programação linear só pode ser considerada como solução ótima final se estiver próxima do ponto de linearização utilizado. Em caso contrário, utiliza-se tal solução como ponto de linearização para a formulação de novo problema de programação linear, estabelecendo-se um processo iterativo.

O presente capítulo visa descrever o algoritmo para a distribuição ótima de potência reativa em redes elétricas. Nas primeiras seções são desenvolvidas as expressões necessárias à formulação do problema como de programação linear. Este problema é apresentado em seguida e, finalmente, as etapas do processo iterativo para a obtenção da solução ótima final são descritas.

2.2 MODELOS DOS COMPONENTES DA REDE

Os modelos matemáticos das linhas de transmissão, transformadores, geradores, cargas, bancos de capacitores e reatores, da forma em que foram empregados no equacionamento do problema de programação linear, são apresentados a seguir.

São mostradas, ainda, as expressões dos fluxos de potência ativa e reativa para cada componente.

2.2.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO

O modelo utilizado para as linhas de transmissão corresponde ao equivalente TI mostrado na Figura 2.1 abaixo.

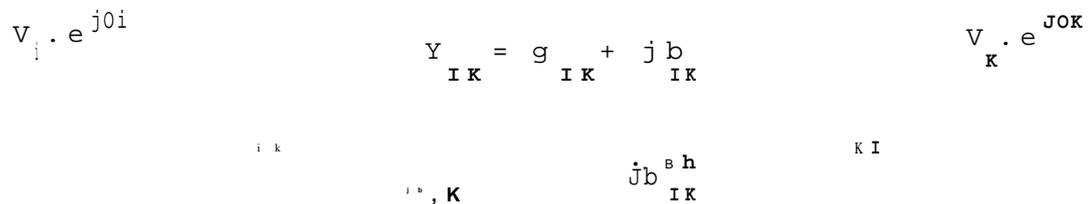


Fig. 2.1 Equivalente TT de uma linha de transmissão

A condutância série e a susceptância série podem ser determinadas a partir da resistência série e da reatância série como segue:

$$2.1) \quad Y_{ik} = g_{ik} + j b_{ik} = Z_{ik}^{-1} = \frac{1}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} = \frac{1}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2}$$

As expressões dos fluxos de potência ativa e reativa são:

$$(2.2) \quad P_{IK} = V_I \cdot g_{IK} - V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) - V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.3) \quad Q_{IK} = -V_I^2 \cdot (b_{IK} + b_{IK}^{sh}) + V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) - V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.4) \quad P_{KI} = V_K \cdot g_{IK} - V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) + V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$2.5 \quad Q_{KI} = -V_K^2 \cdot (b_{IK} + b_{IK}^{sh}) + V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) + V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

A equação que representa a perda ativa na linha de transmissão pode ser obtida pela soma dos fluxos de potência ativa nos dois sentidos:

$$(2.6) \quad P_{L,IK} = P_{IK} + P_{KI} = V_I^2 \cdot g_{IK} + V_K^2 \cdot g_{IK} - 2 \cdot V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK})$$

2.2.2 TRANSFORMADORES

A representação geral dos transformadores consiste de uma admitância Y_{IK} em série com um transformador ideal com relação de transformação $1:t_{IK}$.



Fig. 2.2

Modelo de transformador

Pode-se facilmente deduzir que o modelo de transformador da Figura 2.2 pode ser representado por um circuito II equivalente, conforme mostrado na Figura 2.3.

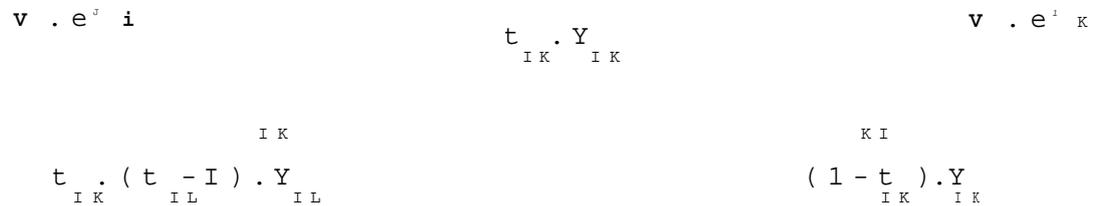


Fig 2.3

Equivalente II de um transformador

Os fluxos de potência ativa e reativa são dados por

$$(2.7) \quad P_{IK} = (t_{IK} \cdot V_I)^2 \cdot g_{IK} - t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK})$$

$$t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.8) \quad Q_{IK} = - (t_{IK} \cdot V_I)^2 \cdot b_{IK} + t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK})$$

$$t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.9) \quad P_{k1} = V_K^2 \cdot g_{IK} - t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) +$$

$$t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.10) \quad Q_{k1} = - V_K^2 \cdot b_{IK} + t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot b_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK}) +$$

$$t_{IK} \cdot V_I \cdot V_K \cdot g_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

2.2.3 BANCOS DE CAPACITORES E REATORES

Os bancos de capacitores e reatores do sistema são representados por admitâncias cujos valores são calculados com base nos valores nominais de potência e tensão do próprio banco.

$$(2.11) \quad Y = \frac{Q_N}{V_N^2}$$

onde:

Q_N = Potência nominal do banco

V_N = Tensão nominal do banco

2.2.4 GERADORES E CARGAS

As cargas dos Sistemas de Potência podem ser representadas, em função das tensões das barras em que estiverem ligadas, pelas seguintes expressões generalizadas:

$$(2.12) \quad P_i = (a_p + b_p \cdot V_i + c_p \cdot V_i^2) \cdot P_i^{nom}$$

$$(2.13) \quad Q_i = (a_q + b_q \cdot V_i + c_q \cdot V_i^2) \cdot Q_i^{nom}$$

onde a , b e c são constantes de proporcionalidade de distribuição das cargas em cargas tipo potência constante.

corrente constante e impedância constante, com
 $(a + b + c) = 1$.

As cargas tipo corrente constante correspondem a uma pequena minoria nos Sistemas de Potência usuais. Além disso, a sua representação como do tipo potência constante é uma consideração conservativa. Assim, neste trabalho, as cargas são representadas como segue:

$$(2.14) \quad P_i = (a_p + b_p + c_p \cdot V_i^2) \cdot P_i^{nom}$$

$$(2.15) \quad Q_i = (a_q + b_q + c_q \cdot V_i^2) \cdot Q_i^{nom}$$

As parcelas $(a_p + b_p) \cdot P_i^{nom}$ e $(a_q + b_q) \cdot Q_i^{nom}$ são incluídas como injeções de potência ativa e reativa nas barras, enquanto que as parcelas $c_p \cdot V_i^2 \cdot P_i^{nom}$ e $c_q \cdot V_i^2 \cdot Q_i^{nom}$ são tratadas como uma admitância shunt Y_{ii} , sendo:

$$(2.16) \quad Y_{ii} = \frac{S_i^*}{V_i^2} = \frac{c_p \cdot V_i^2 \cdot P_i^{nom}}{V_i^2} - j \frac{c_q \cdot V_i^2 \cdot Q_i^{nom}}{V_i^2}$$

$$(2.17) \quad Y_{ii} = G_{ii} + jB_{ii} = \frac{c_p}{P_i} \cdot P_i^{nom} - j \frac{c_q}{Q_i} \cdot Q_i^{nom}$$

Os geradores são representados simplesmente como injeções de potência ativa e reativa nas barras em que estiverem ligados.

2.3 EXPRESSÕES GENERALIZADAS DAS INJEÇÕES DE POTÊNCIA

A seguir, são apresentadas as expressões para as

injeções de potência ativa e reativa em uma barra I qualquer. As equações de fluxo de potência são importantes para a determinação dos índices de sensibilidade das restrições e da função objetivo do problema de programação linear.

$$(2.18) \quad P_I = V_I \cdot \sum_{K \in n} Y_{IK} \cdot V_K \cdot \cos(\theta_{IK}) + \sum_{K \in n} B_{IK} \cdot \sin(\theta_{IK})$$

$$(2.19) \quad Q_I = V_I \cdot \sum_{K \in n} Y_{IK} \cdot V_K \cdot \sin(\theta_{IK}) - \sum_{K \in n} B_{IK} \cdot \cos(\theta_{IK})$$

onde:

n = Conjunto das barras adjacentes à barra I, incluindo a própria barra I.

G_{IK} = Parte real do elemento Y_{IK} da matriz de admitância nodal da rede.

B_{IK} = Parte imaginária do elemento Y_{IK} da matriz de admitância nodal da rede.

A fim de que as expressões (2.18) e (2.19) sejam válidas para todas as barras, independentemente de estarem elas conectadas a linhas de transmissão, transformadores ou bancos de capacitores e reatores, pode-se facilmente verificar, a partir dos modelos apresentados na seção anterior, que:

$$(2.20) \quad G_{IK} = -t_{IK} \cdot g_{IK}$$

$$(2.21) \quad B_{IK} = -t_{IK} \cdot b_{IK}$$

$$(2.22) \quad G_{II} = \sum_{K \in n} Y_{IK} \cdot t_{IK}^2 \cdot g_{IK}$$

$$(2.23) \quad B_{II} = b_{II} + \sum_{K \in n} Y_{IK} \cdot (b_{IK} + t_{IK}^2 \cdot b_{IK})$$

$$(2.24) \quad O_{KK} = \sum_{K \in I} g_{IK} \\ K^* I$$

$$(2.25) \quad B_{KK} = b_{IK}^{sh} + \sum_{K \in \bar{I}} Y_{K\bar{I}} (b_{IK}^{sh} + b_{IK}) \\ K^* I$$

Para a utilização das expressões generalizadas (2.20) a (2.25), deve-se considerar que:

- a) Caso o ramo IK seja uma linha de transmissão, tem-se $t_{IK} = 1$
- b) Caso o ramo IK seja um transformador, tem-se $b_{IK}^{sh} \neq 0$
- c) Os bancos de capacitores e reatores são representados adicionando-se suas susceptâncias para formar o termo b_{IK}^{sh} .

Substituindo as equações (2.20) a (2.25) em (2.18) e (2.19), chega-se finalmente às expressões gerais para os fluxos de potência ativa e reativa em uma barra I qualquer do sistema.

$$2.26 \quad P_I = V_I \sum_{K \in I} V_K t_{IK} g_{IK} - V_I \sum_{K \in I} V_K t_{IK} g_{IK} \cos \theta_{IK} + b_{IK} \sin \theta_{IK} \\ K^* I \quad K^* I$$

$$(2.27) \quad Q_I = V_I^2 \sum_{K \in I} r_{IK}^{-1} - \sum_{K \in I} Y_{K\bar{I}} (b_{IK}^{sh} + t_{IK}^2 b_{IK}) \\ K^* I \\ V_I \sum_{K \in I} Y_{K\bar{I}} t_{IK} - g_{IK} \sin(\theta_{IK}) + b_{IK} \cos(\theta_{IK}) \\ K^* I$$

$$2.28 \quad P_K = V_K \sum_{I \in K} Y_{K\bar{I}} g_{IK} - V_K \sum_{I \in K} V_I t_{IK} [g_{IK} \cos \theta_{IK} - b_{IK} \sin \theta_{IK}] \\ I^* K \quad I/K$$

$$(2.29) \quad Q = V_K^* \cdot \left[-b_I^{''h} - \frac{f(b_{IK}^{''h} + b_{IK})}{I \cdot K} \right] \cdot \left[\frac{V_I \cdot V_I \cdot t}{I \in IK} \cdot |g| \cdot \sin(0) + b_{IK} \cdot \cos(0) \right]$$

2.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Esta seção trata do desenvolvimento da função objetivo e das restrições que compõem o problema da distribuição ótima de potência reativa em redes elétricas.

Tanto a parcela da função objetivo que considera as perdas ativas no sistema, quanto as restrições, correspondem à linearização das expressões para as injeções de potência ativa e reativa em torno de um ponto de operação definido por uma solução de fluxo de carga desacoplado rápido.

A outra parcela da função objetivo compreende os custos de investimentos em novas fontes de reativo e é determinada simplesmente pela soma dos custos das novas unidades de bancos de capacitores a serem adicionadas ao sistema.

As variáveis de decisão do problema correspondem aos ângulos de fase das tensões de todas as barras, exceto a de referência, às tensões nas barras de carga e de referência e às variáveis de controle do fluxo de potência reativa da rede, ou seja, tensões terminais dos geradores, taps dos transformadores com LTC e potências reativas dos novos bancos de capacitores e reatores.

A seguir, são mostrados os índices de sensibilidade utilizados no desenvolvimento da função objetivo e das equações de restrição do problema.

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

2.4.1 ÍNDICES DE SENSIBILIDADE

A fim de estabelecer função objetivo e restrições lineares para o problema de otimização, as expressões das injeções de potência ativa e reativa precisam ser linearizadas em torno de um ponto de operação, através da série de Taylor truncada (desprezando os termos de ordem igual ou superior a 2) :

$$(2.30) \quad f(x) \approx f(x^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - x_i^0)$$

OU

$$\Delta f \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$$

Sendo assim, índices de sensibilidade das injeções de potência ativa e reativa em relação a cada uma das variáveis de decisão do problema de otimização devem ser determinados. Estes índices podem ser obtidos diretamente das derivadas das expressões generalizadas das injeções de potência ativa e reativa numa barra - equações (2.18) e (2.19) ou (2.26) a (2.29).

$$(2.32) \quad \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \frac{G_{ii}}{V_i} + \sum_{k \neq i} \frac{G_{ik}}{V_k} [G_{ik} \cos \theta_{ik}] + \frac{B_{ik}}{V_k} \sin \theta_{ik}$$

$$= \frac{P_i}{V_i} + \sum_{k \neq i} \frac{Q_k}{V_k}$$

$$(2.33) \quad \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \frac{f_{0i}}{V_i} \cos \theta_{ik} + \frac{B_{ik}}{V_k} \sin \theta_{ik}$$

$$(2.34) \quad \frac{\partial P}{\partial V_j} = -V_i^2 \cdot B_{ij} - V_i \cdot \frac{\partial V_i}{\partial V_j} \cdot V_i \cdot [G_{ik} \cdot \sin(\theta_{ik})] - B_{ik} \cdot \cos(\theta_{ik})$$

$$(2.35) \quad \frac{\partial P}{\partial V_k} = V_i \cdot V_k \cdot [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})]$$

$$(2.36) \quad \frac{\partial P}{\partial V_{IK}} = 2 \cdot V_i^2 \cdot t_{ik} \cdot g_{ik} - V_i \cdot V_k \cdot f_{g_{ik}} \cdot \cos(\theta_{ik}) + b_{ik} \cdot \sin(\theta_{ik})$$

$$(2.37) \quad \frac{\partial H}{\partial V_{IK}} = -V_i \cdot V_k \cdot [g_{ik} \cos(\theta_{ik}) - b_{ik} \sin(\theta_{ik})]$$

$$(2.38) \quad \frac{\partial T_i}{\partial V_i} = -V_i \cdot B_{ii} + \frac{\partial V_i}{\partial V_i} \cdot V_i \cdot [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] / \\ = V_i^{n_i} \cdot Q_i - V_i \cdot B_{ii}$$

$$(2.39) \quad \frac{\partial P}{\partial V_k} = v_i \cdot [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})]$$

$$(2.40) \quad \frac{\partial P}{\partial V_i} = -V_i \cdot G_{ii} + V_i \cdot \frac{\partial V_i}{\partial V_i} \cdot V_i \cdot (G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik}))$$

$$(2.41) \quad \frac{\partial Q}{\partial V_{IK}} = -V_i \cdot V_k \cdot f_{G_{ik}} \cdot \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})$$

$$(2.42) \quad \frac{\partial Q}{\partial V_{IK}} = a_{ik} - 2 \cdot V_i \cdot t_{ik} \cdot b_{ik} - V_i \cdot V_k \cdot f_{g_{ik}} \cdot \sin(\theta_{ik}) - b_{ik} \cdot \cos(\theta_{ik})$$

$$(2.43) \quad \frac{\partial T_{IK}}{\partial V_{IK}} = V_i \cdot V_k \cdot [g_{ik} \sin(\theta_{ik}) + b_{ik} \cos(\theta_{ik})]$$

É importante observar que os índices de sensibilidade linearizados das injeções de potência ativa e reativa em uma barra I em relação às variáveis de decisão V , θ e t (dados pelas expressões (2.32) a (2.43)) serão nulos sempre

que as barras I e K não estiverem diretamente conectadas através de linha de transmissão ou transformador.

