

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS – CCSA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS
CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS

ANTÔNIO SIDRÔNIO DE SANTANA NETO

**APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ COM PRINCIPAIS
ÍNDICES DE REFERÊNCIA DE PRODUTOS DISPONÍVEIS A APLICAÇÃO DE
RECURSOS DOS REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL E SEU
DESEMPENHO EM RELAÇÃO A META ATUARIAL**

Recife – PE

2021

ANTÔNIO SIDRÔNIO DE SANTANA NETO

APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ COM PRINCIPAIS ÍNDICES DE REFERÊNCIA DE PRODUTOS DISPONÍVEIS A APLICAÇÃO DE RECURSOS DOS REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL E SEU DESEMPENHO EM RELAÇÃO A META ATUARIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito necessário para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Wilton Bernardino da Silva

Recife - PE

2021

RESUMO

Este trabalho propõe uma estratégia de alocação ótima com os principais índices de referência existentes no mercado de investimento disponíveis para os Regimes Próprios de Previdência Social - RPPS, respeitando-se os limites impostos pela Resolução CMN nº 3922/2010. Foram selecionados 15 índices, sendo 9 de renda fixa, 3 de Renda Variável e 3 de Investimento no exterior. Por meio do software-R, as carteiras foram otimizadas com o objetivo de minimização da variância conforme proposto por Markowitz em seu trabalho, portfolio selection. Este processo foi refeito a cada 12 meses com cotações históricas diárias, do período entre 31 de dezembro de 2010 a 31 de dezembro de 2020, coletadas através da plataforma Quantum-axis. Por meio dos resultados, foi avaliado o desempenho da estratégia frente a meta atuarial de IPCA+6% e benchmarks presentes na base no intervalo de 2012 a 2020. Os resultados revelam que a rentabilidade acumulada da estratégia proposta atinge a meta atuarial em alguns anos, porém em todo período alcança apenas 86.37% e fica acima do CDI e Ibovespa. Diante disso, podemos concluir que a estratégia é inconsistente para batimento da meta atuarial em todo período, índices como IMA-B superaram a meta, porém tendo uma volatilidade consideravelmente maior em relação a estratégia. Nesse contexto, este estudo contribui com informações, sobre esse tipo de metodologia, cujo o resultado não se mostrou eficaz no longo prazo, apenas em algumas janelas em relação ao batimento da meta atuarial.

Palavras-Chave: RPPS. índices de referência. Markowitz. Meta atuarial. Pró-gestão.

ABSTRACT

This paper proposes an optimal allocation strategy with the main reference indices existing in the investment market available for the Special Social Security Regimes - RPPS, respecting the limits imposed by CMN Resolution 3922/2010. Fifteen indices were selected, 9 of fixed income, 3 of variable income and 3 of investment abroad. Using the R-software, the portfolios were optimized with the aim of minimizing the variance as proposed by Markowitz in his work, portfolio selection. This process was redone every 12 months with daily historical quotes from December 31, 2010 to December 31, 2020, collected through the Quantum-axis platform. Through the results, the performance of the strategy was evaluated against the actuarial target of IPCA+6% and benchmarks present in the base in the interval from 2012 to 2020. The results show that the accumulated profitability of the proposed strategy reaches the actuarial target in a few years, however, in the entire period, it reaches only 86.37% and is above the CDI and Ibovespa. Therefore, we can conclude that the strategy is inconsistent to meet the actuarial target throughout the period, indices such as IMA-B surpassed the target, but having a considerably higher volatility in relation to the strategy. In this context, this study contributes with information about this type of methodology, the result of which was not effective in the long term, only in some windows in relation to the achievement of the actuarial goal.

Key-words: RPPS. Benchmarks. Markowitz. Meta atuarial. Pró-gestão.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO.....	1
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	4
2.1.	Regime Próprio De Previdência Social – RPPS.....	4
2.2.	Gestão De Investimentos Dos RPPS.....	6
2.3.	Meta de Rentabilidade Dos RPPS	8
2.4.	Modelo De Seleção De Carteira De Markowitz	10
2.4.1.	Premissas Do Modelo De Markowitz.....	12
2.4.2.	Fronteira Eficiente	12
3.	METODOLOGIA	14
3.1.	Base De Dados	14
3.2.	Processo De Otimização.....	17
4.	RESULTADOS	19
4.1.	Estatística Descritiva Das Carteiras Ótimas.....	19
4.2.	Composição Das Carteiras Ótimas	20
4.3.	Desempenho Da Estratégia	21
5.	CONCLUSÃO	23
	REFERENCIAS	25

1. INTRODUÇÃO

A previdência sempre foi um tema recorrente em todos os campos administrativos no país e no exterior, especialmente no que diz respeito às expectativas do governo para o futuro da seguridade social, aposentadoria, pensão e outras possibilidades de pagamento de benefícios (SILVA, 2020).

O crescimento dos gastos no Brasil com previdência social tem mostrado forte aumento, que é mais rápido do que o crescimento real do produto interno bruto - PIB. Entre 1995 e 2018, as despesas com o Regime Geral de Previdência Social - RGPS, incluindo benefícios, decisões judiciais e compensação previdenciária para o regime próprio dos servidores públicos - COMPREV, saltaram de 4,6% para 8,6% do PIB (COSTANZI et al., 2021). Corroborando ainda COSTANZI (2020), consta sobre a participação significativa das despesas primárias do Brasil com previdência:

[...] Agregando RGPS e o RPPS dos civis da União, chega-se a uma participação, em 2019, de 49,4% na despesa primária do governo central (R\$ 712,7 bilhões). Portanto, praticamente metade dos gastos não financeiros da União se destinou a cobrir gastos de previdência com INSS e servidores civis. Em termos de receita líquida, foi mais que a metade (52,9%).

Os Regimes Próprios de Previdência Social - RPPS são constituídos nas leis de cada ente federativo com objetivo de fornecer direitos de seguridade social aos funcionários públicos que ocupam cargos válidos na Federação, Estados, distritos federais e municípios, devendo assegurar o caráter contributivo e solidário e o equilíbrio financeiro e atuarial, em consonância com os preceitos dos artigos 40, 149, § 1º e 249 da Constituição Federal. No Brasil sucedeu uma escalada no número de entes com RPPS: de um total de 5598 entes federativos, 251 possuíam regimes próprios em 1988, enquanto que, em 2018, este número passou a ser 2123, abarcando a União, os Estados e o Distrito Federal, as capitais e os maiores municípios do país (Dognini, 2020).

De acordo com manual do pró-gestão RPPS versão 3.2 (2021):

[...] Atualmente existem no país cerca de 2.150 RPPS, que contam com quase 10 milhões de segurados, entre servidores ativos, aposentados e pensionistas, e são responsáveis pela gestão de recursos acumulados superiores a R\$ 270 bilhões.

O crescimento da quantidade RPPS desperta a atenção para a responsabilidade e as consequências de uma gestão financeira eficiente e eficaz dos recursos pertencentes ao mesmo (CASTRO, 2014). Diante disso, uma má gestão nos RPPS acarreta enormes problemas para as finanças públicas, seja nos níveis federal, estadual e municipal, pois o objetivo principal desse tipo de previdência é o equilíbrio financeiro do sistema de previdenciário nacional (SANTOS, 2019).

O retorno das aplicações da carteira de investimento dos RPPS é o que permitirá que a entidade possa pagar os benefícios ao longo do tempo, tornando essencial que tenha um nível mínimo do resultado das aplicações financeiras (BOGONI; FERNANDES, 2011).

