



@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

# Utilização do modelo de Murdock para a previsão da trabalhabilidade do concreto

Utilization of Murdock's model to predict concrete's workability

Sara Torres (1); Nilvan Teixeira de Araújo Júnior (1); Victor Estolano (2); Priscilla Basto (2); Antônio Acácio de Melo Neto (3)

- (1) Mestrando(a) em Engenharia Civil, LabTag Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, UFPE
- (2) Doutorando(a) em Engenharia Civil, LabTag Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, UFPE
  - (3) Doutor em Engenharia Civil, Professor Associado, LabTag Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, UFPE

#### Resumo

A trabalhabilidade é uma das principais propriedades do concreto no estado fresco, uma vez que ela interfere na facilidade com que o concreto deve ser misturado, lançado, compactado e acabado. Diante disso, este estudo tem como objetivo avaliar a trabalhabilidade de diferentes tracos de concreto por meio do modelo de Murdock. Este modelo estima o fator de compactação (FC), que depende dos índices de superfície (fs) e angulosidade (fa) dos agregados. A partir do FC é possível prever a trabalhabilidade e correlacioná-la com intervalos de abatimentos de tronco de cone. Os materiais utilizados no programa experimental foram o cimento CP II-F 40 e agregados locais. Foi realizada a caracterização dos agregados por meio de ensaios de massa específica, massa unitária compactada e granulometria. Em seguida, foi realizada a dosagem dos concretos pelo método IPT/USP, onde foi encontrado o teor de argamassa ideal de 47%. Com esses dados, foi possível realizar o cálculo dos índices de angulosidade e de superfície, e por fim foi calculado o fator de compactação. Uma análise foi feita a partir do modelo de Murdock, onde verificou-se que os resultados obtidos por esse modelo não eram compatíveis com os resultados experimentais. Isso pode ter ocorrido devido ao fato de que no estudo original de Murdock, utilizou-se apenas a proporção de agregados de 1:6, enquanto que nesta pesquisa foram utilizadas as proporcões de 1:3, 1:4 e 1:5, Logo, foi proposta uma alteração no valor de uma das constantes da fórmula do FC, onde supôs-se variar essa constante de acordo com a proporção dos agregados (m). Após as alterações propostas, todos os resultados do modelo de Murdock e do ensaio de abatimento convergiram. Concluiu-se que este modelo pode ser utilizado para prever a trabalhabilidade do concreto, desde que haja uma adaptação da fórmula para diferentes proporções de agregado.

Palavra-Chave: Trabalhabilidade, Modelo de Murdock, Fator de Compactação

#### **Abstract**

Workability is one of the main properties of concrete in fresh state, as this property interferes with the ease that concrete must be mixed, placed, compacted and finished. Therefore, this study aims to assess the workability of different concrete mixes using the Murdock's model. This model estimates the compacting factor (FC), which depends on the surface (fs) and angularity (fa) indexes of the aggregates. From FC's value it is possible to predict the workability and to correlate it with the slump range of the frustum of a cone. The materials used in the experimental program were CP II-F 40 cement and local aggregates. The characterization of the aggregates was made by specific mass tests, compacted unit mass and granulometry. After that, the mix proportioning of concretes was made by the IPT/USP method, where was found the ideal mortar content of 47%. With these results, it was possible to calculate the angularity and surface indexes, and lastly the compacting factor was calculated. An analysis was made from the Murdock's model where it was found that the results obtained by this model were not compatible with the experimental results. This may have occurred due the fact that in the original Murdock's study, it was only used the proportion of aggregates of 1:6, while in this study were used the proportions of 1:3, 1:4 and 1:5. Therefore, a change in the value of one of the constants of the FC's equation was proposed, where it was assumed to vary this constant according to the proportion of the aggregates (m). After the proposed changes, all results from the Murdock's model and the slump test range converged. It was concluded that this model can be used to predict the workability of concrete, once done an adaptation of the equation to different proportions of aggregate.