2.4.2 FUNÇÃO OBJETIVO

Conforme já foi dito no Capítulo 1, a função objetivo é composta por duas parcelas. A primeira dessas parcelas corresponde ao custo das perdas ativas no sistema, as quais podem ser calculadas pela soma das injeções de potência ativa em todas as barras.

$$(2.44) \quad P_L = P_1 + P_2 + \dots + P_N$$

Uma vez que na formulação do fluxo de carga a injeção de potência ativa na barra de referência corresponde às perdas na transmissão mais a carga líquida de todas as demais barras do sistema (carga menos geração), pode-se afirmar que minimizar a injeção de potência ativa na barra de referência equivale a minimizar as perdas ativas do sistema de transmissão.

Tendo em vista a obtenção de uma função objetivo linear, a expressão da injeção de potência ativa na barra de referência é substituída pela sua expansão em série de Taylor como mostrado pela equação (2.31), sendo considerada a minimização de AP_i (tomando a barra 1 como barra de referência) e não de P^i .

Assim, a primeira parcela da função objetivo pode ser escrita em forma matricial como segue :

$$(2.45) \quad C_{p,i}^{.AP} = \begin{bmatrix} C_{p,A} & C_{p,B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V_L \\ \Delta V_G \\ \Delta t_{NT} \end{bmatrix}$$

onde

$\Delta\theta$ - vetor de incrementos dos ângulos de fase das tensões das barras do sistema, exceto a de referência.

ΔV_L - vetor de incrementos de tensão nas barras de carga (barras M+1 a N).

ΔV_G - vetor de incrementos de tensão nas barras de geração e na barra de referência (barras 2 a M e barra 1).

Δt_{NT} - vetor de incrementos dos tapes dos NT transformadores com LTC.

fator de conversão de perda em MW para custo anual em \$/MW.ano.

$$(2.46) \quad C_p = \text{Fator de Perda} \cdot 8760 \cdot \text{Custo de geração} \\ \text{(h)} \quad \text{(S/MW.h)}$$

FP - fator de perda, determinado a partir do fator de carga, FC, através da fórmula: $FP = 0.8 \cdot FC^2 + 0.2 \cdot FC$.

A segunda parcela da função objetivo, compreendendo o custo de investimento em novas fontes de reativo, é dada por:

$$(2.47) \quad \begin{bmatrix} C_R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} AQ_a \end{bmatrix}$$

onde:

AQ_a - vetor de incrementos de potência reativa nas barras candidatas a.

C_R - vetor de custos unitários de investimento anual em novas fontes de reativo (\$/MVar.ano).

As submatrizes [A] e [B] são compostas pelos seguintes índices de sensibilidade:

$$(2.48) \quad \begin{array}{|c|c|} \hline a_{pi} & a_{pt} \\ \hline a_{o2} & a_{oN} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline a_{pi} & a_{pi} \\ \hline a_{v_{m,i}} & a_{v_n} \\ \hline \end{array}$$

$$(2.49) \quad n \quad \begin{array}{|c|c|} \hline a_{Pi} & a_{pi} \\ \hline a_{vi} & a_{v_m} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline a_{pi} & a_{pi} \\ \hline a_{t1} & a_{tNT} \\ \hline \end{array}$$

2.4.3 RESTRIÇÕES

Conforme se observa na seção anterior, na primeira parcela na função objetivo é considerada a minimização do incremento AP_1 das perdas ativas no sistema de transmissão. A consideração de que minimizar P_1 equivale a minimizar P_i sempre válida.

No entanto, o incremento de potência ativa na barra de referência AP_i só é igual ao incremento das perdas ativas no sistema de transmissão A_{p_i} caso as injeções de potência ativa de todas as demais barras do sistema sejam mantidas constantes durante o processo de otimização, como pode ser observado na equação (2.44). Assim, o primeiro grupo de restrições a ser formulado é composto por equações do tipo $AP = 0$ para todas as barras do sistema, exceto a barra de referência.

$$(2.50) \quad \boxed{AP} - \boxed{0} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline H & N \\ \hline j & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \Delta\theta \\ \hline \dots \\ \hline \Delta V_L \\ \hline \Delta V_G \\ \hline \Delta t_{NT} \\ \hline \end{array}$$

As submatrizes $[H]$ e $[N]$ são partições da matriz

jacobiana de fluxo de carga, cujos elementos são dados por :

(2.51) $H \quad N$

$6P2 \quad . \quad . \quad dPz$	$3P2 \quad \dots \quad aP2$
$ao? \quad . \quad . \quad ae_N$	$av_{x,i} \quad . \quad . \quad av_x$
$CIPN \quad . \quad . \quad 3PN$	$8PN \quad . \quad . \quad aPN$
$302 \quad . \quad . \quad 30N$	$av_{x,i} \quad . \quad . \quad av_x$

A matriz $fDi]$ tem a seguinte formação:

(2.52) Di

$aP2 \quad . \quad . \quad .$	$aP2 \quad \dots \quad 3P2$
$3Vi \quad . \quad . \quad av_x$	$at \quad i \quad . \quad . \quad at \quad NI$
$aPN \quad . \quad . \quad aPN$	$aPN \quad . \quad . \quad aPN$
$avi \quad . \quad . \quad avM$	$at \quad i \quad . \quad . \quad at \quad NT$

O segundo grupo de restrições corresponde aos limites de injeção de potência reativa nas barras de carga. Nas barras que não possuem fontes de reativo chaveáveis e não são candidatas à instalação de bancos de capacitores, os incrementos de potência reativa devem ser nulos. Nas barras que possuem bancos chaveáveis e/ou são candidatas à instalação de novas fontes de reativo, os limites máximos e mínimos das injeções de potência reativa devem ser respeitados. O segundo grupo de restrições pode ser descrito por :

(2.53) $AQ, \quad \text{MIN} \quad \text{MAX}$

M	i	L	D ₂	G
---	---	---	----------------	---

$\Delta\theta$
ΔV_L
ΔV_G
Δt_{NT}
ΔQ_α

$AQ,$

onde AQ^{min} e AQ^{max} são os valores mínimos e máximos dos incrementos de potência reativa das fontes existentes na barra de carga I. Caso a barra I não possua fontes de reativo chaveáveis, deve-se ter $AQ^{min} = AQ^{max} = 0$. Além disso, se a barra I não for candidata à instalação de fontes chaveáveis, a linha correspondente à matriz [G] deve ser nula.

Se a barra I for candidata a ter novos bancos chaveáveis, o valor do incremento de potência reativa dos novos bancos deve ser somado ao incremento de potência dos bancos existentes. A linha da matriz [G] correspondente à barra I deve ser nula, exceto pelo elemento que multiplica o incremento de potência reativa dos novos bancos da barra I, o qual deve ser igual a -1.

As matrizes [M] e [L], assim como [H] e [N], são partições da matriz jacobiana de fluxo de carga e seus elementos são dados por :

(2.54) M

$\hat{\delta}_{QM+I} \dots acjM+i$	$\hat{\delta}_{QM+I} \dots \delta_{QM+I}$
$\delta_{02} \dots \delta_{0N}$	$\hat{\delta}_{VM+I} \dots \delta_{VN}$
	{
	S
$\hat{\delta}_{QN} \dots \delta_{QN}$	$\delta_{QN} \dots \delta_{QN}$
$\delta_{02} \dots \delta_{0N}$	$\hat{\delta}_{VM,I} \dots \delta_{VN}$

A matriz [D2] tem os seguintes elementos:

2.55 D

$\delta_{QM+I} \dots \hat{\delta}_{QM+I}$	$\hat{\delta}_{QM+I} \dots \hat{\delta}_{QM+I}$
$\delta_{V1} \dots \delta_{VM}$	$\delta_{t1} \dots \delta_{1NT}$
$\hat{\delta}_{QN} \dots \delta_{QN}$	$\hat{\delta}_{QN} \dots \hat{\delta}_{QN}$
$\delta_{V1} \dots \delta_{VM}$	$\hat{\delta}_{tt} \dots \hat{\delta}_{tNT}$

Os limites das injeções de potência reativa nas barras de geração leva à formulação de mais um grupo de restrições:

56)

AQ G	MIN	E i F	MAX	AQ.
---------	-----	-------	-----	-----

$$\begin{matrix} \Delta\theta \\ \dots\dots\dots \\ \Delta V_L \\ \dots\dots\dots \\ \Delta V_G \\ \Delta t_{NT} \end{matrix}$$

sendo as matrizes [E] e [F] compostas pelos seguintes elementos :

(2.57)

$3Q_i \dots 3Q_i$	$3Q_i \dots 3Q_i$
$3Q_M \dots 3Q_N$	$3Q_M \dots 3Q_N$

(2.58)

$3Q_i \dots 3Q_i$	$3Q_i \dots 3Q_i$
$3Q_M \dots 3Q_M$	$3Q_M \dots 3Q_N$

Além das equações de restrição desenvolvidas até agora, deve-se considerar os limites máximos e mínimos sobre as próprias variáveis de decisão do problema de programação linear, ou seja, limites sobre os ângulos das tensões nodais das barras 2 a N, limites sobre os módulos das tensões nodais, limites sobre os taps dos transformadores com LTC e, finalmente, limites sobre os valores das novas fontes de reativo que podem ser instaladas nas barras candidatas.

Os vetores de limites máximos e mínimos dos incrementos das variáveis podem ser determinados da forma abaixo:

$$(2.59) \quad \text{Incremento mínimo} = \text{Valor mínimo} - \text{Valor calculado}$$

$$(2.60) \quad \text{Incremento máximo} = \text{Valor máximo} - \text{Valor calculado}$$

onde o valor calculado corresponde ao valor determinado pela solução de fluxo de carga para a linearização das equações.

Para as barras de carga que possuem bancos de capacitores chaveáveis e que são candidatas à instalação de novos bancos, tais vetores podem ser definidos por:

$$a) \quad \text{Se } [0] < [Q]^{CAL} < [Q^{\wedge}]$$

$$(2.61) \quad [AQ]_{Ea}^{MIN} = [Q]_a^{CAL}$$

$$[AQ]_{Ea}^{1MAX} = [Q]_{Ea}^{1MAX} - [Q]_a^{CAL}$$

$$[AQ]_{NOT}^{1MAX} = [0]$$

$$[AQ]_{Na}^{MAX} = [Q]_{Na}^{1MAX}$$

$$b) \quad \text{Se } [Q]_{Ea}^{MAX} < [Q]_a^{CAL} \text{ e } [Q]_{Ea}^{1MAX} + [Q]_{Na}^{MAX}$$

$$(2.62) \quad [AQ]_{Ea}^{MIN} = [Q]_{Ea}^{1MAX}$$

$$[Q]_{Ea}^{1MAX} = [0]$$

$$[AQ]_{Na}^{MIN} = [Q]_{Ea}^{1MAX} + [V]^{CAL}$$

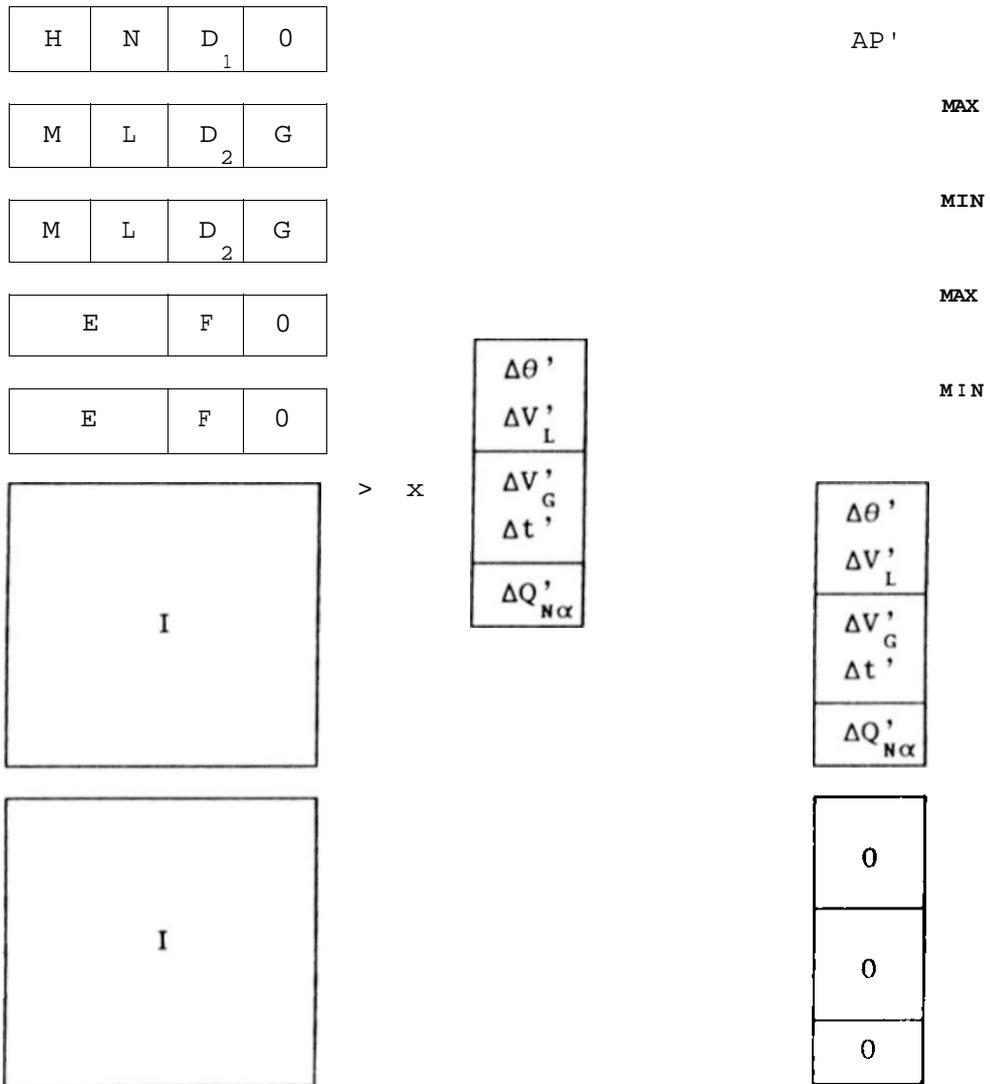
$$[AQ]_{Na}^{MAX} = [Q]_{Ea}^{1MAX} + [Q]_{Na}^{MAX} - [Q]_a^{CAL}$$

onde os índices E e N referem-se aos bancos de capacitores existentes e novos, respectivamente.