Muitos RPPS municipais foram beneficiados pelas altas taxas de juros praticadas no país durante mais de uma década, como a maior parte da concentração das carteiras dos RPPS são no segmento de renda fixa essa concentração dos investimentos faz com que a rentabilidade por eles obtida esteja muito vinculada à taxa básica de juros (NOGUEIRA; 2012). No entanto, em outubro de 2016, o Banco Central do Brasil - BACEN iniciou vários cortes na SELIC. Nesse período, a taxa de juros reduziu de 14,25% ao ano para 6,5% em março de 2018 onde se manteve até julho de 2019, dando continuidade com mais cortes chegando ao patamar de 2% em agosto de 2020.

Bertucci, Souza e Félix (2006) atentam que em um quadro de redução significativa das taxas reais de juros, o gestor do RPPS deverá buscar alternativas as quais contemplem ativos de renda variável. Necessitando de uma gestão das aplicações com maior expertise dos RPPS para que se consiga atingir a meta atuarial. (NOGUEIRA, 2012).

Nesse contexto, o papel dos gestores tem se tornado cada vez mais difícil e forçado a profissionalização dos participantes desse segmento.

Para estimular os RPPS a adotarem melhores práticas de gestão previdenciária, de modo a controlar melhor seus ativos e passivos e aumentar a transparência nas relações com os segurados e sociedade.

Em maio de 2015 através da portaria MPS Nº 185 foi criado um programa de modernização da gestão dos RPPS intitulado, Pró-Gestão RPPS que visa, consolidar boas práticas de gestão, transparência, controles internos e capacitação dos representantes. Contendo 4 níveis de aderência, no qual cada um contém ações elencadas no manual que conforme sobem vão aumentando a complexidade e assim, demandando maior grau de estrutura organizacional do RPPS. A certificação tem validade de 3 anos, devendo ser renovada ao final do prazo. Em relação aos investimentos dos à certificação proporciona um aumento nos limites de macro alocação dos nos ativos de maior risco e também proporciona a realização de aplicações exclusivas para investidores qualificados. Segundo a relação de entes do Pró-gestão RPPS de 27 de maio de 2021, 309 entes enviaram o termo de adesão ao Pró-Gestão RPPS que é o passo inicial no processo de certificação. Dentre esses, 106 já possuem certificação, uma quantidade baixa em relação aos 2150 RPPS existentes. Isso exprime o quanto os municípios carecem de assistência técnica em relação a gestão de recursos dos RPPS, principalmente os de menor porte. (BOGONI; FERNANDES, 2011). Para aprovação do nível 2 em diante do pro-gestão um dos requisitos necessários é o estudo de Asset Liability Management - ALM que a partir da Versão 3.0 do Manual do Pró-Gestão RPPS de 21 de fevereiro de 2020, vem direcionando o uso do modelo de Markowitz para o estudo de ALM:

[...] O estudo de Asset Liability Management (ALM) deverá seguir a macroalocação através da Fronteira Eficiente de Markowitz nos RPPS com fundo capitalizado para os níveis de aderência III e IV e para o nível II, nos casos de RPPS com mais de 50 milhões de reais aplicados no mercado financeiro.

Nesse contexto este trabalho visa a necessidade de aprofundar sobre o assunto buscando aprimorar acerca da gestão de ativos dos RPPS através de uma estratégia de carteira ótima com base na teoria de Markowitz, tendo toda a estrutura e algoritmo dos processos que foram utilizados disponíveis na metodologia deste trabalho para que os gestores possam replicar e até fazer adaptações de acordo com as características de gestão do RPPS.

Sendo assim o objetivo deste trabalho é através do software R aplicar a teoria de Markowitz em uma otimização gerando carteiras teóricas formadas por índices de referência dos investimentos disponíveis para os RPPS com as restrições da legislação CMN 3922 e retorno esperado igual à meta atuarial (IPCA+6%) do mesmo período dos dados históricos utilizados em cada otimização;

Avaliar a performance desta metodologia em relação a meta atuarial (IPCA +6%) e outros benchmarks presentes na base de dados no período de 01 de janeiro de 2012 a 31 de dezembro de 2020 tendo um total de 9 anos de avaliação, atravessando por período de mudanças expressivas na taxa básica de juros e por um momento crítico no ano de 2020 devido a pandemia da COVID-19.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Regime Próprio De Previdência Social – RPPS

No Brasil, a Previdência social é um direito social, previsto no art. 6º da Constituição Federal (CF) de 1988, incluindo-se entre os Direitos e Garantias Fundamentais. Ela presta assistência financeira ao trabalhador e a sua família em situações de riscos, contribuindo para a sua dignidade, independência e segurança (BRASIL, 1988).

De acordo com o artigo 201 da Constituição Federal Brasileira de 1988, o regime previdenciário brasileiro está organizado em três segmentos: o Regime Geral de Previdência Social (RGPS), o Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) e o Regime de Previdência Complementar (RPC).

São intitulados regimes próprios porque cada ente da federação pode instituir seu próprio regime conforme preceitua o art. 40 da CF/88:

[...] Aos servidores titulares de cargos efetivos da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, incluídas suas autarquias e fundações, é assegurado regime de previdência de caráter contributivo e solidário, mediante contribuição do respectivo ente público, dos servidores ativos e inativos e dos pensionistas, observados critérios que preservem o equilíbrio financeiro e atuarial e o disposto neste artigo. (BRASIL, 1988, p. 40)

Os regimes próprios de previdência social dos servidores públicos da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, dos militares dos Estados e do Distrito Federal foram instituídos pela Lei 9.717/98 e devem ser organizados, baseados em normas gerais de contabilidade e atuária, de modo a garantir o seu equilíbrio financeiro e atuarial (BRASIL, 1998). O objetivo principal dos RPPS é garantir os benefícios dos seus segurados através de seu equilíbrio financeiro e atuarial. Por isso, conforme o artigo 12 da portaria MF 464/2018, cada ente e pode ser financiado das seguintes maneiras:

[...] Os entes federativos poderão adotar os seguintes regimes para apuração dos compromissos e determinação dos custos do plano de benefícios do RPPS, como fundamento da observância do equilíbrio financeiro e atuarial:

I - regime financeiro de capitalização;

II - regime financeiro de repartição de capitais de cobertura; e

III - regime financeiro de repartição simples.

Normalmente os RPPS são estruturados no regime de capitalização que se busca constituir, durante a fase contributiva, as reservas suficientes para o pagamento integral do benefício, a partir de sua concessão. O regime de repartição simples, também denominado regime orçamentário ou regime de caixa, não há preocupação com a formação de reservas, mas apenas de financiamento dos benefícios que estão sendo pagos naquele momento. É adotado em caso de segregação de massa que conforme o artigo 56 da portaria MF 464/2018 informa que poderá ser implementada a segregação da massa dos beneficiários do RPPS, divididos entre o Fundo em Repartição (Plano Financeiro) e o Fundo em Capitalização (Plano Previdenciário), para o equacionamento do déficit do regime (NOGUEIRA, 2012).

2.2. Gestão De Investimentos Dos RPPS

Há dois modelos de gestão que o RPPS pode ter e o mesmo deve ser apontado na política de investimentos que conforme a MPS 519 de 2011, sendo eles:

[...] I - Gestão por entidade autorizada e credenciada: quando o RPPS realiza a execução da política de investimentos de sua carteira por intermédio de entidade contratada para essa finalidade, cabendo a esta as decisões sobre as alocações dos recursos, respeitados os parâmetros da legislação. (Incluído pela Portaria MPS nº 440, de 09/10/2013)

II - Gestão própria: quando o RPPS realiza diretamente a execução da política de investimentos de sua carteira, decidindo sobre as alocações dos recursos, respeitados os parâmetros da legislação. (Incluído pela Portaria MPS nº 440, de 09/10/2013)

No caso da gestão própria, o responsável pela gestão deve ser pessoa física vinculada ao ente federativo ou unidade gestora do regime, na condição de servidor público de cargo efetivo ou comissionado de livre exoneração, o mesmo deve ser nomeado oficialmente o órgão competente para a função por lei (MPS, 2011)

A Lei n 9.717, em seu Art. 6, inciso IV, define que a aplicação dos recursos dos RPPS deve ser conforme estabelecido pelo Conselho Monetário Nacional -CMN. Por meio da Resolução 3.922 de 2010 e com as alterações introduzidas pela resolução CMN 4695/2018, cujas disposições determinam que os recursos sejam aplicados nos segmentos de renda fixa, renda variável, estruturados e investimentos no exterior. A presente legislação inclui o contexto de níveis de governança, conforme mostrado na Tabela 1 e à medida que vão alcançando níveis maiores é proporcionado uma maior exposição em ativos com maior risco atrelado, como exemplo o segmento de renda variável que a medida que sobe o nível a um acréscimo de 5% no limite desse segmento.