Keywords: Workability, Murdock's Model, Compacting Factor





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

# 1 Introdução

A trabalhabilidade, conforme Mehta e Monteiro (2014), determina a facilidade com que um concreto pode ser manipulado sem segregação nociva. Neville (2015) define que um concreto é trabalhável quando pode ser adensado com facilidade. O mesmo relata que o tamanho das partículas dos agregados, em especial, dos agregados miúdos, influenciam de forma significativa na obtenção de uma determinada consistência do concreto. A ASTM C 125 (2014) conceitua a trabalhabilidade do concreto fresco como a propriedade que afeta a facilidade com que ele pode ser misturado, lançado, compactado e acabado.

A trabalhabilidade do concreto é importante, pois o mesmo precisa ser transportado de um local para outro, e além disso, segundo Tattersall (1991), deve possuir a capacidade de preencher todos os espaços de uma forma, ser compactável e apresentar bom acabamento. O autor expõe que um dos fatores que afeta a trabalhabilidade do concreto está relacionado as propriedades dos agregados, especialmente: forma, distribuição granulométrica, porosidade e a textura da superfície. Afirma também que quanto mais esférica for a forma dos agregados, maior será a trabalhabilidade do concreto.

Aitcin (2000, pág. 215) menciona que a proporção utilizada numa mistura de concreto é uma arte, porém é indiscutível que alguns princípios científicos essenciais podem ser usados como base para cálculos dessa mistura. Com isso seria possível prever algumas propriedades do concreto tais como as pressupostas pelo modelo de Murdock e modelo de Powers.

Nesse cenário, Murdock (1960) realizou uma análise a partir de um grande número de testes de trabalhabilidade, que foram medidos por meio do fator de compactação, para determinar como a trabalhabilidade estava relacionada à granulometria e a forma do agregado, às proporções da mistura e à relação água / cimento. A partir deste conjunto de dados, Murdock criou um modelo para estimar o fator de compactação, e assim auxiliar na previsão do comportamento do concreto no estado fresco.

Esse estudo tem como objetivo avaliar diferentes traços através do modelo de Murdock (1960), utilizando o fator de forma e o fator de superfície dos agregados, com a finalidade de verificar se este modelo é capaz de, realmente, prever a trabalhabilidade dos traços de concreto desenvolvidos com os agregados locais.

#### 2 Materiais e métodos

### 2.1 Materiais

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi utilizado o Cimento Portland composto com fíler, CP II-F 40, com características físicas e mecânicas de acordo com a ABNT NBR 11578:1991 apresentadas nas Tabelas 1 e 2.





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

Tabela 1 - Composição química do cimento CP II-F 40 (%).

	PF	MgO	SO <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	SiO <sub>2</sub>	K <sub>2</sub> O	Na <sub>2</sub> O	Eq. Alc.	RI
Limites de Norma	≤ 6,5	≤ 6,5	≤ 4,0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	≤ 2,5
Média	3,84	2,77	2,92	3,37	4,30	62,09	19,37	0,77	0,12	0,63	1,63

Tabela 2 - Característica física e mecânica do cimento CP II-F 40.

	Resultados	Limites NBR	
Finura	Resíduo na peneira 75 µm (%)	0,2	≤ 10,0
rinura	Blaine (m²/kg)	461,3	≥ 280
Massa específica (g/cm	3,11	-	
Início de Pega (min)	156	≥ 60	
Fim de Pega (min)		207	≤ 600
Água de Consistência N	Água de Consistência Normal (%)		
D	3 dias	35,4	≥ 15
Resistência à compressão (MPa)	7 dias	42,0	≥ 25
	28 dias	49,2	≥ 40