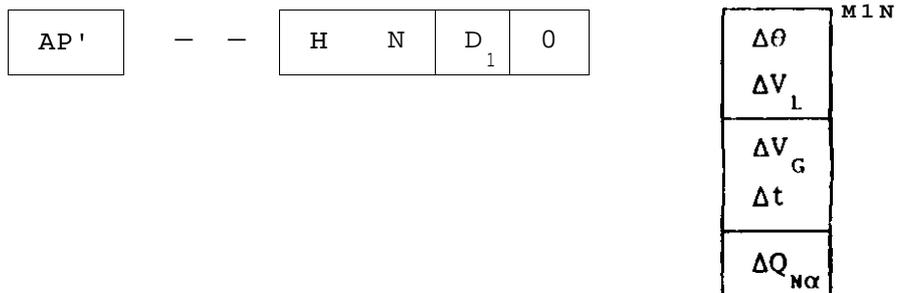
Caso a tensão de operação de alguma barra de geração seja fixa ou pré-estabelecida, esta barra pode ser omitida do vetor dos incrementos das tensões das barras de geração, reduzindo a dimensão da matriz de restrições. A barra de

sujeita ao conjunto de restrições

2.65



onde



(2.67) **MAX** **MAX**

M	L	D _?	G
---	---	----------------	---

$\Delta\theta$	MIN
ΔV_L	
ΔV_G	
Δt	
$\Delta Q_{N\alpha}$	

AQ.

(2.68) **MIN** **MIN**

M	i	L	D _?	G
---	---	---	----------------	---

$\Delta\theta$	MIN
ΔV_L	
ΔV_G	
Δt	
$\Delta Q_{N\alpha}$	

AQ:

AQ.

(2.69) **MAX** **MAX** E

$\Delta\theta$	MIN
ΔV_L	
ΔV_G	
Δt	
$\Delta Q_{N\alpha}$	

(2.70) **MIN** **MIN**

$\Delta\theta$	MIN
ΔV_L	
ΔV_G	
Δt	
$\Delta Q_{N\alpha}$	

AQ.

Resolvendo o problema de programação linear descrito pelas equações (2.64) e (2.65) e substituindo o vetor ótimo na equação (2.63), obtém-se o vetor de incrementos ótimos, a partir do qual se determina um novo estado para o sistema.

2.71)

V_1 \vdots V_M	NOVO
t_1 \vdots t_{NT}	

V_1 \vdots V_M	ANT
t_1 \vdots t_{NT}	

V_1 \vdots V_M	ÓTIMO
t_1 \vdots t_{NT}	

e

(2.72)

NOVO	ANT	ÓTIMO	
		Δ	
		AQ _{Ett}	+
			AQ _{Na}
			ÓTIMO

Como os bancos de capacitores e reatores do sistema são representados por admitâncias *shunt*, as alterações dos valores das injeções de potência reativa nas barras de 'carga são consideradas através de correções na matriz admitância do sistema.

2.5 ALGORITMO DE SOLUÇÃO

A formulação do problema de otimização da distribuição de potência reativa em redes elétricas como um problema de programação linear exige um processo iterativo de solução, posto que a solução obtida só pode ser aceita como correta se

estiver próxima do ponto de linearização. O objetivo desta seção é descrever sucintamente cada passo do processo iterativo implementado por Torres (Torres, G. L., 1991), e que serviu de base para o desenvolvimento do presente trabalho.

Passo 1 Escolha das barras candidatas

A primeira etapa do algoritmo de solução consiste na determinação do efeito causado pela instalação de um banco de capacitores numa barra de carga sobre as tensões de todas as barras de carga do sistema. Para tanto, são determinados índices de sensibilidade, conforme apresentado em (Lee, T. H. e outros, 1985), para todas as barras de carga com tensão abaixo de um valor especificado pelo usuário, os quais auxiliam-no na escolha das barras candidatas à instalação de novos bancos de capacitores. O programa exhibe tais índices na tela e permite que o usuário escolha como candidata qualquer barra de carga.

Passo 2 Solução de fluxo de carga do primeiro ponto de linearização

A fim de permitir o cálculo dos elementos das matrizes de sensibilidade que compõem a função objetivo e as restrições do problema de programação linear, um estado inicial para o sistema é determinado através de uma solução de fluxo de carga pelo método desacoplado rápido (FCDR). Como ainda não se tem idéia das potências dos bancos de capacitores a serem alocados nas barras candidatas, estas são simuladas como barras de geração, com limites máximos de potência reativa iguais aos valores máximos dos bancos que poderão ser nelas alocados.

Passo 3 Formular o problema de programação linear

Os elementos das matrizes de sensibilidade $[A]$, $[B]$,

$[D_1]$, $[D_2]$, $[E]$, $[F]$, $[G]$, $[H]$, $[N]$, $[M]$ e $[L]$, assim como dos vetores $[AP]$, $[AQ]^{*L}$, $[AQ]^{*N}$, $[AQ]^{*G}$ e $[AQ]^{*N}$, são determinados e o problema de programação linear é formulado.

Passo 4 Solução do problema de programação linear

O problema de programação linear é resolvido e, a partir dos incrementos ótimos obtidos, as variáveis de controle do problema são atualizadas pelas equações (2.71) e (2.72). O desenvolvimento de um algoritmo de solução do problema de programação linear, aproveitando as características de esparsidade e adequabilidade à solução pelo método de decomposição de Dantzig-Wolfe, constitui o objetivo central do presente trabalho, conforme será visto detalhadamente no Capítulo 3.

Passo 5 Execução de nova solução de FCDR

Uma vez atualizadas as variáveis de controle, a execução de uma nova solução de fluxo de carga fornece um novo ponto em torno do qual as equações das injeções de potência ativa e reativa, que constituem a função objetivo e as restrições do novo problema de programação linear, podem ser determinadas.

Passo 6 Verificação se as variáveis de decisão estão dentro dos limites

Se as variáveis de decisão calculadas no FCDR estiverem dentro dos limites máximos e mínimos estabelecidos, deve-se prosseguir para o passo 7. Caso contrário, volta-se ao passo 3.

Passo 7 Verificação de convergência

Se o valor absoluto da diferença entre a perda ativa da presente iteração e o menor dos valores das perdas ativas já encontrados for menor do que uma tolerância especificada, avança-se para o passo 8. Não sendo satisfeita essa condição, deve-se retornar ao passo 3.

Passo 8 Discretização

Apesar de serem tratados como variáveis que podem assumir valores contínuos, os tapes dos transformadores e as potências reativas dos bancos de capacitores a serem instalados são, na realidade, variáveis discretas.

Os tapes dos transformadores são discretizados quando da solução de fluxo de carga. As potências dos bancos de capacitores a serem instalados são definidas pelo usuário tomando por base os valores ótimos contínuos encontrados, as potências dos bancos de capacitores existentes e as potências e custos das novas unidades que podem ser instaladas nas barras candidatas. Todos esses dados são exibidos na tela do computador para facilitar a decisão do usuário.

A Figura 4.1 apresenta o fluxograma simplificado do algoritmo implementado.

^ INICIO J

CALCULAR OS ÍNDICES DE SENSIBILIDADE E ESCOLHER O CONJUNTO DE BARRAS DE CARGA PARA INSTALAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

DETERMINAR UMA SOLUÇÃO INICIAL DE FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO (FCDR)

CALCULAR AS MATRIZES DE SENSIBILIDADE [A], [B], [D], [CE], [CF], [CG] E [CJ]

DETERMINAR OS VETORES DE LIMITES MÁXIMOS E MÍNIMOS E FORMULAR O PROBLEMA DE PL (EQUAÇÕES 2.65 E 2.66)

RESOLVER O PROBLEMA DE PL E ATUALIZAR AS VARIÁVEIS DE CONTROLE

EXECUTAR UMA SOLUÇÃO DE FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO

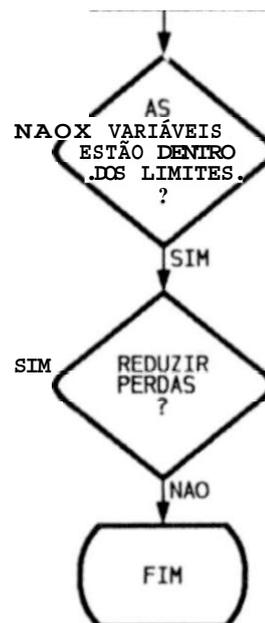


Fig. 4.1

Algoritmo para distribuição ótima de potência reativa

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

2.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo, o modelo de programação linear para otimização da distribuição de potência reativa foi apresentado, tendo as seguintes características principais:

As relações de sensibilidade linearizadas são calculadas utilizando todos os elementos da matriz jacobiana de fluxo de carga e de outras matrizes de sensibilidade, não ignorando as relações P-V e Q- θ .

- . A esparsidade da matriz jacobiana e das outras matrizes de sensibilidade são mantidas na formulação, possibilitando o uso de algoritmos que explorem essa esparsidade através do armazenamento compacto e da decomposição das matrizes básicas dos subproblemas em fatores LDU, evitando o armazenamento explícito das matrizes inversas dessas bases.
- . As restrições incluem os limites de potência reativa nas barras de geração, limites das tensões nas barras de carga e limites máximos e mínimos das tensões terminais dos geradores, das posições dos tapes dos transformadores com LTC e dos valores máximos e mínimos das potências das fontes de reativo chaveáveis.
- . Todas as variáveis são tratadas como contínuas e, portanto, a natureza discreta de algumas variáveis, tais como os tapes dos transformadores e as potências dos bancos de capacitores e/ou reatores chaveáveis, não é considerada no processo de otimização.
- . A função objetivo linearizada consiste de duas partes. Uma delas representa o efeito da redução das perdas ativas no

sistema de transmissão, enquanto a outra considera os custos de investimento na adição de novos bancos de capacitores e/ou reatores. Dessa forma, pode-se dizer que a função objetivo a ser minimizada corresponde ao custo anual total e não apenas ao custo de investimento anual.

- . A utilização de um modelo linear para a distribuição ótima de reativos torna necessário o uso de um processo iterativo de solução, tendo em vista que uma solução do problema de programação linear distante do ponto de linearização não pode ser tomada como solução ótima final. O processo iterativo de solução é também descrito neste capítulo.

No próximo capítulo, o algoritmo de solução do problema de programação linear formulado para distribuição ótima de reativos é abordado, destacando-se os motivos pelos quais a formulação foi escolhida e como as características desta formulação foram exploradas.

CAPÍTULO 3

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO
DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG - WOLFE

3.1 INTRODUÇÃO

Conforme estabelecido no Capítulo 2, o número de restrições e o número de variáveis do problema de programação linear para a distribuição ótima de reativos no Sistema de Potência são os seguintes:

$$(3.1) \quad NR = 2.NB + NCB + NBG$$

$$(3.2) \quad NV = 2.NB + NCB + NOCT - 1$$

onde

NR - número de restrições do problema de programação

- linear.
- NV - número de variáveis do problema de programação linear.
- NB - número total de barras do sistema.
- NCB - número de barras candidatas à instalação de bancos de capacitores.
- NBG - número de barras de geração.
- NOCT - número de transformadores com comutador de tape sob carga.

As dificuldades computacionais enfrentadas na obtenção da solução final de um problema de programação linear crescem bastante com as suas dimensões e, especificamente no presente caso, com o número de barras do Sistema de Potência estudado.

As restrições do problema correspondem a relações de sensibilidade que estabelecem os incrementos de potência ativa e reativa experimentados em uma barra I devidos a variações em tensões, ângulos de fase, derivações de transformadores e potências dos novos bancos de capacitores das NB barras do sistema. Foi demonstrado na seção 2.4.1 que os índices de sensibilidade dos incrementos de potência ativa e reativa numa barra I, devidos a alterações nas variáveis de decisão correspondentes a outra barra K, são nulos se as barras I e K não estiverem diretamente interligadas através de linha de transmissão ou transformador. Com isso, a matriz de restrições do problema de programação linear formulado tem as mesmas características de esparsidade da matriz de admitância nodal do sistema elétrico.

Deve-se observar ainda que os Sistemas de Potência são, em geral, divididos em áreas correspondentes a seus centros de controle.

Na grande maioria dos casos, as áreas de um Sistema de Potência são interligadas entre si através de poucas linhas

de transmissão, de forma que a maior parte das barras não está diretamente conectada a nenhuma outra barra que não pertença à sua área.

Sejam n_1, n_2, \dots, n_n os números de barras das n áreas de um Sistema de Potência onde

- $1, 2, \dots, n_1$ - barras que pertencem à área 1
- $n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_1 + n_2$ - barras que pertencem à área 2
- $n_1 + n_2 + 1, n_1 + n_2 + 2, \dots, n_1 + n_2 + n_n$ - barras que pertencem à área n

Se uma barra i pertencente a uma determinada área i não está conectada diretamente a nenhuma barra de outra área, então os índices de sensibilidade dos incrementos de potência ativa e reativa na barra i com relação aos incrementos nas variáveis de decisão correspondentes às barras das demais áreas são todos nulos.