Tabela 1 - Limites da Resolução CMN 3922/2010

LIMITES DA RESOLUÇÃO CMN 3922/2010			Limite PL RPPS								Limite PL do Fundo		
TIPOS DE ATIVOS			Nível I		Nível II		Nível III		Nível IV				
RENTA FIXA	TÍTULOS PÚBLICOS	Títulos Públicos de emissão do TN (SELIC)	100%	100%		100%		100%		100%			
		Operações compromissadas	5%	5%		5%		5%		5%			
	FUNDO DE INVESTIMENTO	Fundos 100% Títulos Públicos		100%		100%		100%		100%			15%
		Fundos de índices carteira 100% Títulos Públicos		100%									
		Fundos referenciados em indicadores RF*		60%		65%		70%		75%		80%	
		Fundos de índices (ETF) em indicadores títulos		40%		45%		50%		55%		60%	
		Fundos Renda fixa em geral*		5%		10%		15%		20%		25%	
		Fundos de índices (ETF) - quaisquer indicadores		5%	15%	20%	15%	25%	30%	20%	35%	5%	
		FIDCs - Aberto ou Fechado- Cota Sênior**		5%	10%	5%	10%	15%	10%	15%	20%		
		Fundos de debêntures de infraestrutura		5%	5%	10%	15%	15%	20%	20%			
	CDB ou Poupança nos limites garantidos pelo FGC		15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%				
	Letra Imobiliária Garantida - LIG		20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%				
RENTA VARIÁVEL	FUNDO DE INVESTIMENTO	Fundo de Ações - Índices c/ no mínimo 50 ações*	30%	35%		40%		45%		50%		15%	
		ETF (Índices c/ no mínimo 50 ações)		25%		30%		35%		40%			
		Fundos de Ações em geral*	20%										
			ETF (Índices em geral)		30%	35%	40%	45%	50%	50%	20%		
			Fundos Multimercado*	10%	10%	10%	10%	10%	15%	15%	20%		
			FIPs (que atendam requisitos governança)* ** ***	5%	5%	20%	5%	20%	10%	20%	15%	5%	
			FI Ações - Mercado de Acesso	5%	5%		5%		10%		15%		
	Fundo Imobiliário ** ****	5%	5%		10%		15%		20%				
EXTERIOR	FUNDO	FIC e FIC FI - Renda Fixa - Dívida Externa											
		FIC - Aberto - Investimento no Exterior	10%		10%		10%		10%		10%		
		Fundos de Ações - BDR Nível I											

* Ativos crédito privado emitidos por instituição financeira ou sociedades abertas ou cotas sênior de FIDC, não pode investir exterior
 ** Gestor já tenha feito 10 ofertas públicas encerradas e liquidadas, que os RPPS participem somente até 50% do total cotas
 *** Avaliação empresa independente; tx performance após devolução capital; gestor participe c/ 5% e que já realizou nos últimos 10 anos, desinvestimento de 3 dias
 **** Limites de 5% do PL do RPPS e de 5% do PL do fundo não se aplica para cotas integralizadas por imóveis
 Limite válido para todos os fundos: recursos dos RPPS devem corresponder até 20% do PL do fundo
 Os total de recursos de um RPPS deve corresponder no máximo a 5% do total de recursos da gestora ou administradora de carteira.
 Os RPPS somente poderão aplicar seus recursos em fundos de investimento em que figurarem, como administradora OU gestora, instituições autorizadas a funcionar pelo Banco Central do Brasil obrigadas a instituir comitê de auditoria e comitê de riscos, nos termos das Resoluções CMN nº 3.198, de 2004, e nº 4557, de 2017

Fonte: Secretaria de Previdência Social, Regimes Próprios de Previdência Social, Investimentos dos RPPS¹.

Esses limites devem ser respeitados na Política de Investimentos dos RPPS que no Art. 4 da Resolução CMN 3922/2010 define que os responsáveis pela gestão do RPPS. Antes do exercício a que se referir, deverão definir a política anual de aplicação dos recursos. Os níveis de governança citados são embasados no já mencionado, programa de certificação institucional e modernização da gestão dos RPPS intitulado de Pró-gestão RPPS criado na Portaria do MPS nº 185, de 14 de maio de 2015 que no seu Art. 2º expressa:

[...] O Pró-Gestão RPPS tem por objetivo incentivar os Regimes Próprios de Previdência Social - RPPS a adotarem melhores práticas de gestão previdenciária, que proporcionem maior controle dos seus ativos e passivos e mais transparência no relacionamento com os segurados e a sociedade.

¹ Disponível em: <https://www.gov.br/trabalho-e-previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-no-servico-publico/investimentos-do-rpps/arquivos/2018/tabela-novos-limites-resolucao-4695.pdf>

Além dessa certificação aumentar o nível de exposição a ativos de maior risco, Conforme a Portaria MPS nº 519 de 2011 em seu Artigo 6-A parágrafo IV, elenca como um dos requisitos que um RPPS seja classificado como investidor qualificado é ter aderido ao programa e obtido qualquer nível de certificação:

Art. 6º-A Será considerado investidor qualificado, para os fins da normatização estabelecida pela CVM, o RPPS que atenda cumulativamente aos seguintes requisitos: (Incluído pela Portaria MPS nº 300, de 03/07/2015) [...]

[...] IV - tenha aderido ao Programa de Certificação Institucional e Modernização da Gestão dos Regimes Próprios de Previdência Social da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios - "Pró-Gestão RPPS", instituído pela Portaria MPS nº 185, de 14 de maio de 2015, e obtido certificação institucional em um dos níveis de aderência nela estabelecidos. (Incluído pela Portaria MPS nº 300, de 03/07/2015)

2.3. Meta de Rentabilidade Dos RPPS

Definida pela política anual de investimentos do RPPS a meta atuarial corresponde a rentabilidade mínima que os investimentos de um fundo necessitam atingir para arcar com os compromissos assumidos. A composição da meta atuarial é feita por um índice de inflação, somado aos juros atuariais (TRINTINALIA; SERRA, 2017). Por exemplo, IPCA + 5% ao ano, ou seja, estima-se que em um ano os investimentos tenham rentabilidade de 5% acima da inflação.

De acordo com FERREIRA et al. (2010) o custeio dos benefícios futuros dos servidores públicos participantes do plano previdenciário de um RPPS só estará garantido com a sustentabilidade do sistema de forma constante, quando alcançar minimamente a meta atuarial.

A taxa de juros real anual utilizada pelo atuário do RPPS como taxa de desconto para apuração do valor presente de benefícios e contribuições do RPPS. No Art. 26 da Portaria nº 464/2018 determina sobre a definição:

[...] A taxa de juros real anual a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições do RPPS deverá ter, como limite máximo, o menor percentual dentre os seguintes:

I - do valor esperado da rentabilidade futura dos investimentos dos ativos garantidores do RPPS, conforme meta prevista na política anual de investimentos aprovada pelo conselho deliberativo do regime; e
II - da taxa de juros parâmetro cujo ponto da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média seja o mais próximo à duração do passivo do RPPS [...]