O agregado miúdo e o agregado graúdo utilizados neste estudo procedem de Sirinhaém - PE, os quais são ensacados e distribuídos pela empresa AREIASIL. A Tabela 3 apresenta a caracterização dos mesmos, sendo que para a mistura de areia e brita, em todos os traços, obteve-se a uma proporção entre esses materiais a partir do teor de argamassa ideal de 47% para o concreto dosado experimentalmente. A massa específica dessa mistura, assim como a curva de distribuição granulométrica combinada foram feitas proporcionalmente conforme o cálculo teórico exposto em Shetty (2005). A Tabela 4 expõe os percentuais retidos nas peneiras utilizadas no ensaio de granulometria e a Figura 1 ilustra as curvas de distribuição granulométrica dos agregados. Utilizou-se água potável do abastecimento público da região metropolitana do Recife distribuído pela Compesa.

Tabela 3 - Propriedades do agregado miúdo e graúdo.

			Mistura de areia e brita			
	Areia	Brita	Traço 1:3 (1:0,88:2,12)	Traço 1:4 (1:1,35:2,65)	Traço 1:5 (1:1,82:3,18)	
Massa Específica (kg/dm³)	2,63	2,75	2,715	2,710	2,706	
Massa unitária compactada (kg/m³)	1573	1575	2008	2024	2015	





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

Tabela 4 - Percentuais retidos nas peneiras

Aborturo do nonciro (mm)	Amoio	Areia Brita		Traço			
Abertura da peneira (mm)	Areia	Drita	1:3	1:4	1:5		
37,50 - 19,00	0,0	9,0	6,4	6,0	5,7		
19,00 - 9,50	0,0	85,9	60,7	56,9	54,6		
9,50 - 4,75	0,1	4,8	3,4	3,2	3,1		
4,75 - 2,36	0,8	0,1	0,3	0,3	0,4		
2,36 - 1,18	1,8	0,0	0,5	0,6	0,7		
1,18 - 0,60	6,7	0,0	2,0	2,3	2,4		
0,60 - 0,30	19,0	0,0	5,6	6,4	6,9		
0,3 - 0,15	41,2	0,0	12,1	13,9	15,0		
0,15 mm - Fundo	30,4	0,2	9,1	10,4	11,2		

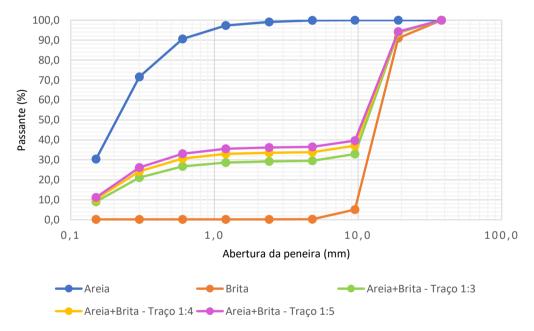


Figura 1 - Curvas de distribuição granulométrica dos agregados.

# 2.2 Métodos

O estudo de Murdock (1960) apresenta um método de avaliação da trabalhabilidade utilizando um índice empírico para o tamanho das partículas, e leva em conta a forma das mesmas e proporções da mistura. O método baseia-se em uma vasta pesquisa sobre este problema, realizado em Southall - Inglaterra, envolvendo cerca de 300 misturas de teste, juntamente com uma análise de dados publicados anteriormente.

Com o estudo, tentou-se vincular o fator de compactação com o coeficiente de área de superfície do agregado. A partir dos testes, tornou-se evidente, no entanto, que havia algumas deficiências neste método quando se utilizava o coeficiente de superfície





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

empregado da análise original, exposto na Tabela 4. Por isso, Murdock tentou uma nova abordagem, modificando o coeficiente a ser aplicado a cada tamanho de partícula do agregado, chegando a novos valores para os coeficientes de superfície, conforme apresentado na Tabela 5, depois de análise computacional. Verifica-se que este coeficiente dá maior ênfase as partículas retidas entre a peneira 2,4 mm a 0,15 mm e reduz o coeficiente para as partículas retidas acima da peneira de 4,8mm e para o material passante na peneira de 0,15 mm.