O problema formulado no Capítulo 2 pode ser reescrito separando as variáveis de decisão em grupos de variáveis associados às áreas do Sistema de Potência, tomando a seguinte forma:

minimizar a função

3.3) $FC = \sum_{i=1}^n$

C_{P1}	C_{P2}	C_{Pn}
----------	----------	----------

$\Delta\theta'_i$	$\Delta V'_{Li}$
$\Delta V'_{Gi}$	$\Delta t'_i$
$\Delta Q'_{N\alpha i}$	

C_{P1}	C_{Pi}	C_{Ui}
----------	----------	----------

 \times

$\Delta\theta'_i$	$\Delta V'_{Li}$
$\Delta V'_{Gi}$	$\Delta t'_i$
$\Delta Q'_{\alpha i}$	

MIN

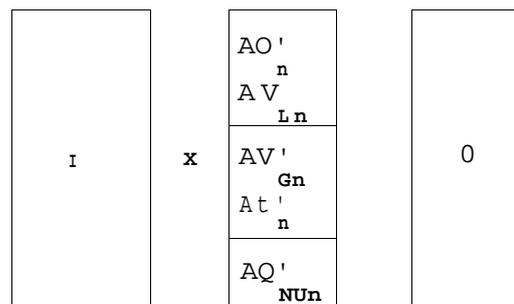
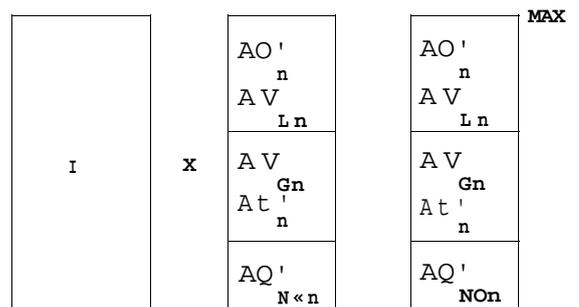
sujeita ao conjunto de restrições

(3.4)

$$\begin{array}{|c|} \hline S_1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AB'_1 \\ AV_{L1} \\ \hline AV_{G1} \\ At'_1 \\ \hline AQ'_{NOM} \\ \hline \end{array} + \dots + \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AO'_n \\ AV_{Ln} \\ \hline AV_{Gn} \\ At'_n \\ \hline AQ'_{NOCh} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{l} | \frac{AP'_1}{AV_{L1}} | \\ \frac{AQ'_L}{AV_{Ln}} | \\ | \frac{AQ'_{L1}}{AV_{G1}} | \\ | \frac{AQ'_{G1}}{AV_{Gn}} | \\ | \frac{AQ'_{G1}}{AV_{Gn}} | \end{array} \begin{array}{l} MAX \\ \\ MIN \\ MAX \\ MIN \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AO'_1 \\ AV_{L1} \\ \hline AV_{G1} \\ At'_1 \\ \hline AQ'_{Non} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline S_n \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AO'_n \\ AV_{Ln} \\ \hline AV_{Gn} \\ At'_n \\ \hline AQ'_{Non} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} | \frac{AP'_n}{AV_{Ln}} | \\ | \frac{AQ'_L}{AV_{Ln}} | \\ | \frac{AQ'_L}{AV_{Gn}} | \\ | \frac{AQ'_G}{AV_{Gn}} | \\ | \frac{AQ'_G}{AV_{Gn}} | \end{array} \begin{array}{l} MAX \\ \\ MIN \\ MAX \\ MIN \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline ACOP_1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AO'_1 \\ AV_{L1} \\ \hline AV_{G1} \\ At'_1 \\ \hline AQ'_{NOCl} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline ACOP_n \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline AO'_n \\ AV_{Ln} \\ \hline AV_{Gn} \\ At'_n \\ \hline AQ'_{NOCh} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} ST'' \\ | \frac{AQ'_L}{AV_{L1}} | \\ | \frac{AQ'_L}{AV_{L1}} | \\ | \frac{AQ'_G}{AV_{Gn}} | \\ | \frac{AQ'_G}{AV_{Gn}} | \end{array} \begin{array}{l} MAX \\ \\ MIN \\ MAX \\ MIN \end{array}$$



onde :

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta'_i \\ \Delta V'_{Li} \\ \Delta V'_{Gi} \\ \Delta t'_i \\ \Delta Q'_{N\alpha i} \end{bmatrix}$$

ó o vetor das variáveis de decisão associadas às barras pertencentes à área /,

$$\begin{bmatrix} C_{.A} & C_{.B} & C_{.R} \\ p_i & p_l & R_i \end{bmatrix}$$

é o vetor de coeficientes de custo das variáveis de decisão associadas às barras pertencentes à área i,

rann

$$\begin{bmatrix} \Delta Q'_{Li} \\ \Delta Q'_{Li} \end{bmatrix} \text{MIN}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q'_{Gi} \\ \Delta Q'_{Gi} \end{bmatrix} \text{MIN}$$

são os vetores dos incrementos máximos e mínimos de potência ativa e reativa nas barras pertencentes à área i que não estão diretamente conectadas a barras de outras áreas.

Pelo que acaba de ser mostrado, o problema de programação linear para distribuição ótima de potência reativa em redes elétricas, conforme formulado no Capítulo 2, tem a estrutura tipo *block angular* definida no item A.7. Além disso, as matrizes de restrição [S]₁, [S]₂, ..., [S]_n associadas aos n conjuntos de variáveis, assim como as matrizes [ACOP]₁, [ACOP]₂, ..., [ACOP]_n que compõem as restrições das barras que possuem ligações com barras de outras áreas, são esparsas. Estas foram as razões pelas quais se escolheu tal formulação.

São três as principais contribuições do presente trabalho. A primeira delas corresponde ao reconhecimento de que a formulação do problema de programação linear para distribuição ótima de reativos proposta em Iba e outros (Iba, K. e outros, 1988) e utilizada no algoritmo desenvolvido por

Torres (Torres, G. I., ., 1991) possui a estrutura tipo *block angular* e matrizes de coeficientes de restrições esparsas. A segunda contribuição, que pode ser vista como consequência da primeira, reside no aproveitamento das características da formulação adotada através do desenvolvimento de um algoritmo de solução de problemas de programação linear aplicando o princípio de decomposição de Dantzig-Wolfe (Bazaraa, M. S. e outros, 1990), e tirando vantagem da esparsidade das matrizes de coeficientes das restrições. Finalmente, o algoritmo desenvolvido foi incorporado ao programa computacional elaborado por Torres (Torres, G. I., ., 1991), substituindo as sub-rotinas de programação linear.

Este capítulo apresenta as técnicas computacionais empregadas na solução do problema de programação linear, ressaltando as principais dificuldades enfrentadas e como essas dificuldades foram ou poderão ser superadas.

A fim de fazer referência ao Apêndice A sem causar confusão na notação, o problema de programação linear apresentado pelas expressões (3.3) e (3.4) será reescrito como segue:

maximizar a função objetivo

$$(3.5) \quad f = -FC = [C]j'fxJ + [C_1P[x_1] + [C_n]^{1}[x_n]$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.6) \quad \begin{array}{l} [A_1][x_1] + [A_2][x_2] + \dots + [A_n][x_n] \leq [b] \\ [s_i]f_{x_i} \leq [b_1] \\ [S_1][x_1] \leq [b_2] \end{array}$$

$$[S][x] * [b]_{li}$$

$$[x_i]1 \geq [0]1 ; [x_i] s [x_i]^{MAX}$$

$$[x_n] * [0] \quad [x_n] < [x_n]^{MAX}$$

3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA EXTREMO E DOS SUBPROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

No Apêndice A, é mostrado que o problema definido pelas expressões (3.5) e (3.6) pode ser escrito em função dos pontos extremos de cada um dos poliedros convexos que representam os conjuntos de restrições desacopladas. O problema escrito em função das novas variáveis é denominado de problema extremo e tem valor ótimo igual ao do problema original.

Sejam $f_{i1}, [X_{i1}], [X_{i2}], \dots, [X_{it}]$ os c pontos extremos do poliedro convexo correspondente ao i -ésimo grupo de restrições desacopladas. O conjunto de variáveis $f^* \cdot 1$ pode ser substituído por variáveis $[X_i]$, onde

$$(3.7) \quad [X_i] = \mathbf{1} \bigwedge_{j=1}^t [X_{ij}]$$

$$(3.8) \quad \begin{matrix} t \\ i \\ J-i \end{matrix} \quad \begin{matrix} X_{ij} = 1 \\ ; \\ X_{ij} \geq 0 \end{matrix} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, t$$

Será considerado inicialmente que se dispõe de uma base inicial viável para o problema extremo. A obtenção dessa base é realizada com a inclusão de variáveis de folga e artificiais, sendo as últimas eliminadas pelo método das duas fases, como mostrado na seção A.5.2.

Utilizando os índices $A/$ e B para indicar pontos extremos associados a variáveis não básicas e básicas, respectivamente, o vetor $[X_i]$ pode ser dividido em $[X_{iN}]$ e

$$(3.9) \quad \sum_{j \in N} x_j = y \quad \sum_{j \in B} x_j = z$$

$$(3.10) \quad x_j = 1 \quad ; \quad x_j > 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, t$$

A substituição das variáveis x_{iN} e x_{iB} nas equações (3.5) e (3.6) leva a uma formulação semelhante à descrita em (A.62) e (A.63).

Maximizar a função objetivo

$$(3.11) \quad f = [c] \cdot [x] [A]^{-1} + \dots + [c] \cdot [x] \cdot f \cdot [x] \cdot [x] +$$

$$[c] \cdot [x] \cdot [x] \cdot [x] + \dots + f \cdot [c] \cdot [x] \cdot [x] \cdot [x]$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.12) \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline A_{1N} \cdot X_{1N} & \dots & A_{nN} \cdot X_{nN} \\ \hline 1 \dots 1 & & 0 \dots 0 \\ \hline 0 \dots 0 & & 1 \dots 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \lambda_{1N} \\ \hline \vdots \\ \hline \lambda_{nN} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline A_{1B} \cdot X_{1B} & \dots & A_{nB} \cdot X_{nB} \\ \hline 1 \dots 1 & & 0 \dots 0 \\ \hline 0 \dots 0 & & 1 \dots 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline X_{1B} \\ \hline \bullet \\ \hline X_{nB} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline 1 \\ \hline \vdots \\ \hline \end{array}$$

onde $[X_{iN}^J]$ e $[X_{iN}^H]$ são matrizes contendo os pontos extremos do i -ésimo conjunto de restrições desacopladas associados às variáveis $[X_{iN}]$ e $[X_{iH}]$ respectivamente.

Finalmente, o problema extremo é escrito na forma reduzida abaixo:

maximizar a função objetivo

$$(3.13) \quad f = [C_N]^T [x_N] + [C_M]^T [X_{iN}]$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.14) \quad [N][X_N] + [B][X_{iN}] = fb'$$

Vale salientar que as matrizes $[X_{iN}]$, $[X_{iH}]$, $[X_{iN}]$ em (3.11) e (3.12) não são conhecidas e as suas determinações exigiriam a execução da difícil tarefa de enumerar todos os pontos extremos dos n poliedros convexos associados aos n grupos de restrições desacopladas. A força do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe está exatamente na possibilidade de escolha da variável X_{ij} que entrará na base do problema extremo sem a necessidade de enumerar tais pontos extremos.

A escolha da variável que entra na base do problema extremo pode ser feita a partir da solução de n subproblemas da programação linear (um para cada conjunto de restrições desacopladas) cujas funções objetivo a serem minimizadas são:

$$(3.15) \quad g_i = ([W][A_i] - [C_i]^T) \cdot [X_{iN}] - a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

onde

W	a ₁	. a _i	. . a _n
---	----------------	------------------	--------------------

O valor ótimo do i -ésimo subproblema corresponde ao menor dos coeficientes de custo atualizados das variáveis não básicas $[X_{iN}]$, devendo ser escolhida para entrar na base a variável não básica associada à solução ótima do subproblema cujo valor ótimo é mais negativo.

Percebe-se, então, a necessidade de implementação de um algoritmo para a solução dos subproblemas de programação linear. O método escolhido para ser implementado foi o simplex revisado, tendo em vista o aproveitamento das características de esparsidade das matrizes de restrições, bem como para garantir uma boa precisão nos resultados sem ter que recorrer ao dimensionamento de variáveis utilizando precisão computacional dupla.

3.3 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO SIMPLEX REVISADO PARA A SOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

A seguir, são apresentados os passos do algoritmo simplex revisado, exatamente como implementados. Algumas alterações com relação ao algoritmo mostrado no Apêndice A, tanto na forma de armazenamento das matrizes de restrições e da função objetivo, como no processo de solução, serão incorporadas, visando o bom aproveitamento das características de esparsidade das matrizes e a possibilidade de se considerar os limites superiores sobre as variáveis de decisão sem a necessidade de aumentar o número de restrições.

Seja o problema de programação linear a seguir, onde $[B]$ é uma base inicial viável:

maximizar a função objetivo

$$(3.16) \quad f = -g = [C]^{-1} [x] + [x]^{-1} [x]$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.17) \quad [N][x] + [B][x] = [b]$$

$$[x] \geq [0]; [x] \leq [u]$$

$$[x] \geq [0]; [x] \leq [u]$$

As restrições (3.17) acima estabelecem que todas as variáveis do problema têm limites superiores. Mesmo problemas em que apenas algumas variáveis possuem limites superiores podem ser formulados por (3.16) e (3.17), desde que se escolham limites suficientemente grandes para as variáveis ilimitadas.

O problema pode ser armazenado com os vetores $[C]^{-1}$ e $[C]^{-1}$ incorporados às matrizes $[N]$ e $[B]$, respectivamente, como segue:

$$(3.18) \quad \begin{bmatrix} r & b & i \\ - & & \\ - & 0 & \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & N \\ - & \\ - & -C^1 \\ N & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ n \\ - \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & B & !o \\ - & & \\ - & -C^1 & \sim T \\ B & & !i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B \\ f \end{bmatrix}$$

$$[x] \geq [0]; [x] \leq [u]$$

$$[x] \geq [0]; [x] \leq [u]$$

Uma forma de resolver este tipo de problema seria acrescentar variáveis de folga às restrições que impõem os limites superiores sobre as variáveis e incorporá-las às matrizes $[N]$, $[B]$ e $[b]$. Porém, para não aumentar o número de restrições e variáveis do problema, foi implementada uma técnica mais eficiente, que permite resolver o problema sem explicitar as restrições de limites superiores. Para isso, permite-se que qualquer variável não básica possa assumir valor nulo ou valor igual ao seu limite superior.

aumento na função objetivo se o seu coeficiente de custo for positivo.

Por outro lado, se uma variável não básica tiver valor igual ao seu limite superior, ela precisa ter seu valor reduzido ao entrar na base. A redução do valor dessa variável só causa aumento na função objetivo se seu coeficiente de custo for negativo.

Assim, uma solução básica do problema com limites superiores para as variáveis é ótima caso sejam satisfeitas as duas condições abaixo:

- a) Os coeficientes de custo atualizados correspondentes às variáveis não básicas nulas são todos não positivos.
- b) Os coeficientes de custo atualizados correspondentes às variáveis não básicas com valores iguais aos seus limites superiores são todos não negativos.

Não havendo sido satisfeita pelo menos uma das condições acima, escolhe-se para entrar na base, dentre as variáveis que violem as condições acima, aquela que possuir o coeficiente de custo atualizado de maior valor absoluto.

Nos algoritmos de programação linear, é comum a matriz $[B]^{-1}$ ser calculada e armazenada explicitamente, para posteriormente se determinar os coeficientes de custo atualizados e escolher a variável que entra na base. Convém ressaltar que, embora as matrizes de restrições $[B]$ e $[N]$ sejam esparsas, $[B]^{-1}$ e $([B]^{-1} \times [N])$, em geral, não o são, requerendo grande quantidade de memória para seus armazenamentos.