§ 2º Os critérios e metodologias para cálculo da duração do passivo e da taxa de juros parâmetro serão definidos em instrução normativa da Secretaria de Previdência, que divulgará, anualmente, a Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média a ser utilizada para fins de definição da taxa de juros parâmetro. [...]

Anualmente a Secretaria de Previdência divulga a tabela com a apuração da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média, contendo: os pontos da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média em anos, a taxa de juros parâmetro em percentual anual correspondente a cada ponto. O atuário através do cálculo da duração do passivo verifica na tabela qual taxa o RPPS deve adotar (BRASIL, 2018).

De acordo parágrafo 3 do Art. 26 da Portaria MF nº 464/2018 é possível utilizar uma meta de rentabilidade maior do que a taxa de juros parâmetro desde de que comprove a adequação dessa taxa através de um estudo técnico:

§ 3º Caso a meta de rentabilidade definida pela política anual de investimentos do RPPS seja superior à taxa de juros parâmetro, para sua utilização como hipótese de taxa real de juros na avaliação atuarial deverá ser, previamente, apresentado à Secretaria de Previdência estudo técnico que demonstre a adequação e a aderência dessa taxa ao perfil da carteira de investimentos do RPPS, conforme critérios estabelecidos na instrução normativa mencionada no § 2º.

Antes da chegada da Portaria MF nº 464/2018 a portaria MPS 403 no seu artigo 9º definia a meta atuarial máxima a taxa real de 6% (seis por cento) ao ano. Era vedada a utilização de eventual perspectiva de ganho real superior a este limite como fundamento para cobertura de déficit atuarial.

2.4. Modelo De Seleção De Carteira De Markowitz

As técnicas que permitem a um investidor encontrar o portfólio com o maior retorno esperado para qualquer nível de desvio padrão (ou volatilidade), foram desenvolvidos em um artigo, "Seleção de portfólio", publicado no Journal of Finance em 1952 por Harry Markowitz. A abordagem de Markowitz se tornou um dos principais métodos de otimização de portfólio e base para a Moderna Teoria de Finanças usados no mercado financeiro. Em reconhecimento por sua contribuição, Markowitz recebeu o Prêmio Nobel em Economia em 1990 (BERK, 2014). Foi o primeiro trabalho formal sobre seleção de carteira inserindo os princípios da diversificação com forte embasamento matemático.(CASTRO, 2014)

Este mesmo trabalho trouxe uma abordagem diferente, que afirma que o risco de uma carteira de investimentos não se concede apenas pela média do risco de seus ativos. Mas também, por uma média ponderada de cada ativo, em relação ao seu peso na carteira e a covariância dos ativos que a integram. Portanto, relacionando-se ativos com correlação baixa ou covariância inversa é possível reduzir o risco da carteira, bem como os retornos obtidos pela carteira são resultado da média ponderada das opções investidas (ASSAF NETO, 2014).

O método desenvolvido por Markowitz considera um modelo matemático de programação quadrática, segmento da pesquisa operacional, que torna possível a otimização de uma determinada função objetivo no sentido requerido. A modelagem apresentada em "Seleção de portfólio" (MARKOWITZ, 1952), toma como base os pilares fundamentais representados no conjunto de equações abaixo:

$$E = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (1)$$

Em que:

E = retorno esperado da carteira

n = número de ativos componentes da carteira

w_i = peso do ativo i na carteira

μ_i = retorno médio do ativo i .

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

Em que:

V = variância da carteira

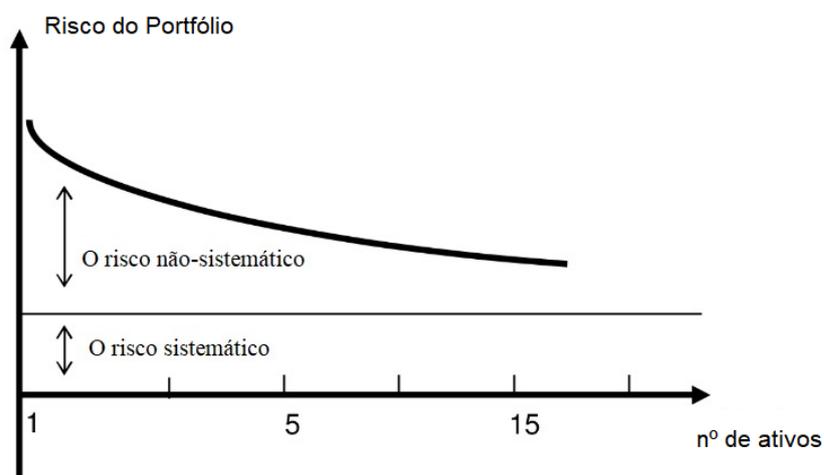
n = número de ativos componentes da carteira

w_i, w_j = peso do ativo i e do ativo j na carteira

σ_{ij} = covariância do ativo i com ativo j .

É importante entender que apesar da possibilidade de diversificação para a composição de um portfólio de investimentos, não é possível eliminar o risco generalizado ao mercado, também chamado de risco sistemático, conforme ilustrado na Figura 1. O risco que há a possibilidade de ser mitigado através da variação no número de ativos é chamado de risco não-sistemático (Casarotto e Kopittke 2010).

Figura 1 - Risco sistemático e não-sistemático



Fonte: Adaptado de Casarotto Filho e Kopittke, 2010

2.4.1. Premissas Do Modelo De Markowitz

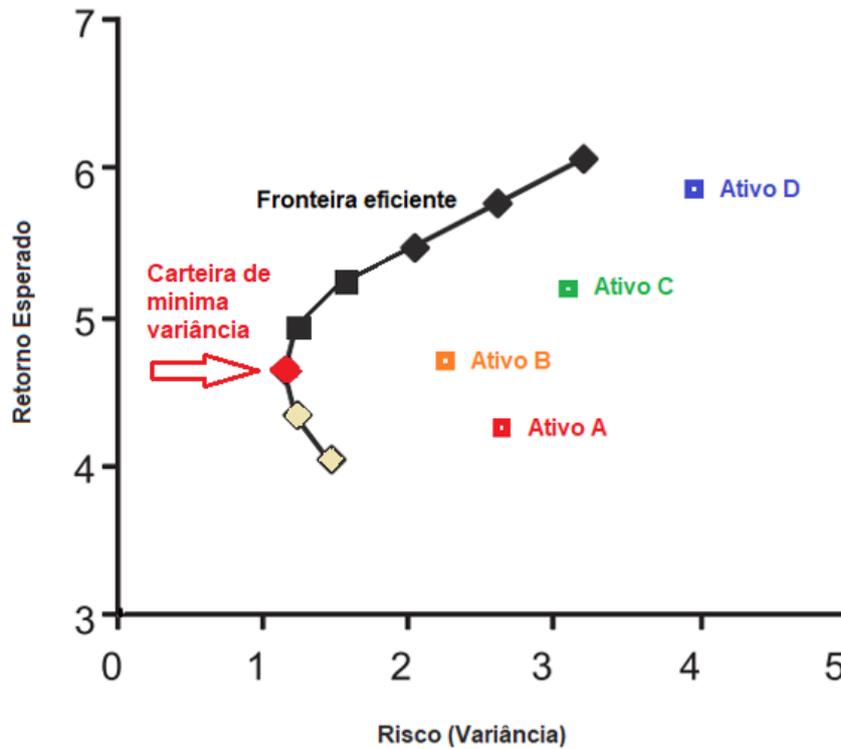
Para montar o seu modelo de programação, (Markowitz, 1952), precisou adotar algumas premissas. Dentre as premissas que fundamentam todo o processo podem ser destacadas:

- a) Investidores desejam maximizar os retornos de seu conjunto total de investimentos para um dado nível de risco.
- b) Investidores são avessos a risco. Diante de uma opção entre dois ativos com taxas iguais de retorno, será escolhido o com menor risco.
- c) Espera-se, portanto, uma relação positiva entre as taxas de retorno de vários ativos e suas medidas de risco.
- d) Investidores estimam o risco da carteira com base na variabilidade dos retornos esperados;
- e) Apenas o retorno e o risco esperados influenciam as decisões dos investidores, de modo que suas curvas de utilidade são uma função apenas do retorno esperado e da variância desejada.