Diante disso, é definido o índice de superfície (fs), que é o resultado do somatório do produto entre os coeficientes de superfície e as porcentagens das partículas para cada intervalo de peneiras, somado a uma constante de valor 330, tudo isso dividido por 1000.

Tabela 5 - Índice de superfície (	(MURDOCK (	(1960)).
-----------------------------------	------------	----------

Abertura da		erfície para o tamanho de e as peneiras indicadas	Exemplo de cálculo do índice de superfície (fs)			
peneira (mm)	Valores utilizados na análise original	Valores utilizados depois de análise computacional	Porcentagem de partículas no intervalo de peneiras (%)	fs (revisado)		
75,00 - 37,50	0,5	-2,5	-	-		
37,50 - 19,00	1	-2	50	-100		
19,00 - 9,50	2	-1	14	-14		
9,50-4,75	4	1	12	12		
4,75 - 2,36	8	4	6	24		
2,36 - 1,18	12	7	6	42		
1,18 - 0,60	15	9	5	45		
0,60-0,30	12	9	4	36		
0,30-0,15	10	7	3	21		
0,15 - Fundo	1	2	-	-		
			Total	66		
			Constante adicionada	330		
			Σ	396		
			fs	0,396		

Conforme expõe Murdock (1960), o índice de angulosidade (fa), calculado através da Equação 1, é a porcentagem de vazios que resultam da mistura entre os agregados em excesso de 33%. Isso também pode ser expresso como uma porcentagem, relacionando a proporção de vazios acima de 33% com a proporção "ótima" de sólidos, isto é, 67%.

$$fa = \left(\frac{3 \times \left(67 - \frac{\rho_{unit,comp.}}{\rho_{esp.}}\right)}{20} + 1\right)$$
 (Equação 1)

#### Onde:

fa – Índice de angulosidade;

punit.,comp. - massa unitária compactada;

pesp.- massa específica;

ANAIS DO 60º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - CBC2018 - 60CBC2018





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

Ademais, buscou-se correlacionar o índice de angulosidade da areia e da brita. Para isso, utilizou-se a média ponderada de acordo com a proporção dos agregados, como apresentado na Equação 2:

$$fa = fa_{areia} \times \frac{a}{a+p} + fa_{brita} \times \frac{p}{a+p}$$
 (Equação 2)

#### Onde:

faareia - índice de angulosidade da areia;

fabrita – índice de angulosidade da brita;

a - Proporção de areia;

p – Proporção de brita;

Em posse desses índices, das proporções dos traços, das massas específicas dos materiais e da água de consistência normal, a depender do tipo de cimento, é possível calcular o fator de compactação (FC) proposto por Murdock a partir da Equação 3:

$$FC = 0.74 \times \left[ \frac{10 \times (a/_c - a/_{c_n})}{f_s \times f_a \times (\rho_c/_{\rho_m} \times m - 2)} + 0.67 \right]$$
 (Equação 3)

#### Onde:

FC - Fator de compactação;

a/c – Relação água total/cimento em massa;

a/c<sub>n</sub> – Relação água/cimento da pasta de consistência normal;

ρc – Massa específica do cimento;

ρm – Massa específica dos agregados;

m – Teor em massa de agregados;

A Tabela 6 lista os valores do fator de compactação para diferentes trabalhabilidades. Diferente do *slump test*, variações na trabalhabilidade do concreto seco são refletidas em uma grande mudança no fator de compactação, por exemplo, o teste é mais sensível à uma baixa trabalhabilidade que à uma alta. Vale lembrar que com diferentes agregados o mesmo abatimento pode indicar diferentes trabalhabilidades (NEVILLE, 2015).

Tabela 6 – Relação da trabalhabilidade com o fator de compactação (NEVILLE (2015)).