Face ao exposto, conclui-se que a determinação e armazenamento das matrizes que compõem as equações (3.19)

seria pouco eficiente computacionalmente. Na seção 3.3.1.1 a seguir, apresenta-se um procedimento eficiente para calcular e armazenar apenas os termos necessários ao desenvolvimento do algoritmo, procedimento este que foi implementado computacionalmente.

3.3.1.1 APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE MATRIZES E VETORES ESPARSOS

A escolha da variável que entra na base pode ser realizada com a determinação dos elementos da última linha da matriz $[N'J]$ atualizada através da pré-multiplicação pela matriz $[B']^{-1}$. Sendo n o número de variáveis não básicas e n_r o número de restrições, a operação $([B']^{-1} \times [N'])$ equivale à solução de n_r sistemas de equações lineares do tipo

$$3.20) \quad [B']_{(nr+1) \times (nr+1)} [N']_{ja \ (nr+1) \times 1} = [N']_{j \ (nr+1) \times 1}$$

onde $[N']_j$ é o vetor correspondente à coluna j da matriz $[N']$ e $[N']_j$ é o vetor atualizado $([B']^{-1} \cdot [N']_j)$.

Vale salientar que tanto a matriz $[B']^{-1}$ quanto os vetores $[N']_j$ são esparsos. Além disso, nesta fase, é interesse calcular apenas o último elemento de cada vetor atualizado $[N']_j$ (mais adiante, será mostrado que os vetores atualizados associados as variáveis não básicas com valores iguais a seus limites superiores deverão ter todos os seus elementos determinados).

Os métodos usuais de solução de sistemas de equações lineares envolvendo matrizes esparsas são muito conhecidos e somente serão apresentados aqui em linhas gerais, as quais consistem basicamente na execução dos seguintes passos:

- Passo 1 Armazenamento compacto dos termos não nulos da matriz de coeficientes $[B']$.
- Passo 2 Determinação de uma ordem de pivoteamento segundo a qual a matriz $[B']$ será fatorada.
- Passo 3 Obtenção da tabela de fatores LDU da matriz de coeficientes $[B']$. Deve-se seguir a ordem de pivoteamento estabelecida no segundo passo, com o intuito de preservar, tanto quanto possível, a esparsidade de $[B']$ -
- Passo 4 Utilizar os fatores triangulares para a transformação do vetor independente $[N']$ no vetor solução $[N']$.
- j $j a$

Obviamente, os três primeiros passos só precisam ser realizados uma vez a cada iteração do algoritmo simplex revisado, sendo apenas o último passo repetido para cada coluna da matriz $[N']$.

O modo de armazenamento compacto das matrizes $[N']$ e $[B']$ assim como da tabela fatores triangulares LDU, foi tal que os primeiros elementos não nulos abaixo da diagonal principal de cada coluna fossem facilmente acessíveis, assim como os primeiros elementos não nulos de cada linha à direita da diagonal principal. Esta forma de armazenamento facilita a obtenção do vetor solução, possibilitando a aplicação de métodos de vetores esparsos.

O critério seguido para a determinação da ordem dos pivoteamentos foi o estabelecido por Markowitz o qual será descrito no item 3.3.3.

A aplicação de métodos de vetores esparsos, como pode ser visto em Tinney e outros (Tinney, W. F. e outros, 1985), aumenta consideravelmente a eficiência dos algoritmos de solução de sistemas de equações lineares em que o vetor independente é esparso e/ou deseja-se calcular apenas alguns dos elementos do vetor solução. Nos sistemas de equações (3.20), verifica-se que os vetores independentes $[N']$ são

j

sempre esparsos e, na maioria dos casos, deseja-se determinar apenas o último elemento do vetor solução.

A fim de tornar claro o método de vetores esparsos empregado, observe-se o processo de solução de um sistema de equações $[A].[x] = [b]$, com matriz de coeficientes $[A]_{3 \times 3}$ tendo sido fatorada na ordem de armazenamento compacto estabelecido no passo 1. Inicialmente, será considerado que o vetor $[b]$ é denso e que o vetor $[x]$ deve ser totalmente determinado.

O processo de obtenção do vetor solução pode ser dividido nas duas etapas descritas a seguir.

Etapa 1 forward solution ou FS

Nesta etapa, as operações realizadas utilizam os elementos D e L da tabela de fatores LDU, sendo estes acessados por coluna.

Coluna 1

$$\begin{aligned} y_1^* &= b_1 / D_{11} \\ y_2 &= b_2 - L_{21} y_1 \\ y_3^* &= b_3 - L_{31} y_1 \end{aligned}$$

Coluna 2

$$\begin{aligned} y_2 &= y_2 / D_{22} \\ y_3 &= y_3 - L_{32} y_2 \end{aligned}$$

Coluna 3

$$y_3^* = y_3 / D_{33}$$

Etapa 2 back solution ou BS

Desta vez, as operações realizadas só empregam os elementos U da tabela de fatores LDU, os quais são acessados

por linha.

Linha 3

$$x_3 = y_3$$

Linha 2

$$x_2 \quad \quad \quad x_3$$

$$23 \quad 3$$

Linha 1

$$x_1 = y_1 - u_{12} x_2 - u_{13} x_3$$

Se o vetor [b] for esparso, apenas um subconjunto das colunas de L é necessário para a realização da *forward solution*. Analogamente, se somente alguns dos elementos do vetor [x] devem ser determinados, um subconjunto das linhas de U podem ser suficientes para a execução da *back solution*. As operações FS e BS, quando realizadas trabalhando-se apenas com as colunas de L e linhas de U necessárias ao processo de solução são denominadas de *fast forward solution* ou FFS e *fast back solution* ou FBS, respectivamente.

O algoritmo de solução implementado assegura que apenas operações com elementos não nulos de [b] e com as colunas de L a eles correspondentes são efetuadas na etapa FFS. A eventual necessidade de determinar apenas o último elemento do vetor solução é aproveitada simplesmente observando que, nestes casos, a operação BS não precisa ser realizada e o algoritmo de solução é dado por encerrado ao final das operações FFS.

3.3.2 DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL QUE SAI DA BASE

O critério estabelecido em 3.3.1 mostra que é escolhida

para entrar na base uma variável não básica com valor nulo cujo coeficiente atualizado de custo é positivo ou uma variável não básica com valor igual a seu limite superior e com coeficiente atualizado de custo negativo.

Tendo em vista o estabelecimento de um critério para a determinação da variável que sai da base em problemas com variáveis que possuem limites superiores, deve-se avaliar os efeitos da alteração do valor da variável escolhida para entrar na base sobre os valores das variáveis básicas.

Observando o sistema de equações (3.19), conclui-se que as variáveis básicas e a função objetivo podem ser determinadas por:

$$(3.21) \quad \begin{matrix} x \\ -b \\ f \end{matrix} \Bigg| = [B']^{-1} \cdot [b'] - \sum_{j \in U} [N'_{ja}] u_j \quad \begin{matrix} ka \\ k \end{matrix}$$

onde U é o conjunto de índices das variáveis não básicas iguais a seus limites superiores.

Fazendo $[b'] = [B']^{-1} \cdot [b] - \sum_{j \in U} [N'_{ja}] u_j$, a equação (3.21)

torna-se

$$(3.22) \quad \begin{matrix} x \\ -b \\ f \end{matrix}$$

e a equação correspondente à i -ésima variável básica

$$(3.23) \quad x_i = b'_i - N'_i \cdot x_j$$

Dois casos possíveis devem ser analisados:

Caso 1 A variável x_k tem valor nulo e coeficiente atualizado de custo positivo.

Neste caso, vê-se pela equação (3.23) que o aumento do valor da variável x_k , quando de sua entrada na base, será acompanhado de uma redução no valor de qualquer variável básica x_i , cujo coeficiente $N'_{i k a}$ seja positivo. A fim de garantir que a variável x^* não se torne negativa, a variável x_k não poderá ultrapassar o valor $(b_i / N'_{i k a})$.

Por outro lado, se o coeficiente $N'_{i k a}$ for negativo, o aumento em x_k causa também um aumento no valor da variável básica x_i . Desta vez, deve-se ter o cuidado de não levar a variável básica a ultrapassar o seu limite superior. Para tanto, a variável x^* não poderá crescer até valores acima de $(u_i - b'_i) / (-N'_{i k a})$.

Além das duas condições já estabelecidas, deve-se ter em mente ~~que a própria~~ a própria variável x_k tem limite superior, o qual não deve ser ultrapassado.

Os dois primeiros testes devem ser realizados para as linhas correspondentes a todas as variáveis básicas da equação (3.22), objetivando determinar o aumento máximo que o valor da variável x_k pode sofrer sem causar a violação das equações de restrição. Caso este aumento seja inferior ao permitido pelo limite superior da variável x^* , então a variável básica x_s para a qual o aumento máximo foi estabelecido deve sair da base, com valor nulo se $N'_{s k a}$ for positivo, ou com valor igual a seu limite superior se M'_s for negativo.

Se o aumento máximo que x^* pode experimentar sem violar as equações de restrição a tornar maior do que o seu limite superior, então a variável x_k deve permanecer fora da base, sendo o seu valor alterado de zero para o limite superior.

Caso 2 A variável x^* tem valor igual a seu limite superior e coeficiente atualizado de custo negativo.

A variável x_v deverá sofrer uma redução ao entrar na base e tal redução, caso o coeficiente N'_{ika} seja positivo, provoca um aumento na variável básica X_i . Para que a variável X_i não atinja um valor maior do que o seu limite superior u_i , a variável x^* não poderá chegar a um valor inferior a $(b'_i - u_i) / N'_{ika}$.

Analogamente, se o coeficiente N'_{ika} for negativo, a redução no valor de x^* causa uma redução no valor da variável básica x_k , devendo-se impedir que esta última torne-se negativa impondo a condição de que x_k não seja reduzida a um valor abaixo de b'_k / N'_{ika} .

Se os limites mínimos impostos pelas condições acima forem todos negativos, não deve haver troca de base, alterando-se apenas o valor da variável não básica x^* para zero. Caso contrário, deve sair da base a variável x_i que mais restringir a redução da variável x_k .

Com base nas considerações feitas para a escolha da variável que sai da base, nota-se a necessidade de determinar os vetores $[b']$ e $[N']_{ka}$. O primeiro deles corresponde à expressão

$$(3.24) \quad [b'] = [B'] \cdot [x^*] - [MJ] U$$

Assim, os únicos vetores que precisam ser calculados completamente a cada iteração do algoritmo simplex revisado são o vetor independente atualizado, os vetores atualizados $[N']_{J^*}$ correspondentes às variáveis não básicas com valores iguais a seus limites superiores e o vetor atualizado $[N^*]_{ka}$.

correspondente à variável escolhida para entrar na base. Deve-se lembrar que não é necessário armazenar todos os vetores $[N'_j]$ calculados, mas apenas um vetor correspondente ao somatório presente em (3.24). Novamente, a esparsidade dos vetores é explorada com a aplicação do método de vetores esparsos, realizando operações de *fast forward solution* na determinação dos vetores atualizados $[N'_j]$.

ja

3.3.3 TROCA DE BASE/PREPARAÇÃO PARA NOVA ITERAÇÃO

Uma vez determinada a nova base, todo o processo é repetido até que as condições de otimalidade estabelecidas no item 3.3.1 sejam satisfeitas.

Caso o armazenamento compacto das matrizes fosse realizado por coluna, a troca de base poderia ser efetuada simplesmente atualizando um vetor que indicasse as colunas correspondentes às variáveis básicas. Entretanto, na aplicação dos métodos de vetores esparsos é essencial que o armazenamento seja realizado conforme foi implementado. Além disso, considerando que as matrizes envolvidas são esparsas, as operações necessárias para trocar duas colunas dessas matrizes não envolvem muitos elementos, o que reduz bastante o esforço necessário para a troca.

Não é raro o aparecimento de um elemento nulo na diagonal principal da matriz base após a troca, uma vez que as colunas trocadas têm uma grande porcentagem de elementos nulos. Ao tentar executar a decomposição LDU de uma matriz base, corre-se o risco de uma divisão por zero e a conseqüente falha do algoritmo. Objetivando evitar que isso aconteça, o método de ordenação de pivoteamentos escolhido

foi o critério de Markowitz.

O critério de Markowitz, conforme estabelecido em (Chvátal, V., 1980, pág. 89 a 92), determina uma seqüência de pivoteamentos que, em geral, reduz significativamente o número de elementos não nulos criados no processo de obtenção da tabela LDU e, ao mesmo tempo, impede que sejam escolhidos pivôs cujos valores absolutos sejam inferiores a um limite pré-estabelecido. Tal seqüência é determinada pelos seguintes passos:

- Passo 1 Determina-se a linha i e a coluna j para as quais o valor absoluto do elemento a_{ij} é maior do que um certo limite e $(p_i - 1) - (q_j - 1)$ é mínimo, sendo p_i e q_j os números de elementos não nulos da linha i e da coluna j , respectivamente.
- Passo 2 O elemento a_{ij} é escolhido como primeiro pivô.
- Passo 3 Simula-se a eliminação do elemento a_{ij} , para determinar as posições dos eventuais elementos não nulos criados.
- Passo 4 Escolhe-se, como próximo pivô, o elemento a_{ij} com valor absoluto superior ao limite estabelecido e para o qual $(p_i - 1) - (q_j - 1)$ seja mínimo, sendo i e j escolhidos dentre as linhas e colunas que ainda não possuem nenhum elemento pivô.
- Passo 5 Verifica-se se todas as linhas e colunas já têm pivô, finalizando o processo em caso afirmativo. Caso contrário, volta-se ao passo 3.

Vê-se que, com a aplicação do critério de Markowitz, elimina-se o risco de que a matriz base contenha elementos nulos na diagonal principal. Entretanto, há ainda a possibilidade de, durante o processo de fatorização, algum elemento da diagonal se tornar nulo. Caso isto aconteça, o programa implementado repete a fatorização desde o início,

deslocando o elemento pivô que se anulou para a primeira posição da diagonal principal, impedindo que ele se anule novamente. Se outro elemento da diagonal for anulado, ele passará para a primeira posição e o processo é repetido por até cinco vezes. Após cinco anulações de elementos da diagonal, o programa dá uma mensagem de erro na determinação da tabela LDU.

Vale ressaltar que a base é fatorada a cada iteração no algoritmo implementado. Poderia ser obtida uma boa economia de tempo computacional com o uso das técnicas que permitissem a obtenção da tabela LDU da nova base sem ter que refatorá-la completamente. Deve-se lembrar, no entanto, que a aplicação dessas técnicas reduziriam a precisão do algoritmo com o acúmulo de erros de arredondamento a cada refatorização parcial da base.

3.3.4 DETERMINAÇÃO DA BASE INICIAL VIÁVEL

Conforme pode ser observado no item 3.3, o problema de programação linear a ser resolvido pelo algoritmo desenvolvido foi apresentado partindo-se de uma base inicial viável.