2.4.2. Fronteira Eficiente

Com ativos combinados, surge o conceito de eficiência em investimentos. Uma carteira será considerada eficiente se nenhuma outra oferecer retornos esperados maiores, considerando o mesmo ou menor risco (Markowitz, 1952). Por meio da construção de curvas decorrentes das diferentes combinações de ativos e de seus pesos, é possível demonstrar qual seria a carteira com o maior retorno para um mesmo nível de risco de forma gráfica, conforme Figura 2:

Figura 2 - Fronteira eficiente proposta por Markowitz



Fonte: Adaptado de Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2010).

Como pode ser visto na Figura 2, de modo que o ativo se localiza mais à direita ele assume maior nível de risco e quanto mais acima maior o nível de retorno e vice versa. O Ativo D por exemplo é o que tem maior nível de retorno, pois está acima de todos outros ativos, no entanto ele também possui maior nível de risco pois também está mais à direita que todos.

Há diversas possibilidades de combinações de carteira com esses quatro ativos, no entanto, as combinações que se encontra na fronteira eficiente são aquelas que para um certo nível de retorno não há outra combinação que tenha um risco menor. Essa fronteira está representada pelos pontos em preto acima da carteira de mínima variância.

3. METODOLOGIA

A seguir estão evidenciados os aspectos metodológicos necessários para o desenvolvimento deste trabalho, os linhas de código feitos no software-R juntamente com os arquivos utilizados da base de dados estão disponíveis na plataforma GitHub através do link: github.com/antoniossn/TCC_2021

3.1. Base De Dados

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi obtida a base de dados junto à empresa Quantum. Esta base é composta por cotações diárias, do período compreendido entre 31 de dezembro de 2010 a 31 de dezembro de 2020.

Foram escolhidos quinze dos principais índices de referência que são utilizados como *benchmark* para os produtos de investimentos disponíveis para os RPPS presentes na Tabela 2:

Tabela 2 - Grupos dos índices de referência utilizados na otimização

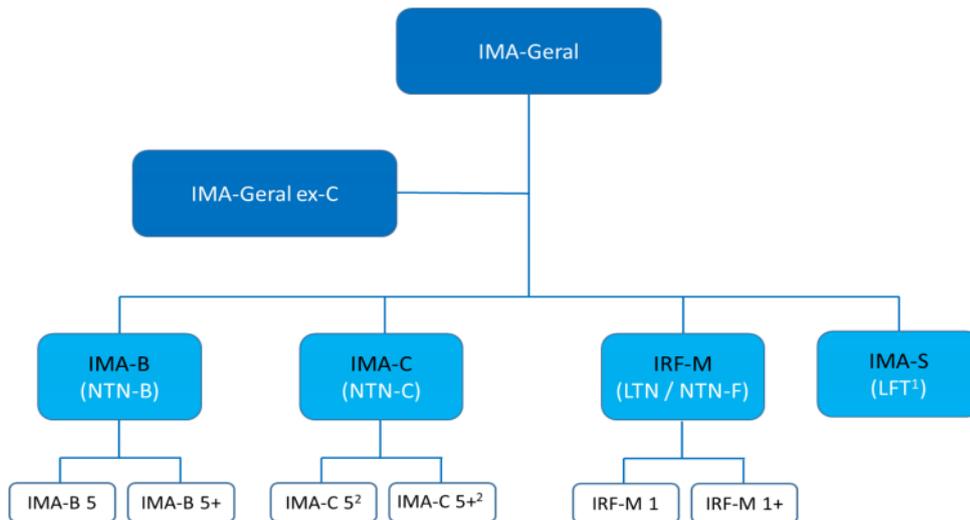
Grupo Renda Fixa Geral	Grupo Renda Fixa 100% TPF	Grupo Renda Variável	Grupo Investimento no Exterior
1. CDI	3. IMA-Geral	10. IBOVESPA	13. BDRX
2. IPCA	4. IRF-M	11. IDIV	14. S&P500
	5. IRF-M 1	12. SMLL	15. MSCI World
	6. IRF-M 1+		
	7. IMA-B		
	8. IMA-B 5		
	9. IMA-B 5+		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme mostrado na Tabela 2, são 9 do segmento de renda fixa, 3 de renda variável e 3 de investimento no exterior. Sete desses índices fazem parte da família do Índice de Mercado ANBIMA (IMA) que são determinados pelas carteiras teóricas produzidas pela ANBIMA – Associação Brasileira de Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais, sendo eles:

- IMA-Geral representa uma média ponderada entre toda a família de índices IMA.
- IMA-B, representa uma carteira teórica formada por Notas do Tesouro Nacional Série B (NTN-B). (ANBIMA, 2015). NTN-B é um título que possui uma rentabilidade relacionada à variação da inflação, medida pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), mais os juros definidos no momento da compra. (TesouroDireto, 2017).
- IRF-M, formado por títulos públicos prefixados, que são as LTNs (Letras do Tesouro Nacional ou Tesouro Prefixado) e NTN-Fs (Notas do Tesouro Nacional – Série F ou Tesouro Prefixado com Juros Semestrais). As LTNs, são títulos pré-fixados, ou seja, significa que possuem rentabilidade definida no momento da compra. Ao comprar esse título, você faz a aplicação e recebe o valor de face, que é o valor investido somado à rentabilidade contratada, na sua data de vencimento. As NTN-Fs diferente da LTNs, você recebe parte dos rendimentos ao longo do período de investimento, por meio de cupons semestrais de juros, e na data de vencimento do título, quando acontecerá o resgate do valor de face, você também receberá o pagamento do último cupom de juros. (TesouroDireto, 2017). Conforme a Figura 3, há uma divisão, isto é, subíndices pelo prazo das carteiras dos mesmos, dos índices IRF-M e do IMA-B, adotam-se os seguintes critérios:
 - IRF-M 1+, contém os títulos com prazo para o vencimento igual ou superior a um ano;
 - IRF-M 1, contém os títulos com prazo para o vencimento inferior a um ano;
 - IMA-B 5, contém os títulos com prazo para o vencimento inferior a cinco anos e os títulos;
 - IMA-B 5+, contém os títulos com prazo para o vencimento igual ou superior a cinco anos.

Figura 3 - Diagrama de divisão dos índices de mercado Anbima



Fonte: ANBIMA. Metodologia IMA. Índice de Mercado Anbima. Abril de 2019.

- Certificado de Depósito Interbancário (CDI) que a taxa média de juros para empréstimos interbancários, e os empréstimos são feitos entre instituições bancárias brasileiras diariamente. Esses empréstimos de curtíssimo prazo, com duração de apenas um dia, são feitos com frequência para evitar que qualquer banco termine o dia com caixa negativo, respeitando assim a supervisão do banco central. Por ser a taxa média de juros dos empréstimos interfinanceiros, o CDI costuma acompanhar de perto a variação das taxas de juros Selic.
- IBOVESPA, índice mais relevante do mercado de ações brasileiro que representa uma carteira teórica formada com as ações de maior negociabilidade e representatividade, promovendo desta forma, um favorecimento a presença de ações que sejam objeto de várias negociações e não necessariamente as melhores empresas do mercado (B3, 2015).
- IDIV, tem em sua carteira teórica ações geradoras de valor através do pagamento de dividendos. Para isso, em sua composição são relacionadas somente as ações que apresentaram as maiores taxas de pagamento de dividendos nos últimos 36 meses (BM&FBOVESPA, 2018).
- SMLL, representa uma carteira teórica contendo as principais small caps do mercado, isto é, empresas de menor capitalização da bolsa de valores brasileira, a B3 para

compor o índice, os ativos devem estar fora da lista dos que representam 85% do valor de mercado de todas as empresas na B3. Contudo, o ativo deve estar entre os 99% mais negociados na bolsa (B3, 2020).