Tipo de trabalhabilidade	Abatimento do tronco de cone (mm)	Fator de compactação (FC)	
Muito baixo	0 - 25	0,78	
Baixo	25 - 50	0,85	
Médio	50 - 100	0,92	
Alto	100 - 175	0,95	

Com isso, no item seguinte será calculado, primeiramente, o índice de superfície e o índice de angulosidade para as diferentes proporções de agregados. Uma vez obtidos os parâmetros necessários, será feito o cálculo do fator de compactação e o mesmo será





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

correlacionado com o abatimento do concreto. Realizar-se-á também uma análise em torno do assunto.

#### 3 Resultados e discussões

Primeiramente, foi realizado a dosagem do concreto através do método IPT/USP conforme descrito no Manual de Dosagem e Controle do Concreto (HELENE & TERZIAN,1992), onde obteve-se um teor de argamassa ideal de 47% para o traço intermediário 1:4. Foram dosados cinco traços. A Tabela 7 ilustra esses traços e suas respectivas consistências obtidas experimentalmente.

Amostras	Traços (1:a:p:a/c)	Abatimento do tronco de cone (mm)
1	1:0,88:2,12:0,43	80
2	1:1,35:2,65:0,51	80
3	1:2,63;2,75;0,62	80
4	1:0,88:2,12:0,51	200
5	1:2,63;2,75;0,51	10

Tabela 7 - Descrição dos traços projetados experimentalmente.

Como pode ser visto na Tabela 6 buscou-se obter uma consistência nas amostras 1, 2 e 3 de 80 ± 5 mm. Nas amostras 4 e 5 a relação a/c utilizada foi igual à da amostra 2, que tem uma proporção 1:4 (cimento:agregados), enquanto as anteriores têm, respectivamente, proporções 1:3 e 1:5. Naturalmente, as amostras 4 e 5 têm consistência maior e menor, respectivamente.

Na Tabela 8, estão expostos os resultados obtidos através do modelo de Murdock ao utilizar os materiais descritos no item 2.1.

Amostras	fs	fa	Fator de compactação (FC)	Abatimento do tronco de cone (mm)	Tipo de trabalhabilidade	Coincidiu com o resultado experimental?
1	0,44	2,35	>1,00	100 - 175	Alto	Não
2	0,47	2,33	>1,00	100 - 175	Alto	Não
3	0,48	2,32	>1,00	100 - 175	Alto	Não
4	0,44	2,35	>1,00	100 - 175	Alto	Sim
5	0.48	2.32	0.87	25 - 50	Baixo	Não

Tabela 8 - Resultados obtidos através do modelo de Murdock.

Com o auxílio da Tabela 6, pode-se classificar o intervalo de abatimento e o tipo de trabalhabilidade do concreto a partir dos FCs encontrados na Tabela 8 para o modelo de Murdock. Analisando os resultados acima, observa-se que o modelo de Murdock não foi eficaz para prever o abatimento das amostras 1, 2, 3 e 5, uma vez que os dados obtidos experimentalmente estão fora do intervalo indicado para o fator de compactação calculado. No caso da amostra 4, considerando que para um FC de 0,95 tem-se o intervalo de abatimento entre 100 − 175 mm, pode-se supor que para um FC ≥ 1,00 há um intervalo de abatimento em que se enquadre o abatimento de 200 mm.

Como foi verificado, a previsão do abatimento através do modelo de Murdock não foi tão convincente para os agregados locais e os traços estudados. Isto pode ter ocorrido devido





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

ao fato que em seu estudo, Murdock analisou traços em proporção 1:6 em todos os testes, enquanto nesta pesquisa utilizou-se traços nas proporções 1:3, 1:4 e 1:5. A fim de ajustar os valores teóricos e reais do abatimento, propõe-se que em vez de manter o valor constante de 2, na fórmula do fator de compactação de Murdock, que esta transforme-se em uma constante, k, que varie de acordo com a proporção de agregados (m). Essa transformação pode ocorrer uma vez que tal constante cumpre apenas o papel de ajuste dos resultados, não contendo valor científico intrínseco.