Dentre os muitos métodos disponíveis para a determinação de uma solução básica viável, necessária para dar início ao algoritmo simplex revisado, dois estão descritos no Apêndice A (o método das duas fases e o método do *M grande*). Em ambos, a base inicial é a matriz identidade, o que pode ser conseguido com a inclusão de variáveis de folga e/ou artificiais.

Se todas as restrições do problema original forem desigualdades do tipo $[A][x] \leq [b]$, a inclusão de variáveis de folga dá $[A][x] + [I][x] = [b]$ e a base inicial já é viável, com $[x] = [0]$ e $[x^*] = [b]$.

No entanto, se o problema contiver restrições de igualdade ou desigualdades do tipo maior ou igual como as restrições 1 e 2 a seguir

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

precisa-se fazer uso de variáveis artificiais para a obtenção da base inicial, ou seja,

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + x_{1a} = b_1$$

$$a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n - x_{2f} + x_{2a} = b_2$$

Desta vez, a base inicial $[x] = [0]$, $x_a = 0$ e $[x_f] = [b]$, não é viável. A presença das variáveis artificiais na base significa que as restrições não foram todas satisfeitas.

Para impor a saída das variáveis artificiais da base, o algoritmo implementado para solução dos subproblemas faz uso do método do *M grande*, o qual corresponde à inclusão de coeficientes de custo elevados para as variáveis artificiais, de forma que o processo de otimização se encarregue de anulá-las.

A principal razão para a escolha do método do *M grande* foi o fato de que, com ele, quando da eliminação de uma variável artificial da base, os coeficientes de custo das variáveis originais são levados em consideração na escolha da

variável que entra na base e, após a anulação de todas as variáveis artificiais, tenha-se uma primeira solução básica viável não muito distante da solução ótima do problema.

A aplicação do método das duas fases não possui essa característica e a primeira solução básica viável, obtida como solução da fase I do método, não é necessariamente uma boa solução básica.

Os principais problemas enfrentados com a aplicação do método do M grande residem na escolha do valor M dos coeficientes de custo das variáveis artificiais.

M deve ser grande o suficiente para garantir que qualquer solução básica que tenha uma variável artificial não nula na base leve a função objetivo a ter um valor pior do que qualquer solução viável básica.

Por outro lado, a escolha de M demasiadamente grande pode causar erros de arredondamento na obtenção da tabela LDU da base capazes de provocar escolhas indevidas de variáveis para troca de base e até inviabilizar a aplicação do algoritmo.

Para a solução do caso teste DEESP9.3, descrito no Capítulo 4, a escolha de valores de M entre 800 e 1500 levou a resultados satisfatórios.

Ao se aplicar o programa, atribuindo valores a M inferiores a 800, o algoritmo de programação linear encontra, como soluções ótimas de alguns subproblemas, bases que contêm variáveis artificiais não nulas, o que pode levar o usuário a crer que o problema formulado não possui nenhuma solução viável.

Estabelecendo para M valores superiores a 1500, os erros de arredondamento tornam-se já suficientemente grandes para impedir a obtenção da solução final pelo algoritmo implementado.

3.4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA EXTREMO

Seja o problema extremo descrito no item 3.2 e representado pelas expressões (3.11) e (3.12), repetidas aqui por conveniência:

maximizar a função objetivo

$$(3.11) \quad f = [C]_1^T [X]_{1N} + \dots + [C]_n^T [X]_{iN} + [c]_1^T [x]_{1B} + \dots + [C]_n^T [X]_{na} + [x]_{nB}$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.12) \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline A_1 \cdot X_{1N} & \dots & A_n \cdot X_{nN} \\ \hline 1 \dots 1 & & 0 \dots 0 \\ \hline 0 \dots 0 & \dots & 1 \dots 1 \\ \hline \end{array} \quad x \quad \begin{array}{|c|} \hline x_{1N} \\ \hline \\ \hline x_{nN} \\ \hline \end{array}$$

$\begin{matrix} A & . & X \\ \vdots & & \vdots \\ & & 1_B \end{matrix}$	\dots	$\begin{matrix} A & X \\ n & n_B \end{matrix}$
$\begin{matrix} 1 & . & . & 1 \\ 0 & . & . & 0 \end{matrix}$		$\begin{matrix} 0 & . & . & 0 \\ 1 & . & . & 1 \end{matrix}$

 \times

$\begin{matrix} X \\ 1_B \end{matrix}$
$\begin{matrix} X \\ n_B \end{matrix}$

b
1
\vdots

ou, em forma reduzida, pelas equações (3.13) e (3.14):

maximizar a função objetivo

$$(3.13) \quad f = [C]_N^T [X]_N + [C]_B^T [X]_B$$

sujeita ao conjunto de restrições

$$(3.14) \quad [N]_N [X]_N + [B]_B [X]_B = [b]$$

Conforme já mencionado, a matriz $[N]$ e o vetor $[C]_N$ não precisam ser calculados e armazenados no processo de otimização, sendo a variável que entra na base determinada a partir da solução dos n subproblemas de programação linear.

Assim como na implementação do algoritmo simplex revisado, o vetor de coeficientes da função objetivo $[C]$ e a matriz de coeficientes de restrição das variáveis básicas $[B]$ são armazenados compactamente em uma única matriz, de forma que pode-se escrever:

$$(3.25) \quad \left[\begin{array}{c|c|c} r_B & 10 & 1 \\ \hline & & \vdots \\ \hline & & i \\ \hline & & \vdots \\ \hline & & B \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -B \\ \hline f \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} r_{b'} \\ \hline i \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad \text{ou} \quad [B'] = [b']$$

Note-se que o vetor $[C]$ e a matriz $[N]$ foram omitidos, representando-se apenas o que é realmente armazenado.

A inversa da base $[B]^{-1}$ do problema extremo é

$$[B]^{-1} \begin{matrix} B^{-1} \\ -C^0 B^{-1} \\ B \end{matrix}$$

Assim, o vetor

$$[C_0]^{-1} \cdot [B]^{-1} \begin{array}{|c|} \hline w \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline n \\ \hline \end{array}$$

necessário para a determinação da função objetivo do *i-ésimo* subproblema

$$g_i = ([W][A_i] - [C_i]^{-1}) [X_i] - a_i$$

nada mais ó do que a última linha da matriz $[B]^{-1}$ multiplicada por -1 .

A fim de aproveitar a esparsidade da matriz $[B]^{-1}$ é realizada a sua decomposição LDU e, em seguida, o método de vetores esparsos é aplicado a cada coluna da matriz identidade, para se determinar os elementos da última linha da matriz $[B]^{-1}$, sendo necessárias apenas operações *fast forward solution*.

Feito isto, as funções objetivo de todos os subproblemas são determinadas e os mesmos são resolvidos pelo algoritmo simplex revisado, conforme apresentado no item 3.3.

Cada subproblema fornece como solução um ponto extremo do poliedro convexo correspondente a uma coluna da matriz $TN1$ e tem valor ótimo igual ao coeficiente atualizado na função objetivo da respectiva variável. Deverá entrar na base a variável correspondente à solução ótima mais negativa.

Uma vez escolhida a variável que entra na base, determina-se a coluna da matriz $[N]$ a ela associada. Sendo o subproblema que forneceu o valor ótimo mais negativo e $[X]$ o seu vetor ótimo, a coluna da matriz $[N]$ que será introduzida na base, juntamente com o coeficiente de custo correspondente, é:

$$\begin{array}{c} A \quad X \\ i \quad ik \\ 0 \\ i \\ 0 \\ C^1 \quad X \\ i \quad ik \end{array}$$

A determinação da coluna que sai da base requer a atualização dos vetores $[b']$ e $[N']$ pela pré-multiplicação dos mesmos por $[B']^{-1}$. Esta operação de pré-multiplicação é, na verdade, realizada através do algoritmo de solução pelo método de vetores esparsos. Após a obtenção dos vetores atualizados $[b']$ e $[N']$, escolhe-se para sair da base a coluna s de $[B']$ tal que

$$b' \quad s \quad a \quad \min \left\{ \frac{b' \quad i}{i \quad ka} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m+n.$$

$s \quad ka$

Em seguida, o vetor coluna $[N']$ é armazenado na matriz $[B']$ no lugar da coluna s e novas funções objetivo são calculadas, dando origem a novos subproblemas. O processo é repetido até que os valores ótimos de todos os subproblemas sejam não negativos.

Na seção 3.2, o problema extremo foi formulado considerando-se a disponibilidade de uma base inicial viável.

Mais uma vez, a obtenção de tal base foi realizada através do acréscimo de variáveis de folga e/ou artificiais ao problema extremo e da posterior anulação das variáveis artificiais.

Inicialmente, foi implementado o método do *M grande* para forçar a saída da base das variáveis artificiais. Entretanto, observou-se que alguns coeficientes das funções objetivo dos subproblemas tornaram-se da mesma ordem de grandeza do valor de *M* escolhido para o problema extremo. Com isso, os valores de *M* dos subproblemas tiveram que ser aumentados, causando problemas de precisão. Decidiu-se, então, substituir o método de eliminação das variáveis artificiais da base do problema extremo para o método das duas fases.

Vale salientar que as soluções ótimas dos subproblemas em uma iteração são, obviamente, soluções viáveis básicas e poderiam ser aproveitadas como soluções iniciais na iteração seguinte, não sendo necessário, a partir da segunda iteração, acrescentar variáveis artificiais aos subproblemas para posteriormente eliminá-las pelo método do *M grande*. Este procedimento, muito provavelmente, possibilitaria uma grande economia de tempo computacional, além de eliminar os problemas de precisão numérica devidos à aplicação do método do *M grande*, e não tê-lo implementado constitui, talvez, a maior deficiência do algoritmo. Felizmente, as modificações necessárias para atingir esse objetivo não são muito trabalhosas e podem ser facilmente realizadas numa etapa futura.

3.5 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou o método de programação linear

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

empregado no algoritmo para distribuição ótima de potência reativa em redes elétricas tal como ele foi implementado computacionalmente.

Foi demonstrado que o problema de programação linear formulado no Capítulo 2 possui estrutura tipo *block angular*, sendo bastante adequada a aplicação do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe na sua solução.

Verificou-se ainda que as matrizes de restrição do problema mantinham as mesmas características de esparsidade da matriz admitância de barra do sistema elétrico estudado.

Os passos para o desenvolvimento do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe, considerando a existência de limites superiores sobre todas as variáveis de decisão sem aumentar o número de restrições, bem como aproveitando a esparsidade das matrizes e vetores independentes envolvidos nas etapas do processo de solução, foram seguidos e as principais dificuldades enfrentadas foram discutidas.

CAPITULO 4

RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO PROGRAMA

4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar os resultados da análise do sistema real DEESP 12 BARRAS pelo programa DISTVAR e compará-los aos resultados da análise do mesmo sistema realizada em (TORRES, G. L. , 1991).

4.2 O SISTEMA DEESP 12 BARRAS

O diagrama unifilar simplificado do sistema DEESP 12

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

BARRAS, correspondente à configuração de 1993 estudada, é mostrado na Figura 4.1. Os dados das linhas de transmissão, transformadores e cargas são apresentados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. Antes do estudo, o sistema contava apenas com um banco de capacitores de 2,4 MVar instalado na barra 8 e um banco de capacitores de 1.2 MVar na barra 10.

Os limites adotados como aceitáveis para as tensões são os seguintes:

barra 1	0.95 A 1.043 pu
barra 9	0.90 A 1.05 pu
demais barras	0.95 A 1.05 pu

A partir de um fluxo de carga inicial, vê-se que o sistema não teria condições de manter o perfil de tensões dentro dos limites aceitáveis, visto que as tensões das barras 7, 8, 9 e 10 teriam valores bastante distantes das respectivas faixas especificadas.

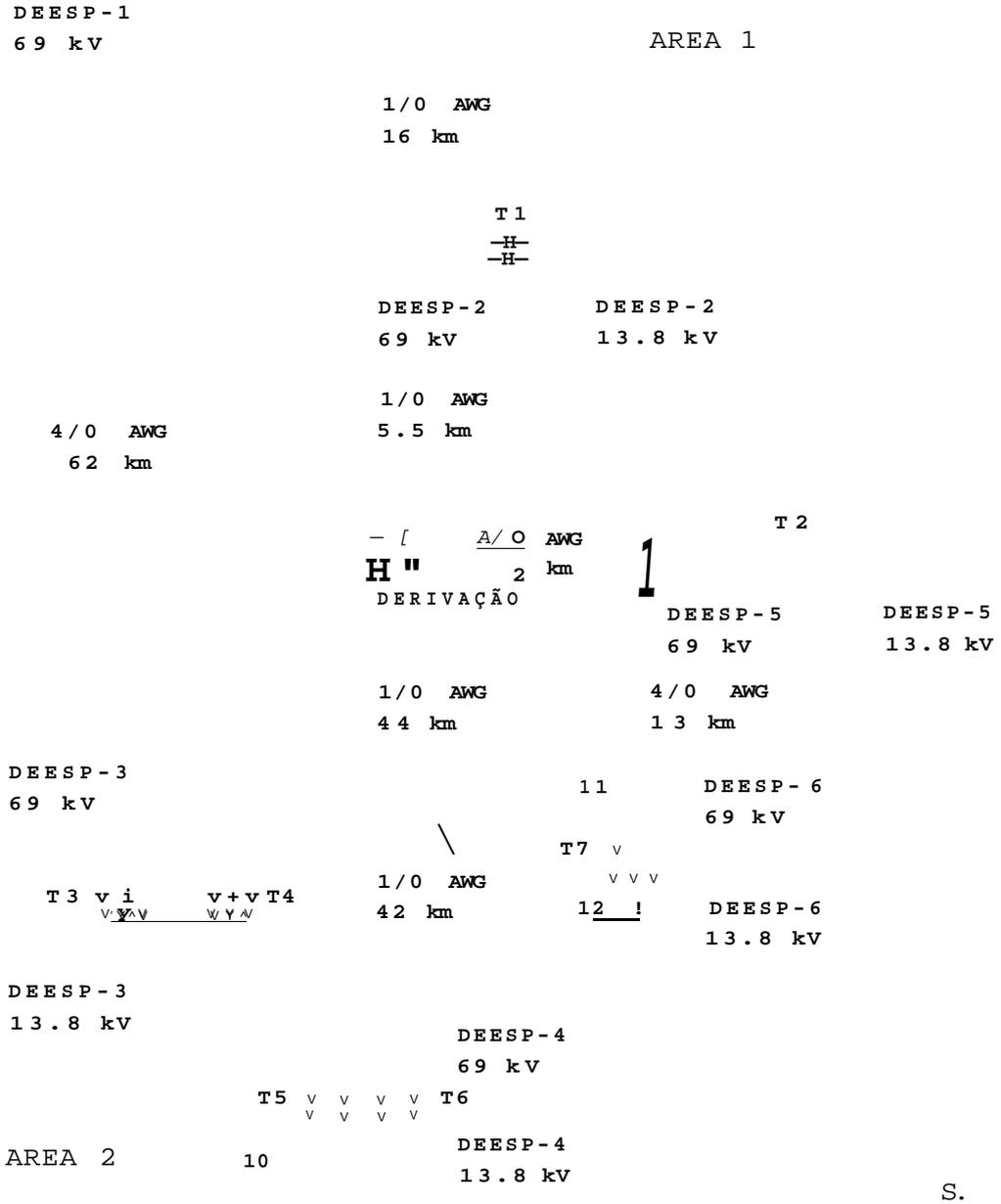


Fig. 4.1

Sistema DEESP 12 BARRAS - Configuração 1993

DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS
UTILIZANDO O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