- BDRX, representa uma carteira teórica de ativos, que mede o desempenho médio dos Brazilian Depositary Receipts (BDR) não patrocinados, que são certificados que representam ações emitidas por empresas em outros países, mas que são negociados no pregão da bolsa de valores brasileira (B3, 2021).
- S&P500, representa o índice de mercado de ações que reúne as 500 maiores empresas do mundo listadas e registradas nas principais bolsas de valores dos Estados Unidos, a Bolsa de Valores de Nova York e a Nasdaq. O objetivo é representar empresas líderes em diversos setores ao redor do mundo. É consenso da comunidade financeira usá-lo como uma medida do desempenho médio do mercado de ações dos Estados Unidos (S&P Dow Jones Índices, 2021).
- MSCI World, captura representação de grande e média capitalização em 23 países de Mercados Desenvolvidos, uma abordagem abrangente e consistente para construção de índice que permite visões globais (MSCI, 2021).

3.2. Processo De Otimização

O processo de otimização foi feito através do pacote fPortfolio do Software R utilizando o solver, quadprog que é um resolvidor de programação quadrática, no qual foi definido o objetivo de minimizar a variância da carteira composta pelos índices de referência com base no histórico de retornos diários, dos últimos doze meses em cada ano da seguinte forma:

$$\text{Min } V = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^{15} w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^{15} w_i = 1, \quad w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (2)$$

$$w_{10}, w_{11}, w_{12} \leq 0,20 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^2 w_i \leq 0,40 \quad (4)$$

$$\sum_{i=10}^{12} w_i \leq 0,30 \quad (5)$$

$$\sum_{i=13}^{15} w_i \leq 0,10 \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{15} w_i \mu_i = IPCA + 6\% \quad (7)$$

Onde: (1) é a função objetivo que busca minimizar a variância da carteira representada pelo somatório duplo dos 15 índices, cujo elemento σ_{ij} representa a covariância entre os índices i, j quando $i \neq j$ e variância para $i = j$. w_i representa o peso do índice i , w_j representa o peso do índice j .

A restrição (2) garante que os pesos não sejam menores que zero, ou seja, apenas posições compradas para todo índice, e que a soma deles seja igual a 1 ou 100%.

As restrições (3)-(6) são limites da legislação que foram apresentados na Tabela 1 sem aderência de nenhum nível do Pro-gestão, onde (3) garante que os índices, IBOVESPA, IDIV e SMLL, não podem ter um peso maior do que 20% e (5) que a soma dos mesmos que são o grupo de renda variável não pode ser maior do que 30%, (4) garante que a soma do peso do grupo renda fixa geral não exceda 40%, (6) assegura que a soma do peso do grupo investimento no exterior não ultrapasse 10%.

A restrição (7) certifica que retorno esperado da carteira seja igual a meta atuarial da MPS 403 que é IPCA+6% do mesmo período da base histórica, caso os dados históricos não tenham uma combinação que alcance é escolhido o portfólio de maior retorno esperado da fronteira. Dado que na ótica de Markowitz quanto mais retorno mais risco a ideia a priori dessa metodologia é buscar atingir a meta atuarial com menor risco possível.

Esse processo é refeito a cada doze meses, em outras palavras a carteira passa por um rebalanceamento a cada ano, buscando replicar como é normalmente

a formulação da política anual de investimentos dos RPPS, desse modo serão retornadas 9 carteiras ótimas para os anos de 2012 a 2020.

4. RESULTADOS

4.1. Estatística Descritiva Das Carteiras Ótimas

A Tabela 3 mostra o desvio padrão das carteiras ótimas para cada nível de retorno esperado e o IPCA+6% utilizado na restrição do retorno esperado da carteira conforme foi estabelecido na seção 3.2.

Tabela 3 - Desvio padrão das carteiras para cada nível de retorno

Carteira	E(c) a.a	Dp(c) a.a	IPCA+6% (12M)
2012	12,87%	0,94%	12,87%
2013	12,16%	1,05%	12,16%
2014	10,45%	1,12%	12,22%
2015	12,82%	2,23%	12,82%
2016	17,26%	2,66%	17,26%
2017	12,64%	0,22%	12,64%
2018	9,05%	0,29%	9,05%
2019	9,92%	2,26%	9,92%
2020	10,59%	1,15%	10,59%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na segunda coluna em comparação com a última coluna que é o IPCA + 6% para cada ano utilizado como parâmetro é observado que a única carteira que não chegou ao parâmetro foi a carteira de 2014 em virtude dados históricos e do período não ter uma combinação que alcançasse o retorno parâmetro e assim foi selecionado a combinação com maior retorno de 10,45% a.a. Na coluna 3 os desvios padrões

baixos, ou seja, indicando carteiras bastante conservadoras, não passando dos 3%. De nível de risco.

4.2. Composição Das Carteiras Ótimas

A tabela 4 confirmou o que já apontava a tabela 3 que seriam composições conservadoras. Nenhuma das carteiras tem posições significativas em renda variável ou quando tem são muito baixas, como 2013 e 2020 que têm a maior posição desse segmento sendo 1,74%. As únicas carteiras com nível de risco acima de 2% a.a. são as de 2015, 2016, 2019 devido as posições consideráveis em investimento no exterior. Posições expressivas em IRF-M1 que é um dos índices mais conservadores da base.

Tabela 4 - Composição das carteiras ótimas (%)

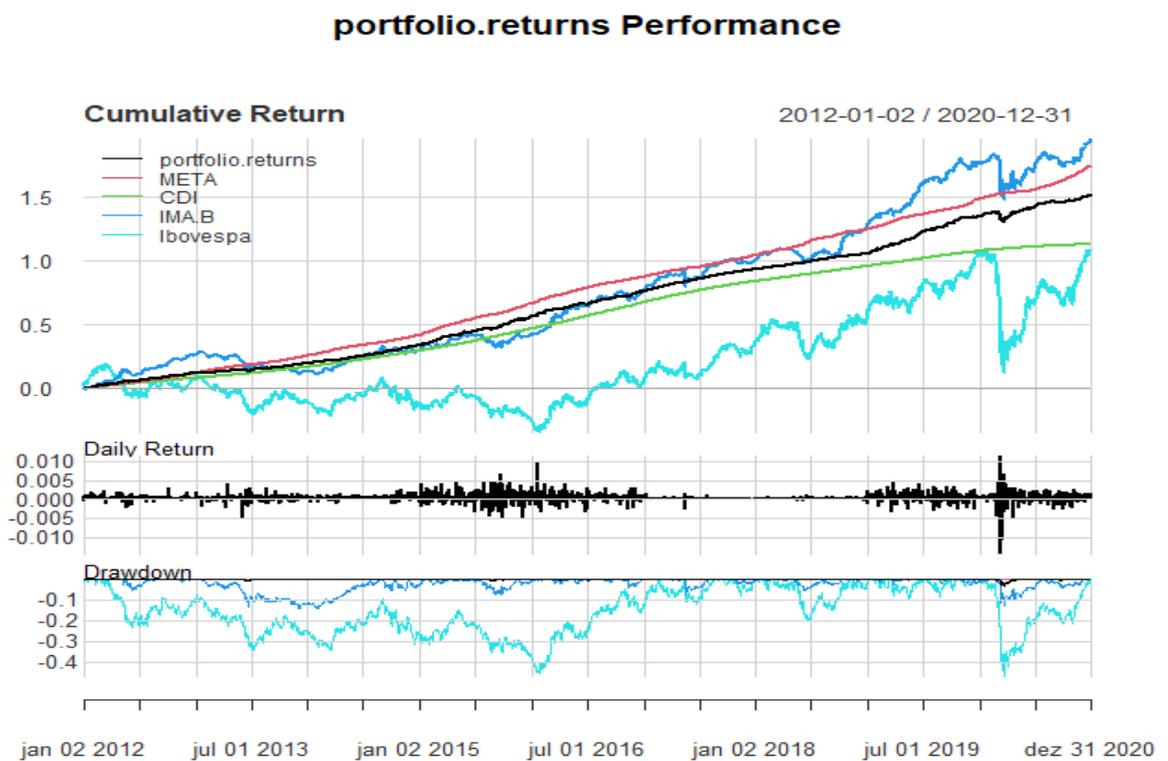
Carteira	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
CDI	0,00	0,00	40,00	40,00	13,37	27,64	18,34	0,00	0,00
IPCA	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,36	21,66	0,00	0,00
IMA-Geral	0,00	3,57	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	74,07	0,00
IMA.B	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,82
IMA.B.5	33,78	30,13	0,00	24,65	76,63	0,00	0,00	0,00	18,88
IMA.B.5+	0,00	0,00	0,00	14,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IRF.M	0,00	1,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IRF.M.1	65,38	60,56	53,09	10,61	0,00	59,87	57,72	8,42	66,55
IRF.M.1+	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,80	0,00
SMLL	0,00	0,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,74
S.P.500	0,84	0,00	2,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
BDRX	0,00	3,84	3,51	10,00	10,00	0,13	0,97	8,70	2,91
MSCI.W.	0,00	0,00	1,25	0,00	0,00	0,00	1,31	0,00	2,09