Partindo desse princípio, através de sucessivos cálculos computacionais, encontrou-se uma constante adequada para cada proporção de agregados (m), conforme a Tabela 9, uma vez que os valores do fator de compactação convergiram com os propostos por Neville (2015) para atingir a mesma faixa de consistência obtida experimentalmente. A adaptação da fórmula do fator de compactação para os resultados obtidos experimentalmente nessa pesquisa encontra-se descrita abaixo.

$$FC = 0.74 \times \left[ \frac{10 \times (a/c - a/c_n)}{f_s \times f_a \times (\rho_c/\rho_m \times m - k)} + 0.67 \right]$$
 (Equação 4)

Tabela 9 - Valores de k propostos de acordo com a proporção de agregados (m).

1:m	k
1:3	1,1
1:4	1,1
1:5	0,7

Levando-se em consideração esses aspectos, na Tabela 10 são apresentados os novos resultados para os fatores de compactação, calculados segundo a Equação 4 ao adotar os valores de k propostos na Tabela 9, e os abatimentos correspondentes.

Tabela 10 - Resultados obtidos através da Equação 4.

Amostras	fs	fa	Fator de compactação (FC)	Abatimento do tronco de cone (mm)	Tipo de trabalhabilidade	Coincidiu com o resultado experimental?
1	0,44	2,35	0,92	50 - 100	Médio	Sim
2	0,47	2,33	0,92	50 - 100	Médio	Sim
3	0,48	2,32	0,92	50 - 100	Médio	Sim
4	0,44	2,35	>1,00	100 - 175	Alto	Sim
5	0,48	2,32	0,78	0 - 25	Muito baixo	Sim

Como pode ser visto, os resultados expostos na Tabela 10 mostram-se mais adequados quando comparados aos valores obtidos experimentalmente, conforme apresentado na Tabela 8.

# 4 Conclusões

Tendo em vista os aspectos observados, infere-se que o modelo de Murdock é interessante quando utilizado para previsão de abatimento e trabalhabilidade do concreto. Porém,





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

verificou-se uma limitação quanto a variação na proporção de agregados (m), uma vez que os todos os testes apresentados em seu estudo tinham uma proporção de 1:6. Diante disso, ao utilizar os valores de k propostos para agregados locais, que variam de acordo com a proporção de agregados (m), ao invés da constante 2, notou-se uma correlação entre os resultados obtidos experimentalmente para o abatimento e os encontrados através da fórmula modificada.

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a realização de um estudo com um maior número de amostras afim de verificar se, realmente, a constante k varia de acordo com a proporção de agregados (m).

# 5 Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento e Pessoal do Ensino Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia no Estado de Pernambuco (FACEPE) pelo apoio financeiro e agradecem ao Instituto de Tecnologia de Pernambuco (ITEP) pelo apoio técnico para a realização da pesquisa.

# 6 Referências

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **C125-18**: Standard Terminology Relating to Concrete and Concrete Aggregates. West Conshohocken, PA, 2018. 8 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 11578**: Cimento Portland Composto. Rio de Janeiro, 1991. 5 p.

AÏTCIN, P. C. High Performance Concrete. Quebéc: E & FN Spon, 2004. 624 p.

HELENE, Paulo; TERZIAN, Paulo. **Manual de Dosagem e Controle do Concreto.** São Paulo: Pini, 1992. 349 p.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais. 2. ed. São Paulo: Nicole Pagan Hasparyk, 2014. 782 p.

MURDOCK, L.J. The Workability of Concrete. **Magazine of Concrete Research**, n. 36, p.135-144, nov. 1960.

NEVILLE, A. M. Propriedades do concreto. Porto Alegre: Bookman, 2015. 912 p.

SHETTY, M.S. Concrete Technology: Theory and Practice. New Delhi: S. Chand & Company Ltd., 2005. 656 p.

TATTERSALL, G. H. Workability and quality control of concrete. London: E & FN Spon, 1991. 262 p.





@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182