LINHA	BARRA		COMP . (km)	CABO	R (%)	X (%)	B (MVAr)	MVA MAXIMO
	DE	PARA						
1	1	2	16.0	1/0 AWG	23.39	19.72	0.287	21
2	2	4	5.5	1/0 AWG	8.04	5.77	0.085	21
3	4	7	44.0	1/0 AWG	65.00	54.75	0.691	21
4	4	5	2.0	4/0 AWG	1.55	2.35	0.033	30
5	5	11	13.0	4/0 AWG	13.91	21.13	0.297	30
6	1	7	62.0	4/0 AWG	47.90	72.79	1.023	30
7	7	9	42.0	1/0 AWG	61.40	51.75	0.753	21

Tab. 4.1

Dados das linhas de transmissão

SE 69./13.8 kV	POTÊNCIA (MVA)	REATÂNCIA X (%) (BASE DO TRAFÓ)
DEESP-2	1 x 5.0	6.50
DEESP-3	2 x 10.0	6.40
DEESP-4	2 x 5.0	6.50
DEESP-5	1 x 5.0	6.50
DEESP-6	1 x 5.0	6.50

Tab. 4.2

Dados dos transformadores

SE / BARRA	1991		1993		F. P.
	MW	MVAr	MW	MVAr	
DEESP-2 / 3	2.10	1.02	2.30	1.11	0.90
DEESP-6 / 12			1.50	0.73	0.90
DEESP-5 / 6	1.70	0.82	1.90	0.92	0.90
DEESP-3 / 8	13.80	5.88	16.20	6.90	0.92
DEESP-4 / 10	7.10	3.02	9.10	3.88	0.92

Tab. 4.3

Dados das cargas

4.3 PROCEDIMENTOS ADOTADOS NA ANÁLISE

Tendo em vista a comparação dos resultados, os critérios seguidos para o planejamento do sistema DEESP 12 BARRAS foram os mesmos adotados em (TORRES, G. L., 1991), os quais são repetidos aqui por conveniência.

- . Análise de contingências : considerou-se apenas a condição normal de operação.
 - . Limites de tensões : para a barra de referência, barra-1. considerou-se a faixa de 0.95 a 1.043 pu. Nas barras restantes considerou-se a faixa de 0.95 a 1.05 pu, exceto na barra-9, onde aceitou-se o limite mínimo de 0.90 pu.
 - . Variação de tensão no chaveamento de capacitores : admitiu-se variações de até 7.5 %.
 - . Carregamento de transformadores : como trata-se apenas da condição normal de operação, o carregamento de cada transformador foi limitado à sua capacidade nominal.
- Controle de tensão : considerou-se os LTC's com valores fixos de tapes, deixando o ajuste dos mesmos como um recurso da operação.
- . Compensação reativa : considerou-se, na padronização dos bancos de capacitores, os seguintes dados :

- Módulo mínimo : 1.2 MVar
- Módulo máximo : 2.4 MVar
- Número máximo de bancos : 5 por SE.

Procurou-se utilizar como diretriz na padronização, as potências dos bancos existentes antes do período de estudo.

Custos : a fim de determinar o fator de conversão da perda em MW para custo anual em US\$/MW.ano (C_p na expressão 2.46) e o custo unitário de investimento anual em novas fontes de reativo em US\$/MVar.ano (C_r na expressão 2.47), foram considerados os seguintes parâmetros:

- Fator de perda = 0,408
 - Custo de geração = 48,86 US\$/MWh
- $$C_p = 0,408 \times 8760 \times 48,86 \times 174.630 \text{ US}\$/\text{MW.ano}$$
- $$C_r = 9310 \text{ US}\$/\text{MVar.ano}$$

4.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Foram indicadas para a instalação de novos bancos de capacitores as barras com tensão nominal de 13,8 kV que apresentaram os maiores índices de sensibilidade. Não foram escolhidas barras com tensão de 69 kV face ao elevado custo dos bancos de capacitores neste nível de tensão, se comparado ao custo de bancos para 13,8 kV.

A Tabela 4.4 a seguir apresenta os valores das perdas e das potências reativas alocadas nas barras candidatas em cada iteração do programa DISTVAR e do programa EXPVAR apresentado em (TORRES, G. L., 1991), bem como os valores correspondentes à solução final obtida após a discretização. Os custos anuais das perdas na transmissão e dos bancos alocados em cada iteração são mostrados na Tabela 4.5.

ITERAÇÃO	PROGRAMA	PERDAS (MW)	MVAi ALOCADOS		
			BARRA 3	BARRA 8	MARRA 10
FCUL INICIAI		4,66		2.40	1.20
1	DISTVAR	3,5>	0.05	10.42	5.26
	EXPVAR	3,5<		10,55	5.20
2	1) 1 STVAR	3,5<i	0.05	9.14	6.00
	EXPVAR	3,58		9,15	5.>»
3	I) I STVAR	3,58		9,14	6.00
	EXPVAR	3.58		9,14	6,00
SO L IJÇXO li I SC Rir I ZADA	DlSTVAR	3,57		9.60	6.00
	EXPVAR	3,58		9.60	>,00

Tab. 4.4 Pados comparativos das perdas ativas e bane06
a I orados em cada iteração

observa-se nas Tabelas 4.4 e 4.5 que os resultados da aplicação dos dois programas são praticamente idênticos, o que já era de se esperar, visto que ambos empregam o mesmo modelo de programação linear e o mesmo processo de solução, diferindo apenas no método de solução do problema de programação linear.

Em termos de tempo de processamento, o programa EXPVAR mostrou-se mais eficiente que o programa DlSTVAR neste

ITERAÇÃO	PROGRAMA	CUSTO ANUAL (US\$)		
		PERDAS	MVAR ADICIONADOS	TOTAL
INICIAL		8 14.034		8 14. 034
1	DISTVAR	6 26.068	1 12.987	7 39.05 5
	EXPVAR	6 26.20 3	113.098	739.302
2	DISTVAR	6 26.275	107.848	734.123
	EXPVAR	6 25.915	107.458	7 33.373
3	1) DISTVAR	6 24.54 5	107.467	7 3 2.012
	EXPVAR	6 25.748	10 7.414	7 3 3.162
SOLUÇÃO DISCRETIZADA	DISTVAR	6 23.525	111.720	735.245
	EXPVAR	6 24.424	111.720	736.144

Tflb. 4.5 Dados comparativos dos custos anuais das perdas
 .iiivi. »» bancos alocados em cada iteração

exemplo. No Capítulo 5 são dadas algumas sugestões que permitiriam, num trabalho futuro, melhorar significativamente o desempenho computacional do programa DISTVAR no que se refere à redução do tempo de processamento.

Por outro lado, a utilização de técnicas de aproveitamento da esparsidade das matrizes e vetores e a aplicação do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe possibilitou a análise de sistemas com até 100 barras em um microcomputador com 640 Kbytes de memória RAM. Empregando o programa EXPVAR, só é possível planejar sistemas com até 50 barras.

A seguir, são apresentados os relatórios de saída do programa, compreendendo três soluções de fluxo de carga (solução inicial, solução ótima tratando as variáveis como contínuas e solução após a discretização) e os relatórios de dados econômicos de cada iteração e da solução discretizada.

Programa DISIMAR - DESP GEP UFEE
 Usuário Autorizado : DESP UFEE
 Tel.: (08!) 271-8255
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr
 Apoio financeiro : CAES

Total de Barras no Sistema 12
 Barras de Geração 0
 Barras de Carga !!
 Número de Linhas no Sistema "
 Total de Transformadores 7
 Transformadores com Tap Variável 0
 Transformadores com Tap Fixo

Critério de Convergência (KI ou NVar) .0100
 Carga Total (MVA)/MVAcr 31.06 / 11.54
 Perdas Ativas (MW) tM
 Iterações i
 Barra de Referência Nb./Moie ! / BARRA 1 60

Relatório por onlei de BARRAS

TIPO DE CARGA INICIAL

X.....Dados de Barra-

X

X.....Fluxo nas Linhas.....X

Da +.....Tensão--- f f--<Serauo-- f--Carga--• CAP/REA f-Residuos-t Para

Barra	Nbre	Ativo	Reativo	TA ²					
1	BARRA I 60	72.0	1.043	.00 35.66 14."	.00 .10 .0 .000 .00P				
						: BARRA 2 60	18.06	1.8	
						1 BARRA 1	17.6"	o/n	
2	BARRA 2 6*	68.5	.993	-1.31	.00 .00 .0 - .002 -.00	! BARRA 1 6"	-17.1ç	-1.64	
						3 BARRA 3 13	2.30	1.11	.15
						i BARRA i 6"	15.1)0	j.45	
3	BARRA 3 13	13."	1.004	-IM	.00 2.30 i .11	.0 .000 .000			
						: BARRA 2 60	-2.30	-1.11	
4	BARRA 4 60	67.<	.970	-1.65	.00	.00 .000 .001			
						2 BARRA 2 6"		-3.30	
						5 BARRA 5 60	3.4!	1.44	
						1 BARRA 7 60	11.40	1.95	
5	BARRA 5 6"	67.5	.978	-1.68	.00	.0 .000 .000			
						4 BARRA 4 60	-3.40	-1.17	
						5 BARRA 6 13	1.00	.08	.075
						li BARRA !! 69	uso	.41	
6	BARRA 6 13	13.7	.9<!	-3.11	.02	.0 .000 .000			
						5 BARRA 5 60	-1.90	-.02	
1	BARRA 1 V>	61.5	.802	4.71	.00	.0 -.004 -.00!			
						! BARRA 1 6"	-15.75	-1.1<	
						4 BARRA 4 60	-10.40	-1.78	
						8 BARRA S 13	8.in	2.80	.025
						8 BARRA 8 13	8.10	2.80	.02
						i BARRA 60	10.04	4.15	
<	BARRA 8 13	13.!	.6*	-8.03	.00	16.20 6.00 2.	.00 .00 2		
						7 BARRA 7 6"	-8.10	-2.38	
						7 BARRA 7 60	-8.10	-2.38	
1	BARRA 9 6»	55.0	.7#7	-6.76	.00	.008 .002			
						7 BARRA 7 60	-0.!!	-3.01	
						10 BARRA 10 13	4.55	1.05	.925
						10 BARRA 10 1"	a 55	1.95	.025
0	BARRA io 13	11.5	.<35	-11.4?	0.10	3.88			
						o BARRA 0 60	-4.55	-1.52	
						9 BARRA 0 60	-4.55	-1.52	

X.....Dados de Barra.....X																	
X.....Fluxo nas Linhas.....X																	
Da	Para	Tensão	f	f-Geração	+Carga	+CAP/REA	+Resíduos	Para									
Barra	Noie	KV	PU	Ang.	(kl)	(KVar)	(Kl)	(KVar)	(KVar)	(Kl)	J(MAr)	Barra	Note	Ativo	Reativo	TP	
11	BARA 11	69	67.2	.974	-1.82	.00	.00	.00	.00	.0	.000	.000					
													S	BARA 5	69	-1.50	-.77
													12	BARA 12	13	1.50	.77 1.000
12	BARA 12	13	13.3	.964	-3.01	.00	.00	1.50	.73	.0	.000	.000					
													II	BARA II	69	-1.50	-.73
TOTAL					35.66	14.97	31.00	13.54			.003	.006					

Programa DI SIVAR - DEESP GSP (JFE)
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.

Usuário Autorizado : DEESP UFPE
 Tel.: (081) 271-8255
 Recife - Novembro/1992
 Apoio Financeiro : CAES

Relatório de DADOS ECONÔMICOS I BASE DE CUSTO 10000.000 * ITERAÇÃO

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACIDADES

NEC	Barra	Noie	Vnoi	V(pu)	MVAr	Exist	MVAr	Maxii	HVAr	Utili	Custo (\$/MVAr)	Custo Parcial (\$)
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.021	.00	6.00		.05		.9310	.05063
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.048	2.40	12.00		10.42		.9310	7.46402
3	10	BARRA 10	13	13.8	.978	1.20	6.00		5.26		.9310	3.78404
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA' ADICIONADA										12.14	(\$):(1)	11.29868
CUSTO TOTAL DE BARRAS ATIVAS							3.59 (Ml) x	17.4630	ti/(NI)	:(2)		62.60681
CUSTO TOTAL DO SISTEMA										HMD (\$1	:(3)	73.10549
CUSTO INICIAL DO SISTEMA							4.66 (Ml) x	17.4630	(\$/NI)	:(4)		81.40121
RESULTADO FINAL										(3)-(4)	(\$):(5)	-7,49571

RELAÇÃO DE BARRAS COM TENSÕES VIOLADAS

NVT	BARRA	NOME	WMIN(pu)	V (pu)	WMAX(pu)	DELIV(pu)
I	9	BARRA 9	69	.0000	.8992	1.0500
TOTAL DE TENSÃO VIOLADA (pu)						.00077

Programa OISIVAR - DESP GP UFPE
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador : Marcel Afonso de Carvalho Jr.

Usuário Autorizado : DESP UFPE
 Tel.: (081) 271-8255
 Recife - Novembro/1002
 Apoio Financeiro : CNBS

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

» BASE DE CUSTO

ITERAÇÃO 2

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NE	Barra	Noie	Vnoi	V(pu)	MAr	Eiist	MAr	Maiii	MAr	Utili	Custo (\$/MAr)	Custo Parcial (\$)
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.020	.00		6.00		.05	.9310	.04641
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.040	2.40		12.00		0.14	.0310	6.27367
3	10	BARRA 10	13	13.8	.984	1.20		6.00		6.00	.0310	4.46470
CUSTO TOTAL DA POTENCIA RELATIVA' ADICIONADA										11.58	(\$) : (1)	10.78479
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS								3.50 (MÉ) r	17.4630	(\$/MÉ) : (2)	62.62752	
CUSTO TOTAL DO SISTEMA										11W2I (1) : (3)	73.41231	
CUSTO INICIAL DO SISTEMA								4.66 (Ml) x	17.4630	((/HW] : (4)	81.40121	
RESULTADO FINAL										(3)-(4)	(\$) : (5)	-7.08800

Programa DISIVAR - DEEP GP UFPE
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.