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3. Desempenho Da Estratégia

Para comparação do desempenho da estratégia além da meta atuarial também foram colocados alguns *benchmarks* que estão presentes na base de índices utilizados na metodologia deste trabalho, sendo eles, CDI, IMA-B e o IBOVESPA. Como é exposto na Figura 4:

Figura 4 - Gráfico de Rentabilidade Acumulada no período de 01/2012 a 12/2020.



Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme demonstra a Tabela 5, no ano de 2012, a carteira atingiu a meta atuarial atingindo 100,17% e tendo uma performance acertado pra o que é proposto pela metodologia, ficou acima do CDI e IBOVESPA, ficando abaixo apenas do IMA-B. Porém isso não se repetiu em 2013, onde a carteira teve um resultado bem desfavorável atingindo apenas 55,98% da meta, mas foi bastante superior ao IMA-B e o IBOVESPA que tiveram um retorno negativo respectivamente, -10,32% e -17,65%. Em 2014 e 2015 não alcança a meta atuarial, mas fica bem próximo atingindo respectivamente os 91,29% e 95,93% da meta. 2016 e 2017 novamente se tem um resultado compatível pra o que se propõe a estratégia, atingindo respectivamente 100,99% e 108,26%, porém, 2016 mesmo que atingindo a meta fica abaixo dos outros benchmarks inclusive do CDI. 2018 a carteira fica a abaixo de todos os benchmarks tendo e alcança apenas 62% da meta. 2019 foi o melhor desempenho em relação a ganho acima da meta, mas novamente ficando abaixo do IMA-B e IBOVESPA. Por fim 2020 um ano de pandemia e taxa de juros com menor patamar histórico de 2% a carteira fica bem abaixo da meta, porém supera todos os outros *benchmarks*. No período total, a carteira atinge 86,37% da meta atuarial, mas ficando acima do IBOVESPA e CDI.

Tabela 5 - Ganho Acumulado ano a ano da Carteira Ótima / Benchmarks (%)

Carteira/ Benchmarks	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	Total
CDI	8,40	8,04	10,81	13,24	14,00	9,93	6,42	5,96	2,76	113,39
IMA-B	26,68	-10,32	14,54	8,88	24,81	12,79	13,06	22,95	6,41	195,04
IBOVESPA	7,40	-17,65	-2,91	-13,31	38,94	26,86	15,03	31,58	2,92	104,35
Carteira Ótima	12,18	6,84	11,70	16,56	12,76	9,80	6,20	14,42	7,12	151,49
META (IPCA+6%)	12,16	12,22	12,82	17,26	12,64	9,05	9,92	10,59	10,76	175,39
Atingimento da META	100,17	55,98	91,29	95,93	100,99	108,26	62,46	136,20	66,17	86,37

Fonte: Elaborado pelo autor

5. CONCLUSÃO

Em linhas gerais, é possível concluir, que o fato de o modelo ter o objetivo de minimizar a variância da carteira, o nível de retorno utilizado como restrição formou carteiras bastante conservadoras com posições expressivas em índices como o IRF-M1, CDI, não tendo nenhuma posição significativa em nenhum índice de Renda Variável para nenhuma das carteiras. As únicas carteiras que tiveram a inclusão desses índices foram 2013 e 2020 em respectivamente: 0,75% e 1,74%.

O trabalho fica limitado principalmente em relação a não captar mudanças de cenário, particularmente com relação a cortes na taxa básica de juros no decorrer do ano fazendo com que os retornos esperados dos ativos de renda fixa não sejam mais os mesmos do momento que foi feita a otimização, pois esse processo só será refeito no início do próximo ano. A metodologia atravessou um período de cortes expressivos, na taxa básica de juros partindo de 14,25% a.a. em 2016 e chegando ao patamar de 2% a.a. em 2020, deixando assim a metodologia instável.

CASTRO (2014) também utilizou a restrição no retorno esperado da carteira ótima ser igual a meta atuarial de IPCA+6% da base utilizada na mesma, no entanto, a metodologia é aplicada em um período de estagnação da taxa básica de juros e também o processo de otimização é refeito trimestralmente, a mesma teve um resultado positivo frente à meta atuarial no período de 2009 a 2013.

Índices como o IMA-B têm a vantagem de mitigar o risco da inflação e esse tipo de investimento se mostrou satisfatório no batimento da meta no período analisado, tendo 195,4% contra 175,39% da meta. No entanto, a estratégia teve uma volatilidade consideravelmente menor e talvez a volatilidade do IMA-B não seja aceitável para o orçamento de risco de alguns gestores e nesses casos talvez a estratégia faça sentido.

Neste contexto, este estudo contribui, com informações sobre esse tipo de metodologia, cujo resultado não se mostrou eficaz no longo prazo, apenas em algumas janelas em relação ao batimento da meta atuarial, mas foi suficiente para superar o CDI e IBOVESPA em todo o período.

A partir deste trabalho, outras metodologias poderão ser desenvolvidas, como por exemplo: utilizar o mesmo método só mudando o intervalo de rebalanceamento ou seja, um intervalo menor de tempo por exemplo, trimestral ou mensalmente. Deste modo, tentando aproveitar as mudanças de cenário de curto-prazo.

Utilizar a expectativa de inflação do relatório FOCUS na meta do retorno esperado da carteira; Aumento na restrição do investimento no exterior, já que em algumas janelas chegou ao limite da alocação.

Associar outras técnicas como por exemplo, ao invés do objetivo ser minimizar variância ser maximizar retorno esperado com restrição em uma variável de perda como Value at Risk (VaR) e Conditional Value at Risk (CVaR).

REFERENCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. Mercado Financeiro. São Paulo: Atlas, 2006.

ASSAF NETO, Alexandre. Finanças corporativas e valor. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

ANBIMA. Metodologia IMA. Índice de Mercado Anbima. Abril de 2019. Disponível em:<https://www.anbima.com.br/data/files/C5/76/5F/D5/3AD0A6101AFEAE9678A80AC2/Metodologia_IMA_fechamento_1_.pdf>. Acesso em: 24 de Junho de 2021.