Usuário Autorizado : DEEP UFPE
 Tel.: (081) 271-8255
 Recife - Novembro/1992
 Apoio Financeiro : CAPES

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

I BASE DE CUSTO

ITERAÇÃO 3

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

Barra	Nº	Vnoi	V(pu)	MAr Exist	MAr Maxii	MAr Utili	Custo (J/MAr)	Custo Parcial (\$)	
1	3	13	13.8	1.019	.00	6.00	.00	.9310	.00000
2	8	13	13.8	1.040	2.40	12.00	9.14	.9310	6.27792
3	10	13	13.8	.984	1.20	6.00	6.00	.9310	4.46880
CUSTO TOTAL DA POTENCIA RELATIVA ADICIONADA							11.54	(\$) : (1)	10.74672
CUSTO TOTAL DE BARRAS ATIVAS							3.58 (KI) x	17.4630 (f/NI) : (2)	62.45453
CUSTO TOTAL DO SISTEMA							(DM2)	(\$) : (3)	73.20124
CUSTO INICIAL DO SISTEMA							4.66 (ML) x	17.4630 (J/Kt) : (4)	81.40121
RESULTADO FINAL							(3)-(<)	(I) : (5)	-8.19997

Programa OESIVAR - OESP GEP UFEE
 Usuário Autorizado : OESP UFEE
 Tel.: (081) 271-8255
 Desenvolvido por Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.
 Apoio Financeiro CAES

Total de Barras no Sistema 12
 Barras de Geração 0
 Barras de Carga 11
 Número de Linhas no Sistema 7
 Total de Transformadores 7
 Transformadores com Tap Variável 0
 Transformadores com Tap Fixo 7

Critério de Convergência (Ml ou MAr) .0100
 Carga Total (M*)/(MAr) 31.00 / 13.54
 Perdas Ativas (Ml) 3.58
 Iterações 3
 Barra de Referência No./Nome I / BARRA I 69

Relatório por ordem de BARRAS

SOLUÇÃO SIMPLEX FINAL

X.....Dados de Barra

X

X.....Fluxo nas Linhas.....X

Da f- Tensão..... + Geracao + f--Carga--f CAP/BA + Residuos+ Para
 Barra Nome

Barra Nome Ativo Reativo

1	BARRA 1	69	72.0	1.043	34.58	.33			
2	BARRA 2	9	60.5			-1.87			
3	BARRA 3	13	14.1	1.010		-3.50	2.30		
4	BARRA 4	69	68.9	.908		-2.42			
5	BARRA 5	69	68.8	.998		-2.46			
6	BARRA 6	13	14.0	1.011		-3.83	1.00	.02	
7	BARRA 7	60	65.0	.955		-7.08			.0
8	BARRA 8	13	14.4	1.040		-9.84	16.20	6.90	9.9
9	BARRA 9	69	62.0			-10.80			
10	BARRA 10	13	13.6	.084		-14.44			5.8

2	BARRA 2	60	16.51			-.92			
7	BARRA 7	60	18.07			1.26			
1	BARRA 1	60	-15.02			1.12			
3	BARRA 3	13	2.30			1.19			.075
4	BARRA 4	69	13.62			-2.31			
2	BARRA 2	V>	-2.30			-1.11			
2	BARRA 2	69	-13.47			2.33			
5	BARRA 5	69	3.40			1.42			
7	BARRA 7	69	10.08			-3.75			
4	BARRA 4	69	-3.40			-1.45			
5	BARRA 6	13	1.90			.98			.975
11	BARRA 11	69	1.50			.48			
5	BARRA 5	69	-1.00			-.02			
1	BARRA 1	60	-16.61			-.08			
4	BARRA 4	69	-9.34			3.71			
8	BARRA 8	13	8.10			-1.09			.025
8	BARRA 8	13	8.10			-1.00			.925
0	BARRA 0	60	0.75			-1.45			
7	BARRA 7	60	-8.10			1.50			
7	BARRA 7	69	-8.10			1.50			
7	BARRA 7	60	-0.10			1.34			
10	BARRA 10	13	4.55			-.67			.925
10	BARRA 10	13	4.55			-.67			.025
0	BARRA 9	60	-4.55			.06			

Programa DISVAR - DEEP GEP UFEE
 Usuário Autorizado : DEEP UFEE
 Tel.: (081) 271-8255
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.
 Apoio Financeiro : CAES

Total de Barras no Sistema 12
 Barras de Geração 0
 Barras de Carga 11
 Numero de Linhas no Sistema
 Total de Transformadores 7
 Transformadores coi Tap Variável 0
 Transformadores coi Tap Fixo 7
 Critério de Convergência (ML ou M/Ar) .0100
 Carga Total (ML)/(M/Ar) 31.00 / 13.54
 Perdas Ativas (ML) 3.58
 Iterações 5
 Barra de Referencia No./Noie 1 / BARRA I 69

Relatório por orde de BARRAS

SOLUÇÃO DISCRETIZADA

X-)s de Barra-										X Fluxo nas Linhas.....X				
Barra	Noie	KV	FU	Ang.	f t- Geração (ML)	* f-- Carga (ML)	t C/D/FEA (M/Ar)	+ Resíduos (ML)	f Para (M/Ar)	Barra	Noie	Ativo	Reativo	TAP
1	BARRA 1	69	72.0	1.043	.00	34.58	-.32			2	BARRA 2	69	16.47	-1.18
										7	BARRA 7	69	18.11	.87
2	BARRA 2	69	69.6	1.009	- .90	.00	.00			1	BARRA 1	69	-15.88	1.38
										3	BARRA 3	13	2.30	1.19 .975
3	BARRA 3	13	14.1	1.020	-3.52	.00	.00	2.30	1.11	4	BARRA 4	59	13.58	-2.57
										2	BARRA 2	69	-2.30	-1.11
4	BARRA 4	69	68.9	.999	-2.46	.00	.00	.0	.004 .002	2	BARRA 2	69	-13.43	2.59
										5	BARRA 5	69	3.41	1.42
										7	BARRA 7	h.	10.02	-4.02
5	BARRA 5	69			-2.49					4	BARRA 4	69	-3.40	-1.45
										5	BARRA 6	13	1.90	.98 .975
6	BARRA 6	13	14.0	1.012	-3.86			1.90	.92	11	BARRA 11	69	1.50	.48
										5	BARRA 5	69	-1.90	-.92
7	BARRA 7	69	66.1	.957	-7.18					1	BARRA 1	69	-16.65	.31
										4	BARRA 4	69	-9.28	3.98
										8	BARRA 8	13	8.10	-1.39 .925
										8	BARRA 8	13	8.10	-1.39 .925
										9	BARRA 9	69	9.74	-1.51
8	BARRA 8	13	14.4	1.045	-9.93	.00	.00	16.20	6.90 10.5	7	BARRA 7	69	-8.10	1.79
										7	BARRA 7	(9	-8.10	1.79
9	BARRA 9	69	62.3	.903	-11.(7	BARRA 7	69	-9.09	1.40
										10	BARRA 10	13	4.55	-.70 .925
										10	BARRA 10	13	4.55	-.70 .925
10	BARRA 10	13	13.6		-14.51			9.10	3.1 5.9	9	BARRA 9	69	-4.55	.99
										9	BARRA 9	(9	-4.55	.99

Programa DISIVAR - DEESP GEP UFFE
 Desenvolvido por : Francisco de Assis dos S. Neves
 Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.

Usuário Autorizado : DEESP UFFE
 Tel.: (081) 271-8255
 Recife - Novembro/1992
 Apoio Financeiro : CAES

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

t BASE DE CUSTO

DISCRETIZAÇÃO

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCO DE CAPACITORES

NC	Barra	Nºe	Vnoi	V(pu)	MVAr	Exist	MVAr	Maxii	MVAr	Utili	Custo (J/MVAr)	Custo Parcial (\$)
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.020	0 x	1.20	6.00	0 x	1.20	.0310	.0000
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.045	1 x	2.40	12.00	4 x	2.40	.0310	6.70320
3	10	BARRA 10	13	13.8	.088	1 x	1.20	6.00	5 x	1.20	.9310	4.46880
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA										12.00	(\$) : (H)	11.17200
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS								3.58 (Ml) x	17.4630	(\$/MM) : (2)	62.44387	
CUSTO TOTAL DO SISTEMA										(11* (2) (\$) : (3)	73.61587	
CUSTO INICIAL DO SISTEMA								4.66 (Ml) x	17.4630	(\$/MI) : (4)	81.40121	
RESULTADO FINAL										(1)-(-) (\$) : (5)	-7.78534	

CAPITULO 5

CONCLUSÕES / SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As sub-rotinas de programação linear utilizadas por Torres (Torres, G. L., 1991) no algoritmo para distribuição ótima de potência reativa, empregam o método simplex revisado e são bastante rápidas. Esta rapidez pode ser atribuída à determinação da matriz inversa da base do problema de programação linear em uma iteração a partir da inversa da base da iteração anterior, através da operação denominada geralmente de forma produto da inversa. Entretanto, a determinação e o armazenamento da matriz inversa da base restringe a aplicação do algoritmo a sistemas de pequeno porte, face ao grande consumo de memória no seu armazenamento.

A observação de que a formulação do problema de programação linear adotada envolvia matrizes de restrições e função objetivo tão esparsas quanto a matriz de admitância de barra do sistema, motivou o desenvolvimento de um algoritmo

de programação linear mais eficiente para ser utilizado no planejamento da distribuição de reativos em redes elétricas.

Além das características de esparsidade notadas na grande maioria dos sistemas elétricos, principalmente nos de grande porte, foi verificado que a subdivisão dos sistemas elétricos em áreas definidas pelos centros de controle deixa a formulação adotada para o problema de programação linear com uma estrutura especial, denominada de *block angular* ou *block diagonal*, que pode ser eficientemente explorada pelo uso do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe.

Sendo assim, o algoritmo desenvolvido neste trabalho propõe a utilização do método de decomposição de Dantzig-Wolfe empregando técnicas de armazenamento compacto, decomposição em fatores LDU e métodos de vetores esparsos tanto na solução dos subproblemas, quanto no problema extremo. Os limites superiores impostos sobre as variáveis são tratados sem a necessidade de elevar o número de restrições do problema, aumentando ainda mais a economia da memória obtida.

Obviamente, as vantagens de sua aplicação são evidenciadas em Sistemas de Potência de grande porte, onde as características de esparsidade são mais acentuadas e que podem ser subdivididos em áreas interligadas entre si por poucas linhas de transmissão.

Na implementação do método simplex revisado para a solução dos subproblemas de programação linear, foi adotada uma forma de armazenamento compacto da função objetivo e das matrizes de restrição que possibilitou a aplicação de métodos de vetores esparsos. O uso desses métodos aumenta bastante a eficiência computacional do processo de verificação da otimalidade e de determinação da coluna pivô, através da realização de operações somente com elementos não nulos do

vetor independente e utilizando apenas as colunas da matriz L de fatores triangulares a ele associados (*fast forward solution*). Além disso, aproveita-se o fato de que freqüentemente necessita-se determinar apenas o último elemento do vetor solução, eliminando a etapa *back solution*. A mesma forma de armazenamento foi empregada para o problema extremo, facilitando a determinação dos multiplicadores simplex pelo uso de métodos de vetores esparsos.

Antes da obtenção da tabela LDU de fatores triangulares de cada base do problema, a ordem dos pivoteamentos é determinada para que a esparsidade dessas matrizes base seja mantida pela tabela LDU. O critério adotado para a ordenação foi o desenvolvido por Markowitz, tendo-se mostrado bastante rápido e eficiente. Porém, este método de ordenação, assim como a grande maioria dos métodos disponíveis, não impede que, durante o processo de obtenção da tabela LDU, algum dos elementos da diagonal torne-se nulo. Alguns artifícios computacionais foram usados com o objetivo de reduzir a probabilidade dessa anulação, o que causaria erro de divisão por zero na determinação dos demais elementos da tabela.

A aplicação do método do *M grande* para eliminação das variáveis artificiais do problema de programação linear foi inicialmente adotada tanto para o problema extremo quanto para os subproblemas. A justificativa foi a obtenção da solução final em um menor número de iterações, posto que com ele considera-se, desde o início, os coeficientes de custo das variáveis originais do problema, o que não ocorre com o método das duas fases. No entanto, a presença dos elevados coeficientes de custo das variáveis artificiais na base do problema extremo causa sérios problemas de precisão. Passou-se, então, a empregar o método das duas fases na solução do problema extremo, mantendo-se o método do *M grande* apenas na solução dos subproblemas.

Vale salientar que o algoritmo implementado pode ter sua eficiência aumentada, principalmente no que diz respeito ao tempo computacional para obtenção da solução e precisão dos resultados. Uma das possíveis alterações com este objetivo corresponde à utilização das soluções ótimas obtidas para os subproblemas numa iteração como soluções iniciais viáveis básicas na iteração seguinte. O emprego desta técnica elimina os problemas de precisão inerentes à utilização do método do *M grande* além de possibilitar uma considerável economia de tempo computacional correspondente às várias mudanças de base efetuadas em cada subproblema até se chegar a uma solução básica em que todas as variáveis artificiais tenham sido anuladas. Outra forma de reduzir o tempo de processamento seria a aplicação de um método de compensação, conforme os descritos em Tinney e outros (Tinney, W. F., Alsaç, O. e Stott, D., 1983), para evitar a refatorização completa a cada mudança de base, tanto no problema extremo quanto nos subproblemas. A principal dificuldade na aplicação de um método de compensação no presente caso é a não simetria das matrizes base do problema.

O emprego de processamento paralelo para a solução simultânea dos subproblemas de programação linear é também uma sugestão para um trabalho futuro que resultaria em considerável economia de tempo computacional.

Outra alternativa que parece ser adequada para a solução do problema de otimização da distribuição de potência reativa em Sistemas de Potência de grande porte é a aplicação de algoritmos polinomiais de solução de problemas de programação linear como, por exemplo, o algoritmo de Karmarkar. Estes algoritmos têm-se mostrado bem mais eficientes que o algoritmo simplex em problemas envolvendo um grande número de restrições e variáveis, uma vez que neles o tempo computacional necessário à obtenção da solução final cresce linearmente com as dimensões do problema, enquanto que no

simplex este tempo cresce exponencialmente. Para se ter uma idéia, conforme exemplificado em (Karmarkar, N. K. e outros, 1986), um problema de tamanho 1.000 (1.000 variáveis) sendo resolvido pelo método simplex, exigiria cerca de 10.000 operações por iteração e 20.000 iterações, totalizando um número de operações da ordem de 10^9 . O mesmo problema requereria, pelo algoritmo de Karmarkar, algo em torno de 100.000 operações por iteração, mas apenas 20 iterações, num total de operações da ordem de 10^6 .

A utilização do programa computacional desenvolvido neste trabalho, em conjunto com um algoritmo ótimo de expansão DC, semelhante ao descrito em (Ribeiro, S. D. C, 1990) que determina a alocação ótima de subestações e linhas de transmissão, consiste também numa proposta para um trabalho futuro bastante útil ao planejamento de Sistemas de Potência, com a alocação de LT's, SE's e fontes de reativo chaveáveis.