BERK, Jonathan B.;DEMARZO, Peter. Corporate finance. 3rd ed. Pearson, 2014.

BERTUCCI, L. A.; SOUZA, F. H. R. de; FÉLIX, L. F. F. Gerenciamento de risco de fundos de pensão no Brasil: alocação estratégica ou simples foco na meta atuarial? Revista Economia & Gestão, Belo Horizonte, v. 6, n. 13, 2006.

BRASIL, CMN, Resolução Nº 4.695, DE 27 DE Novembro de 2018 Disponível em:<https://www.gov.br/previdencia/pt-br/images/2018/12/Resolucao-No-4695a_2018.pdf> Acesso em: 14 outubro. 2020.

BRASIL, LEI Nº 9.717, DE 27 DE NOVEMBRO DE 1998. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9717.htm>. Acesso em: 14 outubro. 2020.

BRASIL, SPREV, Portaria nº464, de 19 de novembro de 2018. Disponível em: <<http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/11/PORTARIA-MF-no-464-de-19nov2018-publicada.pdf>>. Acesso em: 09 outubro. 2020.

BRASIL, SPREV, Portaria nº403, DE 10 de dezembro de 2008. Disponível em: <<http://www.antigo.previdencia.gov.br/wp-content/uploads/2016/07/PORTARIA-403.pdf>> . Acesso em: 10 outubro. 2020

BRASIL, SPREV, Portaria Nº 519, DE 24 DE AGOSTO DE 2011. Disponível em: <<http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/01/PORTARIA-MPS-n%C2%BA-519-de-24ago2011-atualizada-at%C3%A9-02jan2018.pdf>> Acesso em: 14 outubro. 2020.

BRASIL, SPREV, PORTARIA Nº 185, DE 14 DE MAIO DE 2015. Disponível em: <<http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/01/PORTARIA-MPS-n%C2%BA-185-de-14maio2015-atualizada-at%C3%A9-02jan2018.pdf>> Acesso em: 14 outubro. 2020.

BRASIL, SPREV, INSTRUÇÃO NORMATIVA SPREV Nº 2, DE 21 DE DEZEMBRO DE 2018 Disponível em: < <http://sa.previdencia.gov.br/site/2019/01/IN-SPREV-02-de-2018.pdf>> Acesso em: 14 outubro. 2020.

BRASIL, SPREV, MANUAL Manual do Pró-Gestão RPPS - Versão 3.2, DE 18 DE ABRIL DE 2021 Disponível em: <<https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-no-servico-publico/pro-gestao-rpps-certificacao-institucional/arquivos/2020/manual-do-pro-gestao-rpps-versao-3-2-formatada.pdf>> . Acesso em: 12 outubro. 2021

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília. 1988. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm>. Acesso em: 20 de março de 2021.

B3. Metodologia do índice small cap (SMLL), Março de 2020. Disponível em: <http://www.b3.com.br/data/files/4C/70/8E/79/75B217102C51CE07DC0D8AA8/MetodologiaSMLL_PT.pdf>. Acesso em: 24 de Junho de 2021.

BM&FBOVESPA. Metodologia do Índice Dividendos (IDIV), Janeiro de 2018. Disponível em: <http://www.b3.com.br/data/files/15/D0/4D/4A/4E5D061099BE5706790D8AA8/MetodologiaIDIV_PT1.pdf>. Acesso em: 24 de Junho de 2021.

BMF&BOVESPA. Metodologia do Índice Bovespa. Abril de 2015. Disponível em: <<http://www.b3.com.br/data/files/1C/56/F7/D5/96E615107623A41592D828A8/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf>>. Acesso em: 24 de Junho de 2021.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2010). Investimentos (8. ed.). Porto Alegre: AMGH.

BOGONI, N. M.; FERNANDES, F. C. Gestão de risco nas atividades de investimento dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) dos municípios do Estado do Rio Grande do Sul. **REAd. Revista Eletrônica de Administração (Porto Alegre)**, v. 17, n. 1, p. 117–148, 2011.

CASAROTTO FILHO, Nelson; KOPITCKE, Bruno Harmut. Análise de Investimentos: Matemática Financeira, Engenharia Econômica, Tomada de Decisão, Estratégia Empresarial. São Paulo: Atlas, 2010. 411 p.

CASTRO, L. Estratégia de composição de carreira ótima de fundos de investimento para os regimes próprios de previdência social com base na seleção de portfólio de Markowitz. 2014.

DOGNINI, Leandro Lyra Braga. Equilíbrio Previdenciário dos Entes Subnacionais (1º Lugar Prêmio do Tesouro/2019). **CADERNOS DE FINANÇAS PÚBLICAS**, v. 1, n. 01, 2020.

FRANCISCO WILSON FERREIRA DA SILVA, G. M. D. Fatores Determinantes do Resultado Atuarial dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) Municipais Cearenses. **anpad.org.br**, 2020.

FERREIRA, A. H. B.; GIVISIEZ, L. J. V. B.; BESSEGATO, L. F.; JÚNIOR, R. P. N. A alocação de recursos dos regimes próprios de previdência social tem sido eficiente?/Has the allocation of state level pension funds resources been efficient? 2010. 48–73 p.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. The Journal of Finance, Wiley Online Library, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MSCI, MSCI INDEX CALCULATION METHODOLOGY, Mai de 2021. Disponível em: <https://www.msci.com/eqb/methodology/meth_docs/MSCI_IndexCalcMethodology_May2021.pdf>. Acesso em: 29 de Junho de 2021.

NOGUEIRA, N. G. O Equilíbrio financeiro e atuarial dos RPPS: de princípio constitucional a política pública de Estado. Coleção Previdência Social. Brasília: MPS. V.34. 2012.

ROGÉRIO NAGAMINE COSTANZI. Análise da Situação Financeira da Previdência em 2019. downloads.fipe.org.br, p. 32–38, 2020.

ROGÉRIO NAGAMINE COSTANZI et al. Evolução da Despesa do RGPS por Região e Unidade da Federação. v. 32, p. 1–33, 2021.

SANTOS, Maria Neuman; DA SILVA, Ortiz Coelho. REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL (RPPS): UMA ANÁLISE DA SUSTENTABILIDADE DO ITAINPREV NO MUNICÍPIO DE ITAINÓPOLIS-PI EXERCÍCIO DE 2018. REVISTA CIENTÍFICA DA ORDEM DOS ADVOGADOS DO BRASIL SECÇÃO PIAUÍ, p. 142, 2019.

S&P Dow Jones Indices. S&P U.S. Indices Methodology, Junho de 2021. Disponível em: <<https://www.spglobal.com/spdji/en/documents/methodologies/methodology-sp-us-style.pdf>>. Acesso em: 29 de Junho de 2021.

TesouroDireto. Módulo 1 Introdução ao Tesouro Direto, Fev. de 2017. Disponível em: <http://www.tesourodireto.com.br/data/files/1B/A1/EF/35/855FB610FAC28EB6018E28A8/Modulo1_TesouroDireto%20_2017_.pdf>. Acesso em: 24 de Junho de 2021.

TRINTINALIA, C.; SERRA, R. G. Otimização de uma carteira de fundos de investimento disponíveis à aplicação de recursos dos regimes próprios de previdência social (RPPS), conforme a legislação aplicável. Revista Ambiente Contabil, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Departamento de Ciências Contábeis, v. 9, n. 2, p. 277, 2017.

Turlach, Berwin A., and Andreas Weingessel. "quadprog: Functions to solve Quadratic Programming Problems., 2011." R package version 1.5-8. (2019). Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=quadprog>>. Acesso em: 29 de junho de 2021.

Wuertz, D., Setz, T., & Chalabi, Y. Rmetrics Core Team, (2020). fPortfolio: Rmetrics-Portfolio Selection and Optimization. R package version, 3042.83.1. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/fPortfolio>>. Acesso em: 29 de junho de 2